УДК 539. 25

ИЗЛУЧЕНИЕ ОБЪЕМНЫХ ВОЛН ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ РЭЛЕЕВСКОЙ ВОЛНЫ В ОСТРОУГОЛЬНОМ КЛИНЕ

Х.Б. Толипов

Получено решение задачи определения рассеянного акустического поля объемных волн на наклонной плоской границе, образованной резким изломом поверхности (среда имеет форму остроугольного клина), по которой распространяется неоднородная волна.

Ключевые слова: неоднородная волна, дифракция, метод перевала, клиновидная среда, акустика.

Введение

Данное сообщение является продолжением и развитием идей, опубликованных ранее в работах [1-3]. Как выяснилось, фазовая и групповая скорости поверхностной волны имеют различные направления, что свидетельствует об акустической анизотропии на границе сред. Это явилось причиной необычных явлений, возникающих при отражении волны от граней клина [4, 5]. В силу неоднородности падающей на наклонную поверхность волны, возникают как поверхностные, так и объемные волны. Целью данной заботы является исследование закономерностей трансформации объемных волн при малых углах клина.

Построение решения

Пусть по поверхности верхней грани клина до излома распространяется рэлеевская волна (рис. 1). Волновое поле исходной волны записывается в системе координат (ε, *η*), а исследование волнового поля после излома проводится в системе координат *(x, z)*, которая может быть получена путем поворота исходной системы координат на угол β.

Поверхностная волна с амплитудой U_1 распространяясь по верхней грани клина, вызовет неоднородное возмущение части поверхности на другой грани, которое будет являться источником вторичных волн U_2 на нижней грани клина (рис. 1). Образовавшиеся волны Рэлея на этой грани в свою очередь создадут акустическое поле на противоположной грани клина.

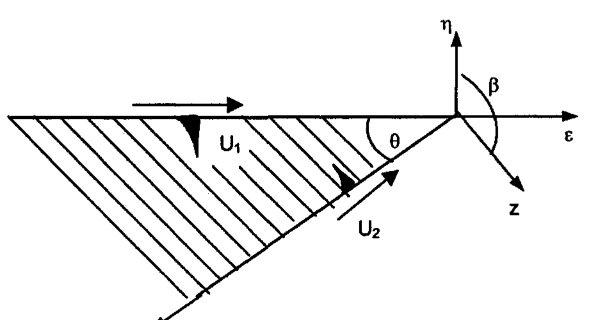

Рис.1. Система координат.

Таким образом, при отражении поверхностных волн от поверхностей клина последовательно возникают отраженные волны на одной и на другой грани клина.

Определим амплитуду смещений в объемных волнах на нижней грани клина при однократном отражении. Решение должно удовлетворять стандартным уравнениям акустики для изотропного твердого тела[2]:

$$\Delta U_\ell + k_\ell^2 U_\ell = 0,\ \Delta U_t + k_t^2 U_t = 0, \qquad \text{О)}$$

с граничными условиями при $z = 0$:

$$\mu\left(\frac{\partial U_z}{\partial x}+\frac{\partial U_x}{\partial z}\right)=-\sigma_{xz}^0,\quad 2\mu\frac{\partial U_z}{\partial z}+\lambda\left(\frac{\partial U_z}{\partial x}+\frac{\partial U_x}{\partial z}\right)=-\sigma_{zz}^0. \qquad (2)$$

Здесь $k_\ell = \omega / c_\ell, k_t = \omega / c_t$, c_ℓ, c_t – волновые числа и скорости распространения соответственно продольных и поперечных волн, ω – круговая частота, σ_{xz}^0 и σ_{zz}^0 – напряжения, вызываемые смещениями исходной рэлеевской волной на поверхности второй грани, λ, μ – постоянные Ламэ.

Таким образом, система уравнений (1) с граничными условиями (2) полностью описывает пространственную структуру поля на второй грани клина.

Используя методику решения, предложенную в [1], получим выражения для определения амплитуд расходящихся объемных волн продольных:

$$U_\ell = \frac{\cos^2\gamma}{k_\ell^3 D_\ell}\left[\left(p\frac{2k_{2x}^2-k_t^2}{k_\ell\sin\gamma-k_{2x}}-\frac{2k_{1x}\sqrt{k_\ell^2-k_{1x}^2}}{k_\ell\sin\gamma-k_{1x}}\right)2k_r\sqrt{k_r^2-k_t^2}+\right.$$
$$\left.+\left(p\frac{2k_{2x}\sqrt{k_t^2-k_{2x}^2}}{k_\ell\sin\gamma-k_{2x}}+\frac{2k_{1x}^2-k_t^2}{k_\ell\sin\gamma-k_{1x}}\right)\left(2k_r^2-k_t^2\right)\right], \tag{3}$$

и сдвиговых:

$$U_t = \frac{\cos^2\gamma}{k_\ell^3 D_t}\left[\left(p\frac{2k_{2x}^2-k_t^2}{k_t\sin\gamma-k_{2x}}-\frac{2k_{1x}\sqrt{k_\ell^2-k_{1x}^2}}{k_t\sin\gamma-k_{1x}}\right)2k_r\sqrt{k_r^2-k_t^2}+\right.$$
$$\left.+\left(p\frac{2k_{2x}\sqrt{k_t^2-k_{2x}^2}}{k_\ell\sin\gamma-k_{2x}}+\frac{2k_{1x}^2-k_t^2}{k_\ell\sin\gamma-k_{1x}}\right)\left(2k_r^2-k_t^2\right)\right] \tag{4}$$

где: γ – азимутальный угол, отсчитываемый от оси z, с обозначениями, принятыми в [1],

$D_\ell = 4\sin^2\gamma\cos^2\gamma\sqrt{\sin^2\gamma-\varepsilon^2}-(2\sin^2\gamma-1)^2$,

$D_t = 4\sin^2\gamma\cos^2\gamma\sqrt{\sin^2\gamma-\varepsilon^2}-(2\sin^2\gamma-\varepsilon^2)^2$, $\varepsilon = c_\ell/c_t, \varepsilon = c_\ell/c_t$.

Полученное решение описывает объемные волны при неизменных параметрах и пространственной структуры падающей волны Рэлея. Этот подход справедлив только для больших углов [1], при этом вся энергия падающей волны расходуется на возбуждение вторичных волн на другой грани клина. В рассматриваемом случае, возбужденная волна Рэлея на любой грани клина, наводит вторичные волны на противоположной грани.. И этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока амплитуды волновых возмущений упадут до нуля, т.к. наведенные объемные волны с каждым отражением будут уносить энергию. Таким образом, по каждой грани будет двигаться акустическая волна. В силу пространственной симметрии задачи, можно считать, что энергия падающей волны распределится поровну между волнами на этих гранях клина. Следовательно, как следует из энергетических соображений структура поверхностных и объемных волн на нижней и верхней гранях клина будет идентична, с амплитудами смещений равные половине полученного выше решения.

Следует также отметить, что выполненное исследование совпадает с решением, полученным в [1] (следует отметить, что в [1] на рис. 2 отложена угловая координата θ, а не угол клина α - см. рис.1). В самом деле, в постановке задачи должны измениться только проекции векторов. Однако, как для больших, так и для малых углов проекции векторов пробегают одни и те же значения.

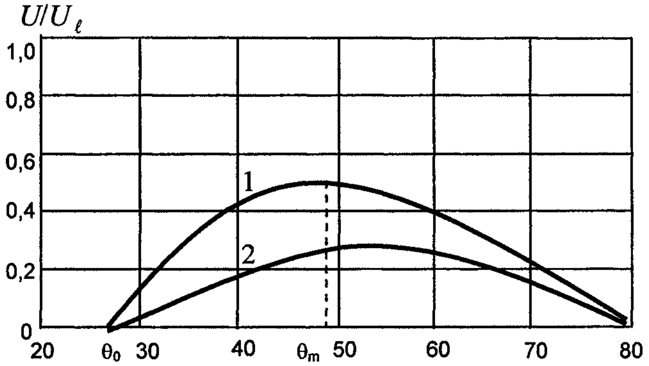

Рис. 2. Распределение амплитуд смещений в объемных волнах в зависимости от угла клина: 1 – продольные волны, 2 – сдвиговые волны.

Так, в частности, проекция на ось x $k_{1x}(\theta) = k_r\cos\beta + iq_r\sin\beta$ для больших углов $0^\circ \le \beta \le 90^\circ$ изменяется для действительной части выражения от максимальных значений до минимальных, а в полученном решении для малых углов $90^\circ \le \theta \le 180^\circ$ эта проекция пробегает те же значения, но только в обратном направлении.

На рис. 2 представлены расчетные (для образца из алюминия) зависимости амплитуд смещений в продольных и сдвиговых волнах. Ранее было выяснено [5], что при угле клина θ_m амплитуда смещений рэлеевской волны принимает минимальное значение, что свидетельствует о наибольшем трансформации поверхностных волн в объемные. Это утверждение согласуется с рассчитанной угловой зависимостью амплитуд смещений в объемных волнах - при этом угле клина смещения принимают максимальные значения. Также отметим, что при значениях угла клина меньших θ_0 проекция на вторую грань клина волнового вектора падающей на ребро волны больше векторов сдвиговой и продольных волн ($k_\ell < k_t < k \leq k_r$). Скорость волновых возмущений на поверхности при этом меньше фазовых скоростей сдвиговой и продольных волн в среде, но больше скорости поверхностной волны Рэлея. Однако, при распространении поверхностной волны, состоящей из сдвиговых и продольных составляющих, происходит взаимная трансформация продольных волн в сдвиговые и энергия волны будет монотонно падать, т.к. сдвиговая волна движется медленнее продольной. Это приводит также к монотонному уменьшению скорости движения до тех пор, пока скорости продольной и сдвиговой составляющих не выровняются соответственно до скорости рэлеевской волны. Объемная волна в этом случае не формируется. Этот эффект является специфическим в твердых телах и не имеет аналогов в других средах.

Выводы

В данном сообщении были рассмотрены физические аспекты возникновения поля объемных волн, вызываемых неоднородной волной на наклонной плоскости. Однако полученные формулы, правильно описывая это явление, содержат и другую полезную информацию. Исследование дифракции поверхностных волн выявило интересные эффекты, позволившие глубже понять свойства неоднородных рэлеевских волн и наблюдать их новые проявления.

Литература

1. Толипов Х.Б., Гуревич С.Ю., Хабиров К.Б. Преобразование в упругом клине релеевских волн в объёмные. // Вестник ЮУрГУ, Серия «Математика, физика, химия». - 2001. - Вып. 10. - №7(07).-С. 51-56.
2. Толипов, Х.Б. Точное решение задачи взаимодействия неоднородных волн с плоской границей / Х.Б. Толипов //Вестник ЮУрГУ, Серия «Математика, физика, химия». -2006. -Вып. 7.- №7(62)-С. 144-149.
3. Бучельников, В.Д. Особенности рассеяния неоднородной волны на наклонной поверхности / В.Д. Бучельников, С Ю. Гуревич, Х.Б. Толипов // Сборник трудов XVIII сессии Российского акустического общества. - 2006. - Т. 1.- С. 171-173.
4. Толипов, Х.Б. Особенности решения задач дифракции неоднородных волн / Х.Б. Толипов // ММ.- Т. 17, № 7. - 2005. - С. 74-78.
5. Толипов, Х.Б. Рассеяние рэлеевских волн в остроугольном клине / Х.Б. Толипов // Вестник ЮУрГУ, Серия «Математика, физика, химия». -2008. -Вып. 10.-№ 7(107).-С. 57-59.

Поступила в редакцию 10 ноября 2008 г.

RADIATION OF SPATIAL WAVES DUE TO PROPAGAION OF RAYLEIGH WAVES IN AN ACUTE-ANGLED WEDGE

The decision of the problem of definition of the scattered acoustic field of spatial waves on an inclined flat border formed by the sharp break of a surface (medium is of an acute-angled wedge form) where the non-uniform wave extends is received.

Keywords: inhomogeneous wave, diffraction, saddle-point technique, wedge-shaped medium, acoustics.

Tolipov Khoris Borisovich - Cand. Sc. (Engineering), Associate Professor, General and Experimental Physics Department, South Ural State University.

Толипов Хорис Борисович - кандидат технических наук, доцент, кафедра «Общая и экспериментальная физика», Южно-Уральский государственный университет.

e-mail: thb@susu.ac.ru