УДК 62-50

О ВЫБОРЕ МАКСИМАЛЬНОГО ПЕРИОДА ДИСКРЕТНОСТИ В ЧАСТОТНОМ МЕТОДЕ СИНТЕЗА ЦИФРОВОЙ САР

Г.В. Зырянов

ON THE SELECTION OF MAXIMUM PERIOD OF DISCRETIZATION DURING FREQUENCY SYNTHESIS OF A DIGITAL CONTROLLER

G.V. Ziryanov

Рассматривается задача синтеза цифровой (микропроцессорной) САР частотным методом при неизвестном заранее значении периода дискретности по времени Го-Предлагается простой и эффективный итерационный метод, который позволяет за малое число шагов расчета определить наибольшее (из допустимых) значение периода дискретности при невысоком порядке цифрового корректирующего устройства.

Ключевые слова: период дискретности, частотные методы, синтез цифровой САР

The problem of synthesis of a digital (microprocessor) controller using frequency method with unknown discretization period value discrete time T_0 is considered. A simple and efficient iterative method, which allows for a small number of steps of calculation to determine the greatest (allowable) value for the discreteness at a low order digital correction device is proposed.

Keywords: discretization period, frequency methods, digital controller synthesis.

Переход от супервизорного к прямому (непосредственному) цифровому управлению является современной тенденцией развития и совершенствования способов и средств управления сложными техническими объектами. При этом цифровые (микропроцессорные) САР являются подсистемами нижнего (исполнительного) уровня в составе многоуровневых САУ, где происходит наиболее быстрое и интенсивное взаимодействие непрерывного *объекта управления* (ОУ) с цифровой управляющей частью. Необходимая при этом скорость (частота) информационного обмена зависит как от инерционных свойств ОУ, так и от заданных требований к показателям качества САР Исходя из ограничений на быстродействие *микропроцессорного вычислительного устройства* (МП ВУ), эту частоту следует выбирать возможно меньшей, а соответствующий шаг дискретизации по времени (период повторения программы) T_0- по возможности наибольшим. Очевидно также, что с целью «разгрузки» МП ВУ, нужно при динамическом синтезе ЦСУ стремиться к получению наиболее простого по сложности и объёму вычислений алгоритма управления.

Период (шаг) дискретизации T_0 является весьма специфическим и важным параметром ЦСУ, так как от него зависят сложным, *трансцендентным* образом многие из коэффициентов дискретной модели «неизменяемой части» разомкнутой не скорректированной САР, а следовательно и показатели качества. Поэтому синтез цифрового алгоритма управления в общем виде, *при неизвестном* заранее значении T_0, оказывается возможным лишь в простейших, не имеющих практического значения случаях.

Обычно, в соответствии с какими-либо рекомендациями, задают конкретное значение T_0, а затем аналитическим или частотным методом динамического синтеза ЦСАР определяют передаточную функцию цифрового корректирующего устройства $W_{цку}(z)$. При необходимости (например, получен слишком сложный вид $W_{цку}(z)$, не выполняются ограничения на показатели качества и др.) расчет повторяют многократно для других, измененных значений T_0 до получения компромиссного, приемлемого для практической реализации результата.

Существуют различные рекомендации по выбору величины T_0 при синтезе ЦСАР. Так, например, в [2] рекомендовано, в качестве начального приближения, частоту дискретизации $\omega_0=2\pi/T_0$ назначать *примерно* в шесть раз больше частоты среза непрерывной части ЦСАР. А в методе *аналогового прототипа* [1], используемом для «переоборудования» непрерывной САР в цифровую, шаг дискретизации по времени назначается из условия $T_0 \le 2\delta\varphi_з/\omega_{ср}$. Здесь $\omega_{ср}$ - это частота среза, $\varphi_з$ - запас устойчивости по фазе (в радианах) для

Зырянов Георгий Валентинович - кадц. техн. наук, доцент кафедры систем управления ЮУрГУ; su@su.susu.ac.ru

Ziryanov Georgy Valentinovich - PhD, associate professor of Control systems department of SUSU; su@su.susu.ac.ru

аналоговой системы-прототипа, δ - допустимая величина относительного *уменьшения* запаса по фазе ЦСУ по сравнению с прототипом (например, δ=0,1). Передаточная функция $W_{цку}(z)$ получается из передаточной функции непрерывного корректирующего устройства $W_{нку}(p)$ в результате замены переменной $p = 2(z-1)/(T_0(z+1))$.

Если полученная величина T_0 оказалась слишком малой, а $W_{цку}(z)$ - сложным для реализации, то для расчета $W_{цку}(z)$ при большем (или максимальном) значении T_0 следует применять методы теории дискретных САР [2, 3]. Однако эти методы также предполагают значение T_0 заданным и поэтому не дают конструктивного и удобного для практического применения способа расчета наиболее простого выражения для $W_{цку}(z)$ при *максимально возможном* значении T_0.

Следует заметить, что эта задача логически противоречива, так как для расчета ЦКУ необходимо знать численное значение T_0, а для определения максимально возможной величины T_0 необходимо знать значения всех параметров дискретной модели приведенной непрерывной части ЦСУ, которые в свою очередь, зависят от величины T_0. Поэтому такая задача, являясь важной и актуальной, может быть решена только (исключая тривиальные случаи) итеративным способом на основе некоторого эвристического (математически не обоснованного, приближенного) правила, позволяющего на каждом шаге итерации целенаправленно формировать вид передаточной функции $W_{цку}(z)$, значения ее параметров и величину T_0.

Формально, это будет задача минимизации сложности (порядка) $W_{цку}(z)$ при условии максимизации величины T_0 и заданных ограничениях на показатели качества ЦСАР.

1. Описание метода решения задачи

Предлагаемый метод совмещает итерационный выбор возможно большего значения T_0 с определением минимально необходимого порядка и вида передаточной функции $W_{цку}(z)$. Он основан на многошаговом усложнении выражения для $W_{цку}(z)$ и уточнении величины T_0 на каждом итерационном шаге. Количество таких шагов обычно невелико и зависит от порядка передаточной функции $W_0(p)$ для заданной непрерывной части ЦСУ, от количества и значений ее «малых» постоянных времени. Не являясь математически строго обоснованным, а скорее всего эвристическим приемом, он позволяет быстро и эффективно выполнять расчеты передаточной функции $W_{цку}(z)$ при наибольшем (из допустимых) значении T_0.

Поскольку предлагаемый метод относится к частотным методам, ориентированным на применение логарифмических характеристик, то далее вместо передаточных функций $W_i(z)$ будем использовать *преобразованные* передаточные функции $W_i(u)$, получаемые из $W_i(z)$ в результате подстановки $z = (2+uT_0)/(2-uT_0)$. Кроме того, вместо циклической частоты ω далее будем рассматривать абсолютную псевдочастоту $\lambda=(2/T_0)tg((\omega T_0/2)$, считая $\lambda \approx \omega$ для $\omega<2/T_0$. Метод относится к приближенным и основывается на следующих предположениях:

1) псевдочастота среза для скорректированной разомкнутой цифровой системы $\lambda_{ср}<2/T_0$. Это условие не является слишком стеснительным, поскольку в подавляющем большинстве случаев оно является *необходимым* для обеспечения устойчивости и запасов устойчивости ЦСУ,

2) псевдочастотная ЛАХ для скорректированной системы в окрестности $\lambda_{ср}$ имеет «симметричный» вид с типовым наклоном среднечастотной асимптоты, равным -20 дБ/дек;

3) непрерывная часть системы с передаточной функцией $W_0(p)$ не содержит колебательных и форсирующих звеньев, у которых частоты сопряжения ω_i (величины, обратные постоянным времени T_i) расположены в окрестности частоты (псевдочастоты) среза $\lambda_{ср}$ или правее ее;

4) выражение для $W_0(p)$ не содержит неминимально-фазовых или неустойчивых множителей.

Особенностью метода является то, что для высокочастотного диапазона *желаемые* логарифмические псевдочастотные характеристики (ЛПЧХ) системы *не строятся,* а вместо этого на каждом шаге расчета изменяется передаточная функция $W_{цку}(u)$ и значение T_0 таким образом, чтобы обеспечить требуемую величину *показателя колебательности М.* Необходимые для этого проверки на очередном шаге расчета осуществляются с помощью *приближенного* неравенства В.А. Бесекерского относительно «малых» постоянных времени непрерывной части $T_i^н < T_0/2$.

Важно отметить, что рассматриваемый здесь метод *не требует* предварительного определения аналитических выражений для передаточной функции дискретного звена приведенной непрерывной части (ДЗ ПНЧ) и это делает задачу синтеза *последовательного* цифрового корректирующего устройства ненамного сложнее аналогичной задачи для непрерывной системы. Определение $W_{цку}(u)$ и расчет требуемого значения T_0 при этом проводится в следующей последовательности:

1. Строится асимптотическая ЛАХ $L_0(\omega)$, соответствующая $W_0(p)$.

2. По требованиям точности и запаса устойчивости (точно так же, как это делается в [3] для непрерывной системы) строится *низкочастотная* часть «симметричной» желаемой ЛАХ и *начальная* часть ее *среднечастотной асимптоты* с типовым наклоном, равным -20 дБ/дек, до *граничной* псевдочастоты $\lambda g \approx \lambda ср(1+M^{-1})$. Здесь также считается, что $\lambda \approx \omega$. Эта псевдочастота задает *нижний* предел для величины $2/T_0$, которой соответствует максимально возможный шаг дискретности $T_0^{max} = 2/\lambda_g$. Окончательное значение шага дискретности по времени T_0 будет всегда меньше этой величины.

3. Для этого же частотного диапазона (0; λ_g) строится *частичная* асимптотическая ПЧ ЛАХ ЦКУ. Это будет разность желаемой и исходной (обычно с выбранным по требованиям точности значением коэффициента усиления *K)* ЛАХ. Для нее определяется соответствующее выражение частичной (первоначальной) передаточной функции $W_1(u)$, в котором порядок числителя будет всегда *больше* порядка знаменателя.

4. Ориентируясь на получение наиболее простого физически реализуемого ЦКУ, его передаточную функцию сначала назначают в виде произведения $W_{цку}(u)=W_1(u)\cdot W_2(u)$, где *дополнительный* множитель $W_2(u)=\prod\limits_i 1/(1+uT_i^{д})$ вводится для выравнивания порядков числителя и знаменателя передаточной функции $W_{цку}(u)$.

5. Постоянные времени $T_i^{д}$, а также «малые» постоянные времени $T_i^{н}$ в составе $W_0(p)$ непрерывной части включают в левую часть условия В.А. Бесекерского

$$\frac{T_0}{2}+\sum_i T_i^{н}+\sum_i T_i^{д}\le\frac{1}{\lambda_{ср}}\frac{M}{M+1}. \qquad (1)$$

Значения всех $T_i^{д}$ и $T_0/2$ здесь выбирают так, чтобы условие (1) выполнялось для всех $T_i^{н}<T_0/2$. Если это удается сделать и значение T_0 не слишком мало, то расчет ЦКУ и выбор T_0 можно считать законченным. В противном случае, получившееся выражение для $W_{цку}(u)$ усложняют еще одним дополнительным сомножителем вида $W_i(u)=(1+uT_{i\max}^{н})/(1+uT_{i\max}^{д})$. Он *приближенно* компенсирует влияние на запас устойчивости по фазе наибольшей из числа «малых» постоянных времени непрерывной части $T_{i\max}^{н}$, а $T_{i\max}^{д}$ «подменяет» ее в неравенстве В.А. Бесекерского (1). Далее, значения $T_0/2$, $T_i^{д}$ и $T_{i\max}^{д}$ снова выбирают из условия (1). Разумеется, что «скомпенсированная» таким образом постоянная времени $T_{i\max}^{н}$ из дальнейших проверок исключается. Если при этом удается назначить $T_0/2>T_i^{н}$, то расчет ЦКУ считается законченным. В противном случае эта же процедура применяется для следующей по величине «малости» постоянной времени среди $T_i^{н}$ Тогда выражение для $W_{цку}(u)$ усложнится еще на один дополнительный множитель и т.д.

Необходимо отметить, что значения постоянных времени $T_i^{д}$ и $T_{i\max}^{д}$ в выражениях для *дополнительно* вводимых сомножителей в составе передаточной функции $W_{цку}(u)$ можно изменять в нужную сторону на любом шаге расчета.

2. Пример применения метода

Для иллюстрации особенностей предлагаемого метода рассмотрим расчет ЦСУ, предназначенной для воспроизведения с максимальной допустимой относительной ошибкой $e_{отн}$ задающего сигнала ДО при следующих исходных данных:

$$W_0(p)=\frac{K}{p(1+pT_a)(1+pT_b)},$$

где T_a= 0,11 с; T_b= 0,009 с; $M\le 1{,}265$; $e_{отн}$= 0,0058; $\dot{X}_{\max}$ =1,7 В/с; $\ddot{X}_{\max}$ = 2,9 В/с^2.

Решение. Начальные этапы расчета ЦСУ, связанные с построением участков желаемой ПЧ ЛАХ, расположенных *левее* $\lambda_{ср}$, выполняются без учета дискретизации по времени. При этом используется метод В.А. Бесекерского и замена *X(t)* на «эквивалентный гармонический сигнал» [3].

В этом частотном диапазоне будем ориентироваться на ЛАХ с типовыми наклонами асимптот «-20-40-20-...». Это позволяет по известным [3] формулам определить необходимую величину коэффициента усиления разомкнутой системы *K=410,* псевдочастбту среза $\lambda_{ср}$= 58 с$^{-1}$, постоянные времени T_1 =0,588 с и T_2=0,083 с для *частичной* желаемой передаточной функции

$$W_{ж}^1(u)=\frac{K(1+uT_2)}{u(1+uT_1)}.$$

Определим наименьшее значение граничной псевдочастоты $\lambda_g=\lambda_{ср}(1+M^{-1})$=104с$^{-1}$. Тогда частичная (первоначальная) передаточная функция для последовательного корректирующего звена будет иметь вид $W_1(u)=[(1+uT_a)(1+uT_2)]/(1+uT_1)$.

Поскольку порядок числителя $W_1(u)$ получился больше порядка знаменателя, то усложним $W_k(u)$ дополнительным сомножителем

$$W_k(u)=\frac{(1+uT_a)(1+uT_2)}{1+uT_1}\frac{1}{1+uT_1^{д}}$$

Здесь $T_1^{д}$, а также $T_0/2$ выбираются из условия Бесекерского (1), которое в данном случае имеет вид $T_0/2+T_b+T_1^{д}\le 1/\lambda_g$= 0,00962. Отсюда следует, что $T_0/2+T_1^{д}\le 0{,}00962-0{,}009=0{,}00062$.

В данном случае, при любом выборе $T_1^{д}$, условие «малости» для T_b выполняться не будет и ее нужно компенсировать, усложняя $W_k(u)$ дополнительным множителем $W_2(u)=(1+uT_b)/(1+uT_2^{д})$.

Тогда $W_k(u)$ примет следующий вид:

$$W_k(u)=\frac{(1+uT_a)(1+uT_2)}{1+uT_1}\frac{1}{1+uT_1^{д}}\frac{1+uT_b}{1+uT_2^{д}}.$$

Значения $T_1^{д}$, $T_2^{д}$ и $T_0/2$ должны удовлетворять достаточному условию В.А. Бесекерского (1), т.е. $T_0/2+T_1^{д}+T_2^{д}\le 1/\lambda_g$ = 0,00962 с. В соответствии с этим назначим $T_0/2=T_1^{д}=T_2^{д}$ = 0,0032 с. Тогда T_0=0,0064 с и выражение для передаточной функции ЦКУ принимаем в следующем виде:

$$W_{цку}(u)=\frac{(1+0{,}11u)(1+0{,}083u)}{1+0{,}588u}\frac{1+0{,}009u}{(1+0{,}0032u)^2}.$$

Компьютерным моделированием в программных пакетах VisSim и Mathcad получены следующие значения показателей качества синтезированной ЦСУ: σ=25 %; t_p=0,107с; *M*= 1,23; запас по фазе $\varphi_з$= 0,9; запас по амплитуде $L_з$= 11,4 дБ.

Для сравнения, приведем результаты расчета, полученные для той же ЦСАР *методом аналогового прототипа* при T_0= 0,003 с и δ=0,1:

$$W_{\text{цку}}(u) = \frac{(1+0,11u)(1+0,083u)}{(1+0,588u)(1+0,0032u)} \frac{1+0,009u}{1+0,006u}.$$

Исследование ЦСУ показало, что для σ=28%; время регулирования t_p=0,1 с; *M*= 1,28; запас по фазе $\varphi_з$= 0,84; запас по амплитуде $L_з$= 12 дБ.

Из результатов сравнения следует, что рассмотренный выше итерационный метод позволяет получить, при той же сложности ЦКУ, величину периода дискретизации по времени T_0, в 2 раза более чем его значение, рассчитанное по методу аналогового прототипа. А это значит, что требования по быстродействию к МП ВУ (например, к микроконтроллеру), используемому для реализации управляющего алгоритма, будут в два раза ниже.

Заключение

Рассмотренный метод синтеза ЦСАР позволяет за несколько шагов расчета определить наибольший (из допустимых) шаг дискретизации T_0 при наименьшем порядке передаточной функции ЦКУ. При этом не требуется находить передаточную функцию дискретного звена приведенной непрерывной части.

Литература

1. Зырянов, Г.В. О применении метода аналогового прототипа при синтезе цифровых САУ / Г.В. Зырянов // Информационные, информационно-управляющие и радиоэлектронные устройства и системы: темат. сб. науч. тр. - Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. - С. 44-50.

2. Шамриков, Б.М. Основы теории цифровых систем управления / Б.М. Шамриков Б.М. - М. *Машиностроение, 1985.*

3. Бесекерский, В.А. Цифровые автоматические системы / В.А. Бесекерский. — М.. Наука, 1976.

Поступила в редакцию 2 апреля 2008 г.