

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

ЭОХ

ЧЕЛЯБИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ИМ. ЛЕНИНСКОГО КОМСОМОЛА

На правах рукописи

Левина Галина Абрамовна

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОФИЛИРОВАННЫХ
ОПОР С ГАЗОВОЙ СМАЗКОЙ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ
НЕКОТОРЫМ КРИТЕРИЯМ ОПТИМАЛЬНОСТИ

(Специальность 01.02.06 - "Динамика, прочность
и надежность машин, приборов и аппаратуры")

Автореферат диссертации на
соискание ученой степени
кандидата технических наук

Челябинский
политехнический институт
БИБЛИОТЕКА

Челябинск
1978

Работа выполнена на кафедре "Гирроскопические приборы и устройства" Челябинского политехнического института им. Ленинского комсомола.

Научный руководитель - кандидат технических наук, доцент
Г.А. Завьялов.

Официальные оппоненты:

профессор, доктор технических наук С.И. Мварякин;
доцент, кандидат технических наук А.Т. Полецкий.

Ведущее предприятие - _____

Автореферат разослан " ____ " _____ 1978 г.

Защита диссертации состоится " ____ " _____ 1978 г.
в _____ часов на заседании Совета по присуждению ученых степеней машиностроительных факультетов Челябинского политехнического института (г. Челябинск, проспект им. В.И. Ленина, 76, аудитория 244).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Просим Вас и сотрудников Вашего учреждения, интересующихся темой диссертации, принять участие в заседании Ученого Совета или прислать отзывы в двух экземплярах, заверенных печатью.

Отзывы на автореферат просим направлять в адрес Ученого Совета института: 454044, г. Челябинск, 44, проспект им. В.И. Ленина, 76.

/ Ученый секретарь Совета
кандидат технических наук,
доцент

 / А.В. ДАМНИН /

Растущие требования к точности и надежности элементов и систем, в которых используется газовая смазка, привели к усложнению изученных ранее простых классических конструкций опор. Одним из способов усовершенствования характеристик опор является профилирование поверхностей, при котором создается специальная геометрия смазочного слоя. Профилирование предназначено для выполнения некоторого критерия качества опоры в определенных условиях работы, поэтому задачи проектирования профилированных опор всегда являются задачами оптимального проектирования.

Профилированными опорами часто называют опоры с микроканавками. Здесь это понятие используется шире: профилированной называем опору со специально спроектированной геометрией, предназначенной для выполнения определенного критерия качества в определенных условиях работы.

Выбор оптимальных параметров, оптимальных режимов работы является конечной целью всякой инженерной задачи и присутствует во многих исследованиях. Обобщая опыт и результаты исследований опор с газовой смазкой, можно заключить, что в известных нам работах имеются два подхода к решению задач оптимизации:

1. Оптимальная конструкция выбирается на основе сравнения нескольких частных примеров различных конструкций. Оптимальные параметры выбираются из расчета зависимостей интересующей характеристики от каждого из параметров в отдельности. При этом оптимум назначается формально объединением локальных оптимумов по каждому из параметров. Такой подход не доставляет строгих решений задач оптимизации, однако он присутствует в большинстве работ.

2. Оптимизация выполняется на основе применения методов математической теории оптимальных процессов. Здесь имеются единичные исследования, опубликованные сравнительно недавно. Следует прежде всего отметить работы Мэдея, Роде, Китинга и Яэна.

Несомненно, что второй подход к решению задач оптимизации является более перспективным. Применение математических методов оптимизации обеспечивает организованный и строго обоснованный поиск оптимальных решений задач газовой смазки. Решение вариационных задач оптимизации может привести к принципиально новым решениям.

лям проблем создания опор с удовлетворительными статическими и динамическими характеристиками.

В настоящей работе рассмотрен ряд задач проектирования профилированных опор с применением математических методов оптимизации.

При этом в 1-ой главе предпринята попытка обобщить задачу, поставленную Рэлеем в 1912 году об оптимальном очертании зазора в опоре скольжения. Здесь сформулирована общая вариационная задача об оптимальном очертании зазора в опорах для случаев аппроксимации течения смазки плоским течением и рассмотрено применение принципа максимума к решению сформулированной задачи. По принципу максимума построены решение задачи о максимуме несущей способности одномерной опоры скольжения с газовой смазкой и решение задачи о максимуме жесткости одномерной опоры с внешним нагнетанием смазки.

Во 2-ой главе рассматриваются торцовые опоры с микроканавками в связи с практической задачей об оптимальном законе очертания канавки.

При изготовлении таких опор обычными механическими средствами выполняется нарезание канавок, очерченных по дуге окружности, архимедовой спирали, отрезкам прямых. Возникает задача об оптимальном очертании канавки. В работе решены вариационные задачи о максимуме несущей способности опор открытой и закрытой конструкции с нулевым расходом. Оптимальная опора сравнивается с опорами, канавки которых очерчены по архимедовой спирали, дуге окружности и отрезкам прямых.

Сферическая опора со спиральными микроканавками представляет рациональный тип конструкции радиально-упорного подшипника для ряда применений в гироскопии. Нанесение канавок на поверхность сферы первоначально было подчинено задаче обеспечения достаточной осевой жесткости сферической опоры, анализ экваториальной жесткости при различных параметрах канавок не выполнялся. В работах Мьедермана, Уткина и др., Сипенкова и Григорьева рассчитаны осевые характеристики такой опоры. Однако, как было показано Китингом и Пенном, нанесение канавок изменяет значения экваториальной жесткости опоры, что весьма важно учитывать при расчете опоры для гироскопа.

В 3-ей главе на основе приближенного расчета экваториальной жесткости находятся оптимальные параметры сферической опоры с микроканавками, удовлетворяющие условию максимальной составляющей экваториальной жесткости в направлении, параллельном смещению шипа в экваториальной плоскости, и условию минимального угла положения опоры.

При решении задач, приведенных в I-ой, 2-ой и 3-ей главах используются как вариационные методы оптимизации, так и методы поиска экстремума функции конечного числа переменных.

Широкой областью внедрения опор со спиральными канавками, работающих с газовой смазкой, является турбомашиностроение. Параметры опор турбомашин не удовлетворяют во всей области режимов работы критериям подбора "микропорам" гироскопов. Поэтому разработанная для "микропор" теория "узких" канавок может оказаться неприменимой для расчета опор турбомашин. С целью исследования несущей способности опоры с канавками для турбомашин была поставлена экспериментальная работа.

В 4-ой главе приводятся результаты экспериментального исследования несущей способности торцевой опоры в зависимости от геометрических параметров и скорости вращения опоры. Исследуемая опора снабжена глубокими канавками и предназначена для работы в турбомашинах малой и средней мощности.

Теоретические исследования выполнены на кафедре гироскопических приборов и устройств ЧПИ под руководством к.т.н. Г.А. Завьялова. Экспериментальная работа выполнялась на кафедре корабельных газотурбинных установок Лен ВВМУ под руководством к.т.н. А.А. Лохматова.

Г Л А В А I

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ СМАЗКИ

I. Постановка вариационных задач оптимизации опор. Наиболее очевидна постановка вариационных задач оптимизации опор для плоских моделей установившегося изотермического течения смазки в зазоре опоры, когда уравнение для распределения давления в слое газовой смазки является одномерным уравнением Рейнольдса:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^2 P \frac{\partial P}{\partial X} - 6 \mu U_0 P H \right) = 0. \quad (I.1)$$

Здесь P - давление в слое, H - толщина смазочного слоя, μ - коэффициент динамической вязкости, U_0 - скорость точек подвижной поверхности опоры. Краевые условия для функции P запишутся:

$$P(0) = P_1, \quad P(\epsilon) = P_a, \quad (I.2)$$

где P_a - давление окружающей среды, ϵ - протяженность смазочного слоя.

Обозначив H_0 некоторую характерную толщину слоя и переходя к безразмерным величинам

$$\rho = \frac{P}{P_n}, \quad \lambda = \frac{H}{H_0}, \quad x = \frac{X}{L}, \quad \Lambda = \frac{q_n H_0^2 c}{H_0^2 P_n},$$

краевую задачу для распределения давления можно записать:

$$\frac{d\rho}{dx} = \Lambda \left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{c}{\rho \lambda^3} \right), \quad (1.3)$$

$$\rho(0) = \rho_1, \quad \rho(1) = 1, \quad (1.4)$$

где C — постоянная интегрирования.

Основными интегральными характеристиками распределения давления в слое смазки, используемыми при проектировании опср, для рассматриваемых одномерных задач являются несущая способность, сила сопротивления, жесткость. Несущую способность \mathcal{F} и силу сопротивления Φ с учетом общепринятых допущений, содержащихся при выводе уравнения (1.1), можно определить:

$$\mathcal{F} = \int_0^1 (\rho - \rho_n) dx = \rho_n \int_0^1 (\rho - 1) dx, \quad (1.5)$$

$$\Phi = \int_0^1 \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=H} dx = \rho_n H_0 \int_0^1 \left(\frac{1}{2} \frac{d\rho}{dx} \lambda + \frac{\Lambda}{2\lambda} \right) dx. \quad (1.6)$$

Определение жесткости для одномерной плоской задачи, когда возможно смещение незакрепленной поверхности вдоль оси Y , нормальной неподвижной плоскости, на которой расположена ось X , можно выполнить следующим образом. Обозначим $P^0(X)$ распределение давления, соответствующее некоторому положению незакрепленной поверхности, при котором толщина слоя равна $H^0(X)$. Пусть эта поверхность сместилась параллельно оси Y на малую величину ΔH (ΔH не зависит от X). Тогда для нового положения

$$H = H^0 + \Delta H, \quad P = P^0(X) + \Delta P(X), \quad \mathcal{F} = \mathcal{F}^0 + \Delta \mathcal{F}.$$

Жесткость слоя K в положении $H = H^0$ можно определить:

$$K = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathcal{F}}{\Delta H} = - \frac{\rho_n c}{H_0} \int_0^1 \frac{\partial \rho}{\partial h} (h^0, x) dx. \quad (1.7)$$

Уравнение и краевые условия для функции $\frac{d\rho}{dh} / h^0$ можно получить возмущением по ΔH ($\Delta h = \frac{\Delta H}{H_0}$) в $d\rho$ соотношений (1.3), (1.4).

Пусть известны условия (соотношения), которым должны удовлетворять интегральные характеристики распределения давления в смазочном слое. Такими условиями для рассматриваемых в этой главе одномерных задач могут быть: максимальная несущая способность, минимальная сила сопротивления, максимальная жесткость при заданной несущей способности и др. Таким образом, требуется решить обратную задачу теории смазки: по заданным соотношениям для сил реакции слоя определить параметры опоры, удовлетворяющие этим соотношениям. В тех случаях, когда ставится задача о нахождении функции $h(x)$ изменения толщины слоя, при которой выполняются заданные соотношения для интегральных характеристик распределения давления, обратная задача становится вариационной задачей.

Учитывая выражения (I.3) + (I.7) и обозначив для общего случая выражение интегральной характеристики, для которой отыскивается экстремальное значение, в виде

$$J = \int_0^1 F_1 \left(p, \frac{dp}{dh} / h \cdot h^0, c, h^0, x \right) dx, \quad (I.8)$$

выражение интегральной характеристики, для которой задано изопериметрическое условие

$$\int_0^1 F_2 \left(p, \frac{dp}{dh} / h \cdot h^0, c, h^0, x \right) dx = G,$$

сформулируем общую вариационную задачу для одномерного смазочного слоя: ставится задача о нахождении функции $h^0(x)$, доставляющей минимум (максимум) функционалу (I.8) при условиях связи:

$$\frac{dp}{dx} = f_1(h^0, c, p), \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{dp}{dh} / h^0 \right) = f_2 \left(h^0, c, p, \frac{dp}{dh} / h^0 \right),$$

$$\frac{dc}{dx} = 0, \quad \int_0^1 F_2 \left(p, \frac{dp}{dh} / h^0, h^0, c, x \right) dx = G$$

и при краевых условиях:

$$\psi_1 \left(p, c, \frac{dp}{dh} / h^0 \right)_{x=0} = 0, \quad \psi_2 \left(p, c, \frac{dp}{dh} / h^0 \right)_{x=1} = 0, \quad P(1) = 1, \quad \frac{dp}{dh} / h^0(1) = 0.$$

Область допустимых значений функции $h^0(x)$ ограничена:

$$h^0(x) \geq h_{\min}. \quad (D)$$

Учитывая известные решения Рэлея и Мэдея для одной вариационной задачи, следует ожидать, что искомое решение может быть кусоч-

но-непрерывной функцией с участками, принадлежащими границе области (D). Поэтому класс допустимых функций $k(x)$ расширим до класса кусочно-непрерывных функций. При этом предполагается следующее: 1) в области непрерывности функция $k(x)$ является гладкой и удовлетворяющей всем допущениям, принятым при выводе уравнения Рейнольдса; 2) функция $\rho(x)$ принимается непрерывной во всей области $x \in [0, 1]$ и кусочно-гладкой; 3) отношение зазоров в точке разрыва $k(x)$ справа и слева невелико ($k_1/k_2 \leq 3$); как следует из работ Константианеску и Типея, при этом совместно с условием малых чисел Рейнольдса, использованном при выводе уравнения (1.3), справедливо допущение 2).

В силу принятых ограничений и расширения класса допустимых функций $k(x)$ до класса кусочно-непрерывных функций, поставленная вариационная задача в общем случае является задачей неклассического типа. Решение неклассических вариационных задач возможно методами математической теории оптимального управления. В частности, удобный метод построения кусочно-непрерывных оптимальных решений доставляет принцип максимума.

2. Задача о максимуме несущей способности опоры скольжения.

В отличие от Мэдея, рассмотревшего задачу об опоре скольжения с использованием метода ограниченных управлений Лейтмана, в настоящей работе эта классическая задача смазки решена по принципу максимума. Решение получено независимо от работы Мэдея и опубликовано в сборнике "Проблемы развития газовой смазки".

Задача о максимуме несущей способности равносильна задаче о минимуме функционала:

$$J = - \int_0^1 \rho dx, \quad (1.9)$$

где функция ρ должна удовлетворять уравнению (1.3) и краевым условиям: $\rho(0) = \rho(1) = 1$. (1.10)

Применяя принцип максимума, рассматриваем гамильтониан:

$$\mathcal{H} = -\psi_0 \rho + \psi_1 \Lambda \left(\frac{1}{k^2} - \frac{c}{k^2 \rho} \right),$$

где $\psi_0 = const$, а функция ψ_1 определяется из уравнения:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} = - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \rho} = - \frac{1c}{\rho^2 k^3} \psi_1 + \psi_0. \quad (1.11)$$

Рассматривая совместно с краевыми условиями (1.10), необходимые и достаточные условия максимума \mathcal{H} во внутренней точке (D):

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial h^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial h^2} \leq 0, \quad \text{а также}$$

условие на границе области (D): $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial h} / h \cdot h_{\min} < 0$, получим, что принципу максимума удовлетворяет решение в виде кусочно-непрерывной функции с участками $h = \frac{1}{2}C(-kx+1)$, $(k = \frac{4A}{27C^2})$ и $h = h_{\min}$ и переключением в точке смены знака функции $\psi_1(x)$, удовлетворяющей уравнению (I.11):

$$\psi_1(x) = \frac{1}{\rho} \left[-kx(\psi_1(0) - \frac{\psi_0}{k}) + \psi_1(0) \right]. \quad (\text{I.12})$$

Из (I.12) следует, что в промежутке $[0, 1]$ функция $\psi_1(x)$ имеет единственный корень x_0 и оптимальное решение является кусочно-непрерывной функцией с единственной точкой разрыва:

$$k = \begin{cases} \frac{1}{2}C(-kx+1), & 0 \leq x < x_0, \\ h_{\min}, & x_0 \leq x \leq 1. \end{cases} \quad (\text{I.13})$$

Вычислительная задача нахождения оптимальной функции (I.13) сводится к решению системы двух трансцендентных уравнений относительно параметров x_0, C . Анализ этой задачи обнаруживает, что при $A \leq 50$ решение строится обычными итерационными способами, при $A \gg 100$ организовать сходящийся с удовлетворительной точностью итерационный процесс затруднительно вследствие приближения решения уравнения (I.3) к асимптотическому. С использованием асимптотического решения получены приближенные оценки оптимальных параметров:

$$x_0 \approx \frac{C-1}{Ck}, \quad C = \frac{1 + \sqrt{1 + (4A)^2}}{2}$$

3. Вариационные задачи об оптимизации по жесткости одномерной опоры с внешним нагнетанием смазки.

Рассматриваемые задачи относятся к вопросу об использовании криволинейных поверхностей в опорах с внешним нагнетанием смазки, т.е. таких поверхностей, которыми обеспечивается переменная по протяженности толщина слоя смазки. В локальной постановке, в открытой области

$$H > H_{\min} \quad (D_1)$$

получено решение, удовлетворяющее условию максимальной жесткости в случае плоской и осесимметричной задач для опоры с внешним наг-

метанием смазки, снабженной ограничителем расхода (рестриктором) о карманом. С использованием выражения для жесткости (1.7) и обозначений $H^* = u$, $P^* = \psi_1$, $\frac{dP}{dH}/H^* = \psi_2$, $C^* = \psi_3$, $\frac{dC}{dH}/H^* = C_1$, α — протяженность кармана, k — параметр щели, P_0 — давление подачи, вариационная задача о максимуме жесткости для случая плоско-го течения несжимаемой смазки в опоре с рестриктором типа "щель" записывается как задача о минимуме функционала

$$J = \int_0^1 \left(\psi_2 - \frac{C_1 \alpha}{k} \right) dx$$

о определяющей системой уравнений:

$$\frac{d\psi_1}{dx} = -\frac{\psi_2}{u^3}, \quad \frac{d\psi_2}{dx} = \frac{3\psi_2}{u^4} - \frac{C_1}{u^3}, \quad \frac{d\psi_3}{dx} = 0 \quad (1.14)$$

и краевыми условиями, образующими правое (S_1) и левое (S_2) трансверсальные многообразия:

$$\left. \begin{aligned} -\psi_2(0) - k[P_0 - \psi_1(0)] &= 0 \\ \psi_2(0) &= -\frac{C_1}{k} \end{aligned} \right\} (S_1) \quad \left. \begin{aligned} \psi_1(1) &= 1 \\ \psi_2(1) &= 0 \end{aligned} \right\} (S_2). \quad (1.15)$$

Рассматривается гамильтониан

$$\mathcal{H} = \psi_0 \left(\psi_2 - \frac{C_1 \alpha}{k} \right) + \psi_1 \left(-\frac{\psi_2}{u^3} \right) + \psi_2 \left(\frac{3\psi_2}{u^4} - \frac{C_1}{u^3} \right) + \psi_3 \cdot 0,$$

где

$$\psi_0 = \text{const}, \quad \psi_1 = \text{const}, \quad \psi_2 = -\psi_0 x + A_2, \quad \psi_3 = \int_0^x \left(\frac{\psi_2}{u^3} - \frac{3\psi_2}{u^4} \right) dx + A_3,$$

A_2, A_3 — постоянные интегрирования.

Условие стационарности \mathcal{H} в (D_1) удовлетворяет функция

$$u_0 = \frac{+\psi_2 \psi_3}{\psi_2 C_1 + \psi_1 \psi_3} \quad (1.16)$$

Из рассмотрения достаточного условия максимума \mathcal{H} в (D_1) ($\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial u^2} / u^0 < 0$), краевых условий (1.15) и условий трансверсальности следует неравенства:

$$\psi_0 < 0, \quad \psi_1 < 0, \quad \psi_1 \psi_3 + \psi_2 C_1 < 0, \quad \psi_2 < 0. \quad (1.17)$$

С учетом (1.17) обнаруживаются следующие свойства функции u_0 :

$$\frac{du_0}{dx} = -\frac{\psi_1^2 \psi_2 \psi_3}{(\psi_1 \psi_3 + C_1 \psi_2)^2} < 0, \quad \frac{d^2 u_0}{dx^2} = -\frac{8\psi_3^2 \psi_0^2 \psi_2 C_1}{(\psi_1 \psi_3 + C_1 \psi_2)^3} < 0.$$

Таким образом, функция u_0 , удовлетворяющая максимуму \mathcal{H} в открытой области (D_1) (или функция $H(x)$, удовлетворяющая максимуму жесткости), является убывающей и выпуклой функцией в промежутке $x \in [0, 1]$. Такой же результат получен при рассмотрении осесимметричной задачи для круговой торцевой опоры с ограничителем расхода типа капиллярной трубки. При этом поверхность пяты по отношению к плоскому подпятнику является вогнутой. Полученные решения вариационных задач хорошо иллюстрируются частными примерами Рехштайнера и Кэннона, приведенными в их статье ("Проблемы трения и смазки", № I, 1972), и обобщают проблему, затронутую этими авторами.

Г Л А В А П.

ТОРЦОВЫЕ ОПОРЫ С ОПТИМАЛЬНЫМ ОЧЕРТАНИЕМ КАНАВОК

Статические характеристики опор скольжения, поверхности которых профилированы нанесением канавок, при заданной скорости вращения шипа относительно подшипника полностью определяются геометрией канавок. Поэтому задача оптимизации таких опор является задачей об оптимальной геометрии канавок. В классе этих задач можно выделить задачи об оптимальном законе очертания осевой линии канавки, которые являются вариационными.

I. Вариационные задачи о максимуме несущей способности торцевой опоры с канавками. Решению вариационных задач предшествует вывод уравнения для давления в слое смазки профилированной опоры с произвольным законом $\varphi = f(x)$ очертания канавок. Уравнение для давления получено с использованием допущений теории "узких" канавок, обоснования применимости которой для опор с газовой смазкой при умеренных числах $A = \frac{6\mu\omega R^2}{P_0 h_0^3} \quad (1.4.50)$

содержатся в работах Уилдмена, Константинеску, Бурло, Дроздовича, Сипенкова и Григорьева.

Это уравнение приводится к виду:

$$\frac{dP}{dz} + \frac{a z^2 f'}{b + c(zf')^2} = \psi(z) \frac{c}{P}, \quad (2.1)$$

где

$$a = 6\mu\omega(h_k - h_0)(h_k^3 - h_0^3)(1-\lambda)\lambda, \quad b = [h_k^3\lambda + h_0^3(1-\lambda)][h_0^3\lambda + h_k^3(1-\lambda)],$$

$$c = h_k^3 h_0^3, \quad \psi(z) = \frac{z f' [h_0^3\lambda + h_k^3(1-\lambda)]}{b + c(zf')^2},$$

C - постоянная величина, пропорциональная радиальному расходу смазки, λ - относительная ширина канавки, λ_k, λ_g - зазор в области канавки, выступа, $f' = z \frac{df}{dz}$.

Задача I. О максимальной несущей способности опоры с закрытым центром.

Несущая способность опоры с закрытым центром равна

$J = 2\lambda \int_{R_0}^R (P - P_a) z dz + \lambda R_0^2 (P_0 - P_a)$, где R_0 - радиус границы профилированной и гладкой области, $P_0 = P(R_0)$. Вариационная задача о максимуме несущей способности эквивалентна задаче о максимуме функционала

$$J = \int_{R_0}^R \left(P + \frac{R_0^2 P_0}{R^2 - R_0^2} \right) z dz. \quad (2.2)$$

Функция P удовлетворяет уравнению

$$\frac{dP}{dz} = \alpha F(z, f'), \quad F(z, f') = - \frac{z^2 f'^2}{6 + c(zf')^2} \quad (2.3)$$

и краевыми условиями: $P(R_0) = P_0$, $P(R) = P_a$, $P_0 > P_a$. (2.4)

Поставленная задача решается как задача Лагранжа. При этом максимизируется функционал $\int_{R_0}^R \phi dz$, где

$$\phi = z(P + y) + X_1(z) \left[\frac{dP}{dz} - \alpha F(z, f') \right] + X_2(z) \frac{dH}{dz},$$

$X_1(z), X_2(z)$ - вспомогательные функции, $y = \frac{P_0 R_0^2}{R^2 - R_0^2}$.

Уравнения Эйлера-Лагранжа запишутся:

$$\frac{dX_1}{dz} = z, \quad \frac{dX_2}{dz} = z, \quad \frac{d}{dz} \left(X_1(z) \frac{\partial F}{\partial f'} \right) = 0. \quad (2.5)$$

С учетом условий трансверсальности функция $X_1(z)$ равна $X_1 = \frac{1}{2} z^2$, а третье уравнение (2.5) приводится к виду:

$$6 - c \left(z \frac{df}{dz} \right)^2 = 0.$$

Краевым условием (2.4) соответствует решение:

$$f = \sqrt{\frac{6}{c}} \operatorname{erfc} z + f_0. \quad (2.6)$$

Функция Вейерштрасса в этой задаче приводится к виду

$$E = - \frac{\alpha X_1 z \sqrt{\frac{6}{c}} (\sqrt{c} z f' - \sqrt{6})^2}{26 [6 + c(zf')^2]} \quad (\text{здесь}$$

функция сравнения обозначена \bar{f}).

Так как семейство логарифмических спиралей образует собственное поле, то условие $F \neq 0$ является достаточным условием сильного максимума функционала (2.2), и это условие выполняется.

На основе уравнения (2.1) выполнен расчет несущей способности опор закрытой конструкции с очертанием канавок по архимедовой спирали, дугам окружностей и отрезкам прямых. Сравнение несущей способности оптимальной опоры с отмеченными "технологическими" опорами иллюстрирует оптимальность очертания канавок по логарифмической спирали.

Задача 2. О максимуме несущей способности опоры открытой конструкции с нулевым расходом.

С помощью принципа максимума рассматривается эквивалентная задача о минимуме функционала $J = - \int_{z_0}^z P dz$, где P удовлетворяет уравнению (2.3) и крайним условиям: $P(R_0) = P(R) = P_0$. Переходим к "управлению" $u = z \frac{dz}{dz}$ и составляем функцию \mathcal{H} :

$$\mathcal{H} = -\psi \frac{\alpha z u}{\beta + cu^2} + Pz, \quad (2.7)$$

где $\psi(z)$ определяется из сопряженного уравнения и равна:

$$\psi(z) = -\frac{1}{2}(z^2 - z_0^2). \quad (2.8)$$

Запишем условие максимума функции \mathcal{H} :

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} = -\frac{\psi \alpha z (\beta - cu^2)}{(\beta + cu^2)^2} = 0. \quad (2.9)$$

Из условия (2.9) следует: (2.10)

Рассматривая (2.7) с учетом (2.10), получим оптимальную функцию u_0 :

$$u_0 = \sqrt{\frac{\beta}{c}} \operatorname{sign}(z - z_0), \quad (2.11)$$

где

$$z_0 = \sqrt{\frac{R_0^2 + R^2}{2}}.$$

Решению (2.11) соответствуют семейства логарифмических спиралей

$$\begin{aligned} \varphi &= -\sqrt{\frac{\beta}{c}} \ln z + \varphi_1, & \text{при } R_0 \leq z < z_0, \\ \varphi &= \sqrt{\frac{\beta}{c}} \ln z + \varphi_2, & \text{при } z_0 \leq z \leq R \end{aligned}$$

и конструкция опоры с шевронными канавками.

П. Вариационная задача для момента сил вязкого трения в торцовой опоре с канавками.

Получено выражение для величины момента сил вязкого трения в торцовой опоре с закрытым центром и с произвольным очертанием канавок по закону $\varphi = f(z)$.

Это выражение можно записать:

$$M = \frac{\pi \mu \omega R_0^4}{2h_0} + 2\pi \mu \omega \int_{R_0}^R z^3 \left[\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{1+t} + \frac{\alpha_3 t}{(1+t)(b+ct)^2} \right] dz, \quad (2.12)$$

где

$$t = \left(z \frac{df}{dz} \right)^2, \quad \alpha_1 = \frac{\lambda h_0 + (1-\lambda) h_k}{h_0 h_k},$$

$$\alpha_2 = \frac{3\lambda(1-\lambda)(h_k - h_0)^2}{h_0^3 \lambda + h_k^3 (1-\lambda)}, \quad \alpha_3 = \frac{3[\lambda(1-\lambda)(h_k - h_0)(h_k^2 - h_0^2)]^2}{h_0^3 \lambda + h_k^3 (1-\lambda)},$$

b, c — те же, что и в (2.1).

При выводе (2.12) использованы допущения теории "узких" канавок, а также накладываются ограничения на класс кривых $\varphi = f(z)$: 1) ориентация канавок, ограниченных по кривой $\varphi = f(z)$, должна соответствовать "нагнетанию" смазки к центру опоры; 2) не рассматривается случай радиальных прямых, когда $\frac{df}{dz} = 0$. На основании выражения (2.12) рассматривается вариационная задача о нахождении уравнения кривой $\varphi = f(z)$, для которой момент трения имеет экстремальное значение. Поставленная вариационная задача является задачей со свободными концами, уравнение Эйлера для нее приводится к виду:

$$S_1 t^2 + S_2 t + S_3 = 0, \quad (2.13)$$

где

$$S_1 = c [c - \lambda(1-\lambda)(h_k^2 - h_0^2)^2], \quad S_2 = 2bc,$$

$$S_3 = 6 [2\lambda(1-\lambda)(h_k^6 + h_0^6) + (2\lambda - 1)^2 c].$$

В области значений параметров λ, h_k, h_0 , для которой $S_1 < 0$ (в частности, в этой области находятся значения λ, h_k, h_0 из окрестности оптимума по несущей способности), уравнение (2.13) имеет единственный положительный корень $t_0 = \frac{b}{c} d_1 (1 + \sqrt{1 + d_2})$, $d_1 = -\frac{c}{S_1}, d_2 = -\frac{S_2 S_3}{S_1^2 c}$, которому с учетом условия "нагнетания" смазки к центру соответствует решение уравнения Эйлера в виде:

$$\varphi = \sqrt{t_0} \ln z + C \quad (2.14)$$

. Условие Лежандра на семействе (2.14) принимает вид

$$\frac{\partial^2 F}{(\partial f')^2} / t_0 = 2t_0 \alpha_2 \frac{2S_1 t_0 + S_2}{(8 + ct_0)^2 (1 + t_0)^2} < 0. \quad (2.15)$$

Полученное неравенство (2.15) показывает, что на семействе (2.14) момент трения имеет максимум. Из анализа вариационной задачи для момента трения следует: 1) задача об очертании канавок, доставляющем экстремум моменту трения, с исключением случая $\frac{df}{dt} = 0$ имеет единственное решение, и это решение доставляет моменту трения максимум; 2) в безусловной постановке и при отсутствии ограничений на угол наклона канавки в интервале $tg \theta > 0$ задача о минимуме момента не имеет решения. Полученные результаты свидетельствуют о том, что спиральные канавки, обеспечивающие достаточную несущую способность опоры, увеличивают по сравнению с гладкими поверхностями ее момент трения.

Г Л А В А Ш

ПРИБЛИЖЕННЫЙ АНАЛИЗ ОСЕВОЙ И ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ И ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СФЕРИЧЕСКОЙ ОПОРЫ СО СПИРАЛЬНЫМИ КАНАВКАМИ

I. Сферическая опора со спиральными канавками рассматривается с точки зрения анализа при различных параметрах опоры осевых и экваториальных характеристик в окрестности центрального равновесного положения шипа. Рассматривается сферическая опора, поверхность которой разделена по экватору на две симметричные части, и смазочный слой которой сообщается с окружающей средой по экватору и вблизи полюсов. Поверхность каждого из полусферических элементов содержит профилированную область с канавками и гладкую область уплотнительного пояска. Рассматривается тот случай расположения канавок на сфере, при котором суммарный поток смазки ориентирован от экватора к полюсу. Уравнение для распределения давления в профилированной области полусферического элемента получено по теории "узких" канавок. Для области уплотнительного пояска записывается обычное уравнение Рейнольдса для гладкой сферической опоры.

Выражение для зазора в гладкой области с общепринятой точностью записывается: $h = h_0 (1 + \xi \cos \psi + \epsilon \sin \psi \cos \psi)$, где h_0 - зазор в гладкой области при центральном положении шипа, ϵ - относительное смещение шипа в экваториальной плоскости, ξ - относительное осевое смещение шипа; координата ψ отсчитывается по экватору от проекции линии центров на экваториальную плоскость, ко-

ордината ψ отсчитывается по меридиану от полюса к экватору. Поперечный профиль канавки принят прямоугольным. С целью исследования в дальнейшем жесткости смазочного слоя в окрестности центрального положения шипа рассматриваем приближенное решение уравнений для давления по методу малых возмущений, ограничиваясь первым приближением. При этом функция безразмерного давления P ищется в виде

$P(\psi) = P_0(\psi) + \varepsilon P_1(\psi) + \varepsilon^2 P_2(\psi)$, где индекс $j = k$ относится к области с канавками, а индекс $j = n$ - к области поляска. При построении функций $P_j(\psi, \psi)$, следуя Осмену, решение представляется в виде гармонической функции $P_j(\psi, \psi) = K_j(N_j(\psi)/e^{-i\psi})$.

Нахождение приближенного распределения давления по поверхности подшипника, разделенной на гладкую и профилированную области, сводится к решению систем дифференциальных уравнений:

$$\sin \psi P_{0n} - \frac{d^2 P_{0n}}{d\psi^2} = P_0, \quad (3.1)$$

$$a_0^{(n)} \sin \psi P_{1n} - \frac{d^2 P_{1n}}{d\psi^2} + \Lambda_0 a_0^{(n)} \sin^2 \psi P_{1n} = P_1$$

с краевыми условиями: $P_{0n}(\psi_0) = P_{0n}(\frac{\pi}{2}) = 1$,
 $P_{1n}(\psi_0) = P_{1n}(\psi_1) = 0$;

$$\varepsilon_1 \frac{d^2 P_{1k}}{d\psi^2} + \varepsilon_2 P_{1k} + \varepsilon_3 = P_1, \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_4 \frac{d^2 P_{2k}}{d\psi^2} + \varepsilon_5 P_{2k} + \varepsilon_6 = P_2$$

с краевыми условиями: $P_{1k}(\psi_0) = P_{1k}(\frac{\pi}{2}) = 0$,
 $P_{2k}(\psi_1) = P_{2k}(\psi_2) = 1$;

$$\frac{d^2 H_n}{d\psi^2} + P_1 \frac{dH_n}{d\psi} + Q_1 H_n = P_2(\psi), \quad (3.3)$$

$$\frac{d^2 H_k}{d\psi^2} + P_2 \frac{dH_k}{d\psi} + Q_2 H_k = P_2(\psi)$$

с краевыми условиями: $H_n(\psi_0) = H_n(\frac{\pi}{2}) = 0$, $H_k(\psi_1) = H_k(\psi_2) = H_0$,

а также с дополнительным условием, полученным из приближенного рассмотрения условия неразрывности течения смазки на границе профилированной и гладкой областей:

$$G_1 - a_3^{(n)} G_2 - i \frac{a_2^{(n)}}{\sin \psi_1} H_0 = \frac{P_0}{\Lambda_0} \left(\frac{a_2^{(n)}}{a_3^{(n)}} - 5 \right) + \Lambda_0 \sin^2 \psi \left(\frac{a_4^{(n)} a_5^{(n)} - a_6^{(n)} a_7^{(n)}}{a_8^{(n)}} \right), \quad (3.4)$$

где: P_0, P_1 - постоянные интегрирования при выводе уравнений (3.1).

(3.2); $a_0^{(n)}, a_3^{(n)}, a_6^{(n)}$ - постоянные коэффициенты, зависят от параметров

канавок $\lambda, \mu, \kappa, \eta$; $S_1, S_2, S_3, C_1, C_2, C_3$ - функции ψ , содержащие в своих выражениях решение системы (3.1); $P_1(\alpha), \theta_1(\alpha), f_1(\alpha)$ - комплексные функции ψ , связанные с решением системы (3.1);

$A_0, A_1, G_1 = \frac{dN_1}{d\psi} / \psi, G_2 = \frac{dN_2}{d\psi} / \psi$ - неизвестные величины, которые следует определить из решения краевых задач (3.1), (3.2), (3.3).

Решение краевой задачи для систем (3.1) и (3.2) организуется сведением к задаче Коши, дополненной итерационным поиском неизвестных g_0, g_1, A_0, A_1 . Подобный подход применяется и к решению системы (3.3), однако приводит в этом случае к большим затратам машинного времени. С целью выполнения в дальнейшем удобного многовариантного счета для приближенной оценки оптимальных параметров опоры организуется приближенное решение системы (3.3), удовлетворяющее краевым условиям и соотношению (3.4). При этом с введением величин G_1, G_2 рассматривается задача Коши для уравнений (3.3), которая заменяется эквивалентной задачей разрешения интегральных соотношений:

$$y(\psi) = - \int_{\psi_1}^{\psi} [P_1 + g_1(\psi-s)] y(s) ds + F_1(\psi),$$

$$N_1 = \int_{\psi_1}^{\psi} (\psi-s) y(s) ds + \Phi_1(\psi),$$

$$z(\psi) = - \int_{\psi_1}^{\psi} [P_2 + g_2(\psi-s)] z(s) ds + F_2(\psi),$$

$$N_2 = \int_{\psi_1}^{\psi} (\psi-s) z(s) ds + \Phi_2(\psi).$$

Последняя задача решается приближенно с учетом краевых условий и соотношения (3.4) по методу конечных сумм. При этом численное решение исходной задачи для системы (3.3) сводится к решению системы алгебраических уравнений, которое выполняется на ЭЦВМ по стандартным программам с хорошим быстродействием. Сравнение такого приближенного решения с решением по методу, содержащему итерационный поиск недостающих начальных данных, подтверждает применимость приближенного решения.

2. Безразмерные коэффициенты жесткости вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} K_3 &= - \left[\int_{\psi_2}^{\psi_1} P_{1k} \sin \psi \cos \psi d\psi + \int_{\psi_2}^{\psi_1} P_{1k} \sin \psi \cos \psi d\psi \right], \\ K_2 &= - \frac{1}{2} \left[\int_{\psi_2}^{\psi_1} \operatorname{Re} N_1 \sin^2 \psi d\psi + \int_{\psi_2}^{\psi_1} \operatorname{Re} N_2 \sin^2 \psi d\psi \right], \\ K_3 &= \frac{1}{2} \left[\int_{\psi_2}^{\psi_1} \operatorname{Im} N_1 \sin^2 \psi d\psi + \int_{\psi_2}^{\psi_1} \operatorname{Im} N_2 \sin^2 \psi d\psi \right], \end{aligned} \quad (3.5)$$

где K_x - коэффициент осевой жесткости; K_2 - коэффициент составляющей жесткости в направлении, параллельном проекции шипа на экваториальную плоскость; K_3 - коэффициент составляющей жесткости в направлении на экваториальной плоскости, перпендикулярном проекции смещения шипа на экваториальную плоскость. Для определения размерных значений жесткости следует коэффициенты K_x, K_2, K_3 умножить на величину $\frac{2\pi P_0 R^2}{K_0}$.

Угол положения опоры вычисляется по формуле

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{K_3}{K_2} \quad (3.6)$$

3. Оптимальные параметры опоры определены согласно критериям: 1) максимальной осевой жесткости (K_x); 2) максимального коэффициента экваториальной жесткости (K_2); 3) минимального угла положения опоры ($|\phi|$).

Расчет оптимальных параметров выполнялся для сферической опоры, разделенной по экватору на симметричные полусферические элементы с рабочей областью 60° ($\psi_2 = 30^\circ$), при числах $A_0 = 5, 10, 20, 50$. Варьировались следующие параметры: угол наклона канавки θ , относительная ширина канавки λ , относительная глубина канавки

$\gamma_0 = \frac{\delta}{K_0 + \delta}$, положение границы ψ_1 области пояска и области с канавками. Целевые функции определяются выражениями (3.5), (3.6) и вычисляются с применением методов, описанных выше. Нахождение максимума K_x, K_2 и минимума $|\phi|$ выполнялось методом покоординатного спуска с постоянным шагом. Оптимальные параметры определены с точностью до величин шагов: $\Delta \psi_1 = \pm 1,5^\circ$; $\Delta \theta = \pm 4^\circ$; $\Delta \lambda = \pm 0,05$; $\Delta \gamma_0 = \pm 0,05$. Основные результаты приближенного определения оптимальных параметров приведены в таблицах I + 8.

Параметры, доставляющие $\max K_x$. Таблица I.

A_0	ψ_1	θ	γ_0	λ
5	40°	70°	0,7	0,5
10	40°	70°	0,7	0,55
20	40°	70°	0,7	0,6
50	40°	70°	0,7	0,6

Таблица 2.

Параметры, доставляющие $\max K_2$.

A_0	ψ_1	θ	γ_0	λ
5	$59^{\circ},5^{\circ}$	62°	0,55	0,5
10	58°	58°	0,55	0,5
20	$56,5^{\circ}$	58°	0,55	0,55
50	55°	54°	0,6	0,65

Таблица 3.

Параметры, доставляющие $\min |\phi|$.

A_0	ψ_1	θ	γ_0	λ	$\min \phi $
5	55°	58°	0,55	0,55	$\approx 28,5^{\circ}$
10	55°	58°	0,55	0,55	$\approx 19^{\circ}$
15	$56,5^{\circ}$	60°	0,6	0,65	$\approx 9^{\circ}$
20	55°	66°	0,6	0,75	$\approx 4^{\circ}$
50	$47,5^{\circ}$	66°	0,5	0,65	$\approx 0^{\circ}$

В окрестности точки, доставляющей $\min |\phi|$ при $A_0 = 50$ функция ϕ меняет знак. В этом случае становится достижимым требование нулевого угла поворота. Сравнение значений K_1, K_2 при одинаковых параметрах $\theta, \gamma_0, \lambda$ и различных A_0 показывает, что в диапазоне $A_0 \leq 50$ зависимость $K_2(A_0)$ незначительно отклоняется от линейной, поэтому при расчете K_2 можно не учитывать снимаемость смазки в рамках используемой теории "узких" канавок; зависимость $K_2(A_0)$ при значениях $A_0 > 30$ отклоняется от линейной аппроксимации более существенно, поэтому использование нелинейных уравнений распределения давления в этом случае имеет смысл. Полученные результаты оптимизации показывают, что выбором параметров канавок можно эффективно уменьшать угол положения и приближать спору к равновесной. При этом удельные результаты достигаются при параметрах, существенно стлечающихся от обычно используемых, полученных из условия максимальной осевой жесткости.

Г Л А В А I V

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСУЩЕЙ
СПОСОБНОСТИ ТОРЦОВОЙ ОПОРЫ СО СПИРАЛЬНЫМИ
КАНАВКАМИ

Предметом экспериментального исследования была торцовая оп

ра для турбомашин с диаметром 98 мм, глубиной канавки $40 + 70_{\text{мк}}$, рабочим диапазоном изменения зазора в гладкой области $6 + 30_{\text{мк}}$ и скоростью вращения до 80 000 об/мин. В отличие от "микропор", исследуемых в экспериментах Стеранки, Джеймса и Поттера, числа Рейнольдса ($Re = \frac{\omega R^2}{\nu}$) для проведенных параметров опоры, применяемой в турбомашинах, имеют порядок $10^{-2} + 1$, отношение зазоров h_1/h_0 может быть ~ 10 . В этом случае следует ожидать существенного проявления инерционных эффектов в смазочном слое, а расчет таких опор методами, основанными на уравнениях Рейнольдса, может содержать большие погрешности. Таким образом, применение опоры с канавками в турбомашинах требует дополнительного исследования ее характеристик. Настоящая экспериментальная работа близка по испытанным моделям к работе японских авторов *Atsusuke Tataga* и др., выполненной, по-видимому, почти одновременно с нашей работой. В отличие от работы японских авторов нами были исследованы опоры закрытой конструкции. При этом получены более подробные результаты по исследованию зависимости несущей способности от различных параметров опоры - сравниваются опоры с различными углами наклона спирали, очерчивающей канавку, с различным числом канавок, исследована зависимость несущей способности от скорости вращения.

2. Экспериментальная установка содержит горизонтальный вал, вращающийся в газовых опорах с внешним нагнетанием смазки. Гладкая деталь исследуемой торцевой опоры изготовлена заодно с валом. Профилированная деталь установлена в кардановом подвесе, наружное кольцо которого жестко связано с основанием установки. Осевая нагрузка создается пневмопоршнем. Зазор в опоре измеряется емкостным методом, погрешность измерения зазора не превышает $1_{\text{мк}}$. Давление воздуха в зазоре измеряется ртутным и водяным манометрами. Все исследуемые подшипники выполнены из графита и имеют уплотняющую площадку диаметром 58 мм. Канавки, очерченные по логарифмическим спиралям, нарезаны на координатно-фрезерном станке. При этом отклонение глубины канавки от номинального значения, которое фиксируется в опытных результатах, не превышает $\pm 5_{\text{мк}}$ в разных точках на поверхности подшипника. Подшипники с очерчиванием канавок по дугам окружностей обрабатаны и профилированы на координатно-расточном станке, имеют отклонение от плоскостности и отклонения глубины канавки, не превышающие $2_{\text{мк}}$.

3. Основные результаты экспериментальной работы:

а) Для исследования влияния угла наклона канавки на несущую способность опоры были испытаны четыре подшипника: подшипник с ра-

диальными канавками (угол $\theta = 0$) и подшипники с канавками, очерченными по логарифмическим спиралям $\theta = 35^\circ$, $\theta = 70^\circ$, $\theta = 80^\circ$. Эти подшипники имели одинаковое число канавок $N=10$ и одинаковую глубину канавки $\delta = 70 \mu\text{м}$. Подшипник с радиальными канавками обнаружил плохую работоспособность. Очертание канавки по логарифмической спирали даже при небольших углах наклона спирали обеспечивает опоре работоспособность при всех режимах испытаний. Это наблюдалось в опытах с опорой, у которой угол наклона спирали $\theta = 35^\circ$. Увеличением угла наклона спирали до $\theta = 70^\circ$ и $\theta = 80^\circ$ несущая способность опоры была существенно увеличена. Некоторые типичные из полученных экспериментальных зависимостей $F(\theta)$ приведены на рис. 1. Кривые на рис. 1 построены условно штриховыми линиями на основе представления о том, что при $\theta = 90^\circ$ (кельцевые канавки) несущая способность равна нулю и такого практического обстоятельства, что изготовление подшипников с $\theta > 80^\circ$ при той же протяженности профилированной области и при $N=10$ обычными механическими средствами затруднительно. Таким образом, можно приближенно принять, что для практических опор оптимальный угол θ близок к 80° .

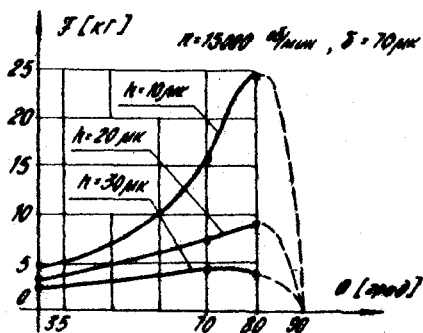


Рис. 1

б). Зависимость несущей способности от скорости вращения $F(n)$, измеренная при фиксированном h , подобна зависимости несущей способности от параметра Λ_0 , который часто называют параметром сжимаемости. Характер зависимости $F(\Lambda_0)$ для опор с канавками, работающих с газовой смазкой, еще недостаточно изучен. Представляет интерес получение экспериментальной зависимости для возможно больших значений n . Исследование зависимости было выполнено для подшипников с параметрами: $\theta = 70^\circ$, $N=10$ канавок, $\delta = 70 \mu\text{м}$. Для получения достоверной зависимости $F(n)$

при максимально достижимых на данной установке скоростях и больших нагрузках следовало избегать искажений зазора, вызванных силовыми и тепловыми деформациями подшипника. Для этого корпус подшипника был усилен весьма жесткой плитой, опыты проводились достаточно быстро и не допускалось нагрева деталей опоры. Для контроля искажений зазора измерение зазора выполнялось в 3-х точках, расположенных на различных расстояниях от центра опоры. Разница показаний датчиков зазора не превышала 2 мк . Опытные данные приведены на рис.2.

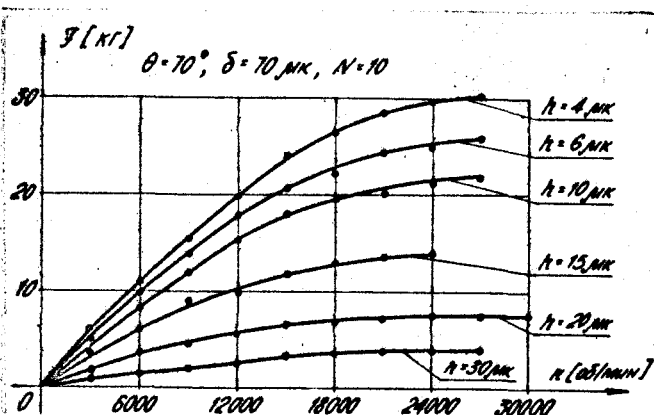


Рис. 2

В диапазоне изменения скоростей до $n = 27000$ об/мин и при зазорах $h \leq 10 \text{ мк}$ наблюдается монотонное возрастание несущей способности $F(n)$, при зазорах $h \geq 20 \text{ мк}$ и при скоростях $n \geq 18000$ об/мин наблюдается участок $F(n)$, близкий к асимптотическому. С уменьшением зазора h в гладкой области подшипника, т.е. с увеличением отношения δ/h квазилинейный участок $F(n)$ удлиняется. Если подсчитать Λ_0 по формуле $\Lambda_0 = \frac{6\mu n R^2}{P_0 h^3}$, то заметим, что при изменении h от 30 мк до 10 мк протяженность квазилинейного участка зависимости $F(\Lambda_0)$ увеличивается от $\Lambda_0 \approx 3$ до $\Lambda_0 \approx 30$. Можно привести некоторые сравнения с результатами расчета по теории "узких" канавок.

Таблица 4.

N об/мин	λ мк	λ_0	$f_{\text{эксп}}$ от/м	$f_{\text{расчет}}$	$\frac{f_{\text{эксп}} - f_{\text{расчет}}}{f_{\text{расчет}}}$ %
6000	10	17,64	8,4	9,8	11%
9000	10	27,46	12	14	17%
15000	10	44,10	18	23,4	23%
6000	20	4,42	3,8	5,6	47%

С уменьшением $\lambda < 10$ мк расхождение результатов эксперимента и расчета уменьшается, а с увеличением $\lambda > 10$ мк расхождение результатов увеличивается. Сравнение результатов расчета и эксперимента в значительной степени формально вследствие отмеченных выше отличий экспериментальной и расчетной моделей. Однако полученные результаты дают основание предположить, что для рассматриваемого типа подшипника при $f \gg 5$ и при $\lambda_0 \approx 30$ в области квазилинейного участка $f(\lambda)$ ($f(\lambda_0)$) несущую способность можно приближенно рассчитывать по формулам теории "узких" канавок. В области же больших скоростей ($N \gg 13000$ об/мин), когда зависимость $f(\lambda)$ становится существенно нелинейной, расчет по приближенной теории Уиппла приводит к большим погрешностям.

в). Измерена несущая способность подшипников с канавками постоянной ширины, очерченными по дугам окружностей и с различным числом канавок $N = 10, 20, 30$. Результаты испытаний показывают, что отличие значений несущей способности подшипников с числом канавок 10, 20 и 30 несущественны.

г). Измерены эпюры давления в окружном и радиальном сечениях зазора споры. Эпюры давления в окружном направлении для экспериментальных опор с $\delta = 70$ мк показывают, что при $\frac{N}{\lambda} = 10$ и $N \gg 20000$ об/мин в окрестности границы канавки и выступа происходит весьма быстрое изменение давления, которое можно аппроксимировать ступенчатым. С увеличением стисновения $\frac{\delta}{\lambda}$ и с ростом скорости вращения этот эффект, напоминающий эффект Бернулли, увеличивается. При соизмеримых δ и λ и умеренных скоростях описанный эффект не наблюдается. Измерение радиальных эпюр давления обнаруживает краевой эффект - образование области разрежения газа вблизи внешней границы подшипника. Ярко выраженный краевой эффект наблюдался у подшипников с канавками, имеющими угол наклона $\theta = 35^\circ$. В подшипнике с $\theta = 70^\circ$ наблюдались малые разрежения, не превышающие 0,001 атм. В подшипнике с $\theta = 80^\circ$ в соответствующей области разрежения не обнаружены.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Решенные в работе задачи теории и расчета опор с газовой смазкой объединяются общим направлением – оптимизацией. Задачи оптимизации решены с применением математических методов оптимизации непрерывных и дискретных систем. Получены следующие результаты:

1. Сформулирована общая вариационная задача оптимизации формы смазочного слоя для случаев аппроксимации течения смазки плоским течением.

2. С помощью принципа максимума построено решение вариационной задачи о максимуме несущей способности одномерной опоры скольжения. Выполнен численный анализ параметров оптимальной опоры, имеющей кусочно-непрерывный профиль зазора.

3. В локальной постановке решены вариационные задачи о максимуме жесткости опоры с внешним нагнетанием смазки, снабженной ограничителем расхода и карманом. Рассмотрены случаи плоской и осесимметричной задач. Получен общий результат: максимум жесткости достигается при вогнутой поверхности пяты торцовой опоры. Рассмотренные задачи относятся к вопросу об использовании криволинейных поверхностей в торцовых опорах с внешним нагнетанием смазки.

4. Решены вариационные задачи об оптимальном очертании канавок, доставляющим максимум несущей способности, для профилированных торцовых опор открытой и закрытой конструкции с нулевым расходом. Из решения вариационных задач следует, что очертание канавки по логарифмической спирали является оптимальным в опоре закрытой конструкции; в опоре открытой конструкции оптимальное очертание осевой линии канавки определяется кусочно-гладкой функцией, состоящей из участков логарифмических спиралей, и соответствует схеме опоры с шевронными канавками. Полученное решение иллюстрируется численными результатами сравнения по несущей способности оптимальной опоры с опорами, канавки которых очерчены по "технологичным" кривым – архимедовой спирали, дугам окружностей и отрезкам прямых.

5. Из рассмотрения вариационной задачи об экстремуме момента трения следует, что в безусловной и локальной постановке эта задача имеет единственное решение, доставляющее моменту трения максимум. Задача о максимуме момента трения в такой постановке не имеет решения, и это связано с тем, обстоятельством, что "спиральные" канавки, обеспечивающие удовлетворительные несущую способность и

жесткость опор, увеличивает момент сил вязкого трения опоры.

6. Рассмотрена задача об определении осевой и экваториальной жесткости и статического угла положения в окрестности центрального равновесного положения шипа для сферической опоры со спиральными канавками.

7. Определены оптимальные параметры сферической опоры открытой конструкции, удовлетворяющие условиям: 1) максимальной составляющей экваториальной жесткости; 2) минимального угла положения. Показано, что совокупности параметров, удовлетворяющих этим критериям существенно отличаются от совокупности параметров, доставляющих максимум осевой жесткости. Это подтверждает необходимость исследования как осевой, так и экваториальной жесткости с учетом геометрических свойств поверхности для опор, которые должны воспринимать произвольно ориентированную нагрузку. Полученные результаты минимизации угла положения показывают, что для каждого Λ_0 существует единственное решение задачи о $\min |\phi|$ и что при использовании параметров канавок, удовлетворяющих $\min |\phi|$, можно эффективно уменьшать угол положения опоры. В частности, для достаточно больших Λ_0 ($\Lambda_0 \approx 50$) существуют совокупности параметров канавок, обеспечивающие нулевой угол положения опоры. Эти результаты имеют приложения к способам улучшения динамических характеристик профилированных опор.

Выполнено экспериментальное исследование несущей способности торцовых опор для турбомашин с диаметром 98 мм и глубиной канавки $40 + 70_{\text{мк}}$. Из анализа опытных данных следуют выводы:

1. Для получения наибольшей несущей способности канавки на поверхности подшипника следует выполнить очерченными по логарифмической спирали с углом наклона к радиусу $\theta \approx 80^\circ$.

2. Значение несущей способности подшипников с числом канавок 10, 20, 30 близки, поэтому увеличение числа канавок больше 10 в практических опорах нецелесообразно.

3. Зависимость несущей способности от скорости вращения (от числа $\Lambda_0 = \frac{6,28 n R^2}{r_0 h^2}$) имеет начальный участок, близкий к линейному, ограниченный небольшими скоростями вращения. При этом при больших зазорах в области гладкой части подшипника ($h = 20 + 30_{\text{мк}}$), квазилинейный участок ограничен значениями скорости $6000 + 9000 \text{ об/мин}$ ($\Lambda_0 \approx 2 + 5$), а при зазорах $h < 10_{\text{мк}}$ - значениями скорости

15000 + 18000 об/мин ($\lambda_0 \approx 80$). В области квазилинейной зависимости $\mathcal{F}(\lambda)$ ($\mathcal{F}(\lambda_0)$) допустим приближенный расчет несущей способности по формулам теории "узких" канавок.

При скоростях $\lambda \gg 20000$ об/мин зависимость $\mathcal{F}(\lambda)$ становится существенно нелинейной, в частности, при $\lambda = 20 + 80$ об/мин наблюдается участок зависимости $\mathcal{F}(\lambda)$, близкий к асимптотическому. В этом случае расчет несущей способности по приближенной теории неприменим.

4. Измерение эпюр давления в окружном направлении обнаруживает при $\lambda/\lambda_0 = 10$ и $\lambda \gg 20000$ об/мин проявление эффекта, подобного эффекту Бернулли. Этот опытный результат дает основание предположить, что в окрестности ступенчатого изменения толщины слоя смазки при таких режимах работы споры существенными становятся инерционные эффекты, которые обычно в теоретических исследованиях не учитываются. Измерение радиальных эпюр давления обнаруживает краевой эффект, проявляющийся в наличии области разрежения воздуха вблизи внешней кромки подшипника. Для подшипников с канавками, очерченными по спиралям $\theta = 70^\circ$, $\theta = 80^\circ$ краевой эффект оказывается незначительным - измеренные разрежения наблюдались в узкой периферийной области подшипника и не превышали 0,001 атм.

Основное содержание диссертации отражено в следующих опубликованных работах:

1. Момент трения плоской опоры с канавками. Изв. ВУЗов, "Машиностроение", 1972, № 4 (совместно с Г.А. Завьяловым).

2. Торцовая опора с оптимальным очертанием канавок. АН СССР, "Машиноведение", 1973, № 1 (совместно с Г.А. Завьяловым).

3. Приближенное решение задачи о распределении давления в слое газовой смазки сферического подшипника с канавками. Сб. научных трудов ЧПИ, № 101, Челябинск, 1971.

4. Приближенный расчет осевой и радиальной жесткости сферической опоры со спиральными канавками. Сб. научных трудов ППИ, № 109, Пермь, 1972.

5. Плоские опоры с канавками. Сб. научных трудов ЧПИ № 101, Челябинск, 1971. (совместно с Г.А. Завьяловым, В.А. Медведевым, А.М. Куриловым).

6. Экспериментальное исследование нагрузочных характеристик упорного подшипника со спиральными канавками. Доклады на Всесоюзном

ном совещании по проблемам развития газовой смазки, ч.П, Москва, 1972 (совместно с А.А. Лохматовим).

7. Основные принципы газовой смазки и проблема оптимизации опор. Доклады на Всесоюзном совещании по проблемам развития газовой смазки, ч. I, Москва, 1972 (совместно с Г.А. Завьяловим, Р.Я. Улицким).

Результаты работ были доложены на:

1. Всесоюзном совещании по проблемам развития газовой смазки, Москва, 1972.

2. III Всесоюзной научно-технической конференции по компрессостроению, Казань, 1971.

3. Семинаре по газовой смазке опор турбомашин в ЛенВВМИУ, Ленинград, 1971.

Летина
5/18 1981.

/ Летина /