

УДК 681.52.01

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА УРОВНЯ ЖИДКОСТИ

С.В. Панферов, В.И. Панферов

Рассматривается задача структурно-параметрического синтеза системы автоматического регулирования уровня жидкости. Приводится структура и параметры настройки квазиоптимального регулятора. Анализируются устойчивость системы и качество переходных процессов в ней.

Ключевые слова: автоматический регулятор, уровень жидкости, структура, параметры настройки, устойчивость, качество переходных процессов.

В настоящее время в системах теплоснабжения для автоматического регулирования различных переменных технологических процессов широко используются ПИД-регуляторы и их частные варианты. Накоплен огромный опыт применения таких регуляторов, в частности, разработаны и апробированы различные способы их настройки. Вместе с тем, как неоднократно отмечал В.Я. Ротач в своем сравнительно недавно изданном учебнике [1], П-, ПИ- и ПИД- «...алгоритмы были получены чисто эвристическим путем» [1, с. 82] и что «... достаточно убедительное формальное доказательство целесообразности их применения ... до сих пор получить не удалось» [1, с. 24].

В работах [2, 3], как нам представляется, удалось получить некоторое формальное обоснование целесообразности применения ПИД-регуляторов, здесь задача решалась методом «подгонки» передаточной функции замкнутой системы к некоторому достаточно разумному и практически достижимому виду. Найдены эталонные структуры и настройки регуляторов для типовых динамических характеристик промышленных объектов управления, при этом установлено, что все эти регуляторы принадлежат ПИД-семейству. Казалось бы, что поставленная цель достигнута, однако для полноты исследования проблемы необходимо рассмотреть вопрос о качестве переходных процессов в таких системах и о грубости этих структур и настроек, данная задача и решается в настоящей работе.

Рассмотрим объект управления с передаточной функцией вида

$$W_{об}(p) = \frac{1}{T_{об}p} \exp(-\tau_{об}p), \quad (1)$$

где $T_{об}, \tau_{об}$ – соответственно постоянная времени и время запаздывания объекта, p – оператор Лапласа. Такими передаточными функциями описываются различные объекты регулирования уровня жидкостей в системах теплоснабжения: конденсаторы, деаэраторы, расширительные баки, вы-

полняющие роль гидростатических стабилизаторов давления в заданных точках тепловой сети, и др.

Как известно [2, 3], близким к идеальному для такого объекта является П-регулятор с коэффициентом передачи $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об} + \theta}$, где θ – достаточно малая постоянная времени. Для анализа переходных процессов в системе с объектом управления данного типа разработаны две компьютерные программы: одна для анализа переходных процессов при возмущении по заданию, а другая – при возмущении со стороны регулирующего органа. В каждой из разработанных программ предусмотрен ввод $T_{об}, \tau_{об}$ и коэффициента передачи П-регулятора, каждая из программ осуществляет не только построение графика переходного процесса, но и определяет перерегулирование σ и время регулирования t_p , а также вычисляет значения следующих критериев:

$$I_1 = \int_0^{t_k} |\varepsilon(t)| dt, \quad (2)$$

$$I_2 = \int_0^{t_k} \varepsilon^2(t) dt, \quad (3)$$

где $\varepsilon(t) = x^3(t) - x(t)$ – ошибка регулирования (рассогласование), $x^3(t)$ и $x(t)$ – соответственно заданное и действительное значение регулируемой величины, t – время, t_k – конечное время оценки переходного процесса. Здесь время регулирования t_p определялось как время, по истечении которого отклонение регулируемой величины от задания не будет превышать 5 %.

В процессе численных вычислений установлено, что во всех случаях, когда $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}}$ (параметр θ полагается равным нулю) дифференциальное уравнение замкнутой системы автоматического регулирования (САР) будет иметь вид:

$$\tau_{об} \frac{dx(t)}{dt} + x(t - \tau_{об}) = x^3(t - \tau_{об}). \quad (4)$$

Решая уравнение (4) для единичного ступенчатого воздействия, нашли, что во всех этих случаях $\sigma \cong 49\%$. Если численное значение k_p отличается от величины $\frac{T_{об}}{\tau_{об}}$ ($\theta \neq 0$), то изменяется и величина перерегулирования. Полученные значения показателей качества переходного процесса, например, для случая, когда $T_{об} = 15c$, $\tau_{об} = 5c$, а k_p принимает различные значения в окрестности точки $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}} = 3 \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$ приведены в табл. 1.

Если принять, что $T_{об} = 30c$, $\tau_{об} = 10c$, то в этом случае эталонная (базовая) настройка регулятора будет такой же, что и в предыдущем случае, а имен-

но $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}} = 3 \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$, показатели же качества переходного процесса будут следующими (табл. 2).

Таблица 1

Показатели качества переходных процессов
для $T_{об} = 15\text{с}$, $\tau_{об} = 5\text{с}$ при возмущении по заданию

$k_p, \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$	0,5	1,0	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
$\sigma, \%$	0	0	3,43	9,30	16,3	31,79	49	64,4	80,7
$t_p, \text{с}$	79	32,4	17	25,4	24,8	33,2	42,2	69,8	99,8
$I_1, \text{ед.рег.вел.} \times \text{с}$	29,47	14,99	10,71	10,32	10,40	11,47	13,79	18,16	26,99
$I_2, \text{ед.рег.вел.}^2 \times \text{с}$	88,34	52,30	41,67	39,27	37,97	37,88	41,09	49,38	70,36

Таблица 2

Показатели качества переходных процессов
для $T_{об} = 30\text{с}$, $\tau_{об} = 10\text{с}$ при возмущении по заданию

$k_p, \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$	0,5	1,0	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
$\sigma, \%$	0	0	3,73	9,77	16,92	32,60	49	65,5	82,0
$t_p, \text{с}$	158	64,4	33,8	51,6	50,0	67	85	142	200
$I_1, \text{ед.рег.вел.} \times \text{с}$	58,96	29,99	21,55	20,84	21,06	23,35	28,25	37,52	56,51
$I_2, \text{ед.рег.вел.}^2 \times \text{с}$	176,9	104,9	83,81	79,08	76,56	76,69	83,66	101,5	147,9

Если $T_{об} = 15\text{с}$, $\tau_{об} = 3\text{с}$, то в этом случае эталонная настройка регулятора будет следующей $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}} = 5 \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$, показатели же качества переходного процесса приведены в табл. 3.

Таблица 3

Показатели качества переходных процессов
для $T_{об} = 15\text{с}$, $\tau_{об} = 3\text{с}$ при возмущении по заданию

$k_p, \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5
$\sigma, \%$	3,03	9,98	18,45	27,59	37,06	46,66	56,4	66,08	75,76
$t_p, \text{с}$	10,2	15	14,6	19,6	19,4	25	30,6	41,6	58,2
$I_1, \text{ед.рег.вел.} \times \text{с}$	6,37	6,10	6,20	6,56	7,14	8,02	9,31	11,26	14,43
$I_2, \text{ед.рег.вел.}^2 \times \text{с}$	24,82	23,14	22,35	22,26	22,81	24,09	26,32	30,04	36,51

Анализируя данные табл. 1–3, можно отметить следующее: при эталонном (базовом) значении коэффициента передачи П-регулятора $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}}$ пере-

регулирование σ в рассматриваемых САР при различных значениях $T_{об}, \tau_{об}$ получается практически одинаковым и равным $\approx 47 \div 49\%$. Время регулирования при прочих равных условиях растет прямо пропорционально росту $(T_{об} + \tau_{об})$ и обратно пропорционально величине $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}}$. Базовая настройка П-регулятора $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}}$ является достаточно грубой (робастной), поскольку существует заметная окрестность точки $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}}$, в которой сохраняются приемлемое качество и запас устойчивости системы (заметим, что о запасе устойчивости можно судить непосредственно по семейству кривых переходного процесса, полученных при различных настройках регулятора). Из табл. 1–3 также видно, что настройки П-регулятора, оптимальные по критериям (2) и (3) не совпадают как между собой, так и каждая с базовой настройкой. Так, например, в случае табл. 1 базовое значение коэффициента передачи равно $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}} = 3 \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$, вместе с тем оптимальное по минимуму критерия I_1 значение равно $k_p = 1,75 \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$, а оптимальное по минимуму критерия I_2 значение равно $k_p = 2,5 \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$. Причем настройки, найденные из условия минимума критерия I_2 заметно ближе к базовой настройке, в некоторых случаях их различие можно считать достаточно малым. Очевидно, что все это объясняется как существом рассматриваемого метода синтеза САР, так и определенной погрешностью выкладок при его реализации.

Показатели качества переходных процессов в САР при возмущении по нагрузке (со стороны регулирующего органа), например, для случая табл. 1 приведены в табл. 4.

Таблица 4

Показатели качества переходных процессов
для $T_{об} = 15\text{с}$, $\tau_{об} = 5\text{с}$ при возмущении по нагрузке

$k_p, \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$	0,5	1,0	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
$\sigma, \%$	0	0	3,43	9,30	16,3	31,79	47,9	64,4	80,7
$t_p, \text{с}$	17,6	13,6	12,4	12,0	11,8	11,4	11,2	11,0	19,8
$I_1, \text{ед.рег.вел.} \times \text{с}$	0,391	0,199	0,143	0,137	0,138	0,153	0,184	0,241	0,354
$I_2 \times 10^2, \text{ед.рег.вел.}^2 \times \text{с}$	1,570	0,929	0,741	0,698	0,675	0,673	0,731	0,877	1,248

В целом анализ полученных результатов показал, что величина перерегулирования σ при одинаковых настройках регулятора остается практиче-

ски одной и той же как при возмущении по заданию, так и при возмущении со стороны регулирующего органа, несмотря на то, что σ в этих случаях вычисляется вообще-то по-разному [4, 5]. Кроме того, координаты точек минимума функций $I_1 = f_1(k_p)$ и $I_2 = f_2(k_p)$, вычисленных для случая возмущения по нагрузке, также удивительным образом совпадают с аналогичными координатами в случае возмущения по заданию. По-видимому данные обстоятельства подтверждают известное высказывание о том, что если САР оптимизирована для отработки возмущений по заданию, то одновременно достигается оптимум и при отработке возмущений по нагрузке [6].

Время регулирования t_p при прочих равных условиях при возмущении со стороны регулирующего органа меньше, чем в случае возмущения по заданию, что, в общем-то, достаточно объяснимо.

Если робастность рассматривать как грубость системы по отношению к изменениям параметров объекта управления, то можно привести следующие результаты. В принципе же все вышеизложенное можно интерпретировать и как анализ для данного случая, здесь нужно только считать, что, якобы, регулятор настроен по параметрам объекта управления, имевшим место в недалеком прошлом, а в данный момент времени объект управления имеет те значения параметров, которые указаны в заголовках табл. 1–3.

Если постоянная времени и время запаздывания объекта изменятся соответственно на $\Delta T_{об}$ и на $\Delta \tau_{об}$, а регулятор будет иметь настройку, найденную по предыдущим значениям его параметров $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об} + \theta}$, то передаточная функция разомкнутой системы будет иметь вид

$W_{pc}(p) = \frac{\exp(-\tau_{об} p) \cdot \exp(-\Delta \tau_{об} p)}{(\theta + \tau_{об})p (1 + \Delta T_{об} / T_{об})}$. Используя критерий устойчивости Найквиста для систем с запаздыванием [7], нашли, что в этом случае критическая частота $\omega_{кр}$ будет равна $\omega_{кр} = \frac{1}{(\theta + \tau_{об}) \cdot (1 + \Delta T_{об} / T_{об})}$, поэтому условие устойчивости замкнутой системы автоматического регулирования (САР) в общем случае запишется так:

$$(\tau_{об} + \Delta \tau_{об}) / [(\theta + \tau_{об}) \cdot (1 + \Delta T_{об} / T_{об})] < \pi / 2 \quad (5)$$

На координатной плоскости « $\Delta T_{об} / T_{об} - \Delta \tau_{об} / \tau_{об}$ » граница области устойчивости будет представляться следующей прямой (см. рис. 1):

$$\frac{\Delta \tau_{об}}{\tau_{об}} = \frac{\pi(\tau_{об} + \theta)}{2\tau_{об}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta T_{об}}{T_{об}}\right) - 1. \quad (6)$$

На рис. 1 область устойчивости – это область, расположенная правее своей границы (штриховка направлена внутрь области). Причем, нетрудно видеть, что с увеличением параметра θ область устойчивости замкнутой САР расширяется, так как $\left(\frac{\pi \cdot (\tau_{об} + \theta)}{2\tau_{об}} - 1\right)$ – точка пересечения прямой (3) с

осью ординат « $\Delta\tau_{об}/\tau_{об}$ » с увеличением θ «ползет» вверх, а $(\frac{2\tau_{об} - \pi\tau_{об} - \pi\theta}{\pi \cdot (\tau_{об} + \theta)})$ – точка пересечения прямой (6) с осью абсцисс « $\Delta T_{об}/T_{об}$ » перемещается влево. При $\theta=0$ область устойчивости будет иметь наименьший размер, однако при этом начало координат будет располагаться все-таки правее ее границы. Следовательно, при $\theta=0$ САР имеет некоторый запас устойчивости относительно вариаций параметров $\Delta\tau_{об}$ и $\Delta T_{об}$, с увеличением θ робастность устойчивости [8] повышается.

Передаточная функция замкнутой системы по задающему воздействию будет равна $W_{зс}(p) = \frac{\exp[-(\tau_{об} + \Delta\tau_{об})p]}{(\theta + \tau_{об}) \cdot (1 + \Delta T_{об}/T_{об})p + \exp[-(\tau_{об} + \Delta\tau_{об})p]}$. Отсюда следует, что дифференциальное уравнение САР будет иметь вид:

$$(\theta + \tau_{об}) \cdot (1 + \Delta T_{об}/T_{об}) \frac{dx(t)}{dt} + x(t - \tau_{об} - \Delta\tau_{об}) = U(t - \tau_{об} - \Delta\tau_{об}), \quad (7)$$

где x – выходная (регулируемая) величина объекта, U – заданное значение регулируемой величины.

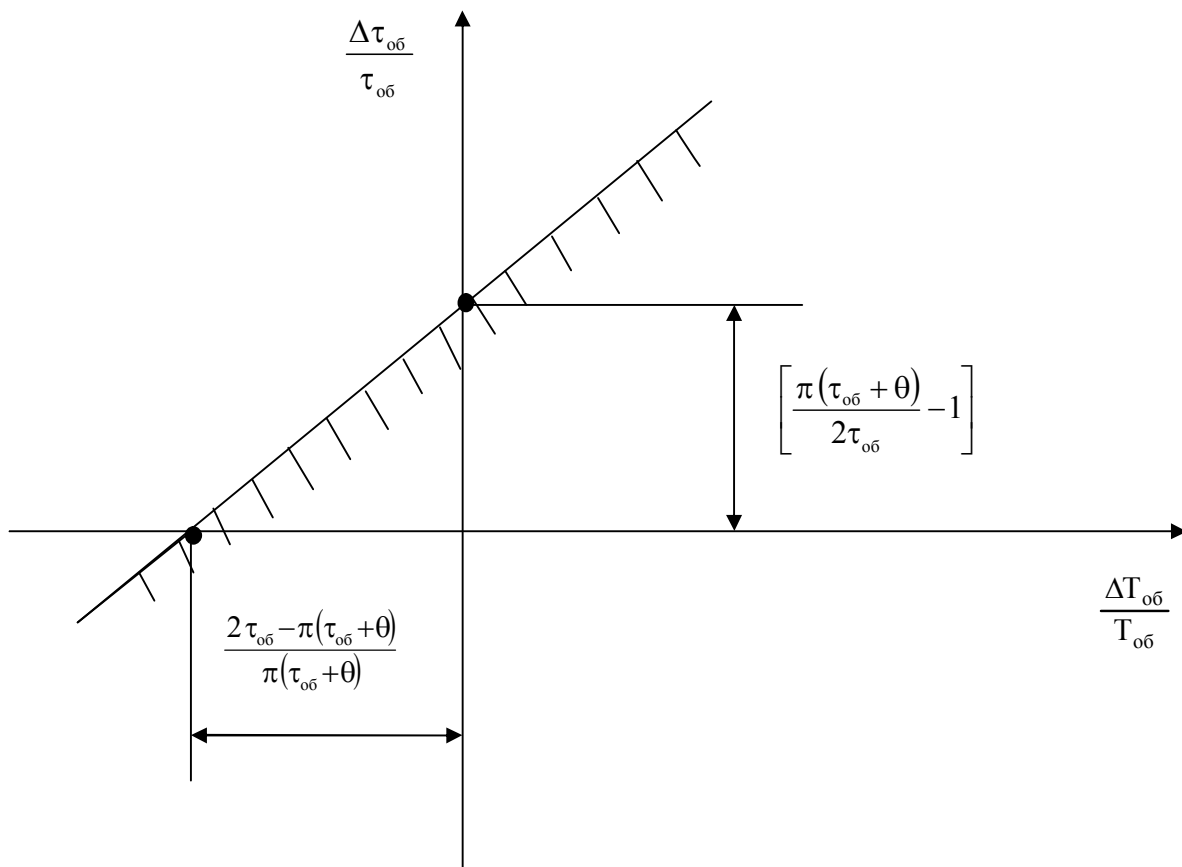


Рис. 1. Область устойчивости САР

Из (5) и из решения дифференциального уравнения (7) следует, что при $\Delta T_{об} > 0$ влияние этого параметра на устойчивость (робастность устойчиво-

сти) и качество (робастность качества) САР аналогично влиянию параметра θ [2, 3], т. е. колебательность переходной функции уменьшается с ростом $\Delta T_{об}$, переходный процесс все в большей степени приобретает апериодический характер. Для примера в табл. 5 приведены показатели качества переходных процессов в САР для случая, когда $T_{об} = 15\text{с}$, $\tau_{об} = 5\text{с}$, $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}} = 3 \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$, $\Delta\tau_{об} = 0$, а $\Delta T_{об}$ принимает различные как положительные, так и отрицательные значения.

Аналогичные результаты получаются и при $\Delta\tau_{об} < 0$, т. е. с увеличением $|\Delta\tau_{об}|$ демпфированность системы растет. Если же $\Delta\tau_{об} > 0$, то с увеличением $\Delta\tau_{об}$ перерегулирование возрастает, ухудшаются как качество переходного процесса, так и запас устойчивости системы. В табл. 6 приведены показатели качества переходных процессов в САР для случая, когда $T_{об} = 15\text{с}$, $\tau_{об} = 5\text{с}$, $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об}} = 3 \frac{\% \text{ хода ИМ}}{\text{ед.рег.вел.}}$, $\Delta T_{об} = 0$, а $\Delta\tau_{об}$ принимает различные как положительные, так и отрицательные значения.

Таблица 5

Показатели качества переходных процессов для $T_{об} = 15\text{с}$, $\tau_{об} = 5\text{с}$
при возмущении по заданию при различных значениях $\Delta T_{об}$

$\Delta T_{об}, \text{с}$	+1	+3	+5	-1	-3	-5
$\sigma, \%$	41,89	31,79	23,89	55,02	72,49	97,04
$t_p, \text{с}$	42	33,2	32,2	51,6	88,6	157

Таблица 6

Показатели качества переходных процессов для $T_{об} = 15\text{с}$, $\tau_{об} = 5\text{с}$
при возмущении по заданию при различных значениях $\Delta\tau_{об}$

$\Delta\tau_{об}, \text{с}$	+1	+2	+3	-1	-2	-3
$\sigma, \%$	67,99	87,99	расходящийся переходный процесс	28,22	9,98	0,0005
$t_p, \text{с}$	85	195,6	расходящийся переходный процесс	26,4	15	9,8

Выполненные расчеты показали, что если параметры объекта управления определены точно, то при $\theta=0\text{с}$ перерегулирование в данной САР будет равно $\sigma \cong 49\%$. Если же время запаздывания модели объекта управления $\tau_{об}$ (эта величина используется при вычислении настройки регулятора $k_p = \frac{T_{об}}{\tau_{об} + \theta}$) меньше времени запаздывания, имеющего место на реальном

объекте $(\tau_{об} + \Delta\tau_{об})$, то перерегулирование возрастает. Так, например, если $\tau_{об} = 4\text{с}$, а $\Delta\tau_{об} = 1\text{с}$, то $\sigma = 72\%$. САР в такой ситуации, когда из-за погрешности параметрической идентификации получилось, что $\tau_{об} < (\tau_{об} + \Delta\tau_{об})$, может и потерять устойчивость. В самом деле, если структура математической модели объекта и все ее параметры, кроме времени запаздывания, определены достаточно точно, то передаточная функция разомкнутой системы получается равной $W_{pc}(p) = \frac{\exp[-(\tau_{об} + \Delta\tau_{об})p]}{(\theta + \tau_{об})p}$, поэтому САР будет устойчива

лишь при удовлетворении следующего неравенства: $(\tau_{об} + \Delta\tau_{об}) / (\theta + \tau_{об}) < \pi / 2$. В случае табл. 6 при $\Delta\tau_{об} = 3\text{с}$ получили расходящийся переходный процесс, т. е. система потеряла устойчивость, что и следовало ожидать, так как $(\tau_{об} + \Delta\tau_{об}) / (\theta + \tau_{об}) = (5 + 3) / 5 > \pi / 2$.

При обработке единичного ступенчатого задания $U(t) = 1(t)$ при $t \rightarrow \infty$ $x \rightarrow 1$, т. е. САР астатическая по задающему воздействию. Передаточная функция системы по каналу «возмущение со стороны регулирующего органа – ошибка регулирования» $W_{xc}^{po}(p) = \frac{(\tau_{об} + \theta) \cdot \exp[-(\tau_{об} + \Delta\tau_{об})p]}{(\theta + \tau_{об}) \cdot (T_{об} + \Delta T_{об})p + T_{об} \exp[-(\tau_{об} + \Delta\tau_{об})p]}$, поэтому $\lim_{p \rightarrow 0} W_{xc}^{po}(p) = \frac{\tau_{об} + \theta}{T_{об}}$ при $p \rightarrow 0$, следовательно, по данному каналу САР статическая, причем ошибка регулирования тем меньше, чем больше коэффициент передачи П-регулятора $k_p = \frac{T_{об}}{\tau + \theta}$.

Библиографический список

1. Ротач, В.Я. Теория автоматического управления: учебник для вузов / В.Я. Ротач. – М.: Изд-во МЭИ, 2004. – 400 с.
2. Панферов, В.И. Об одном подходе к решению задачи выбора и настройки автоматических регуляторов / В.И. Панферов // Известия Челябинского научного центра. – 2004. – Вып. 4 (26). – С. 139–144.
3. Панферов, В.И. Выбор и настройки автоматических регуляторов в системах теплоснабжения / В.И. Панферов // Вестник ЮУрГУ, серия «Строительство и архитектура». – 2005. – Вып. 3. – № 13 (53). – С. 81–84.
4. Копелович, А.П. Инженерные методы расчета при выборе автоматических регуляторов / А.П. Копелович. – М.: Металлургиздат, 1960. – 190 с.
5. Проектирование систем контроля и автоматического регулирования металлургических процессов / Г.М. Глинков, В.А. Маковский, С.Л. Лотман, М.Р. Шапировский; под ред. Г.М. Глинкова. – М.: Металлургия, 1986. – 352 с.
6. Фрер, Ф. Введение в электронную технику регулирования / Ф. Фрер, Ф. Ортгенбургер; пер. с нем. – М.: Энергия, 1973. – 190 с.
7. Воронов, А.А. Основы теории автоматического управления: Автоматическое регулирование непрерывных линейных систем / А.А. Воронов. – М.: Энергия, 1980. – 312 с.

8. Дорф, Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп; пер. с англ. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002 г. – 832 с.

[К содержанию](#)