

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭШП*

Д.А. Пятыгин, М.А. Порсев, А.Н. Суров, И.В. Чуманов

PARAMETRICAL IDENTIFICATION OF MATHEMATICAL MODEL OF ESR

D.A. Pyateegin, M.A. Porsev, A.N. Surov, I.V. Chumanov

Повышение энергетической эффективности электрошлакового переплава (ЭШП) является актуальной проблемой. Предложена математическая модель теплофизических процессов, позволяющая определить температурные поля в любой точке шлаковой ванны. Результаты данной работы могут служить базой для разработки систем управления вторичным переплавом с целью экономии электроэнергии и повышения качества металла.

Ключевые слова: электрошлаковый переплав, математическая модель, теплофизические процессы, распределение температур, шлак.

Increasing of the energetic effectiveness of the electroslag remelting (ESR) is an urgent problem. The authors of the article suggest a mathematical model of the thermophysical processes which enables to define the temperature fields in any point of the slag bath. Results of this work can be the basis for the development of the control system of second remelting with a view to electrical energy economy as well as metal refinement.

Keywords: electroslag remelting, mathematical model, thermophysical processes, temperature distribution, slag.

Экспериментальное определение теплофизических параметров в плавильном пространстве электрошлаковой печи в условиях высоких температур, химически агрессивной среды и оптически непрозрачных сред - задача достаточно сложная. В таких условиях наиболее эффективным решением является математическое моделирование.

При выводе уравнений приняты допущения: теплофизические параметры воды, стенки кристаллизатора, электрода, слитка не зависят от температуры, отсутствует диссипация энергии. Теплообмен плавильного пространства с внешней средой отсутствует. Ввиду цилиндрической формы печи ЭШП рассматривается осесимметричная задача.

Математическая модель теплофизических процессов при электрошлаковом переплаве [1] представлена уравнениями для областей

$$D_1 = \{x, \tau: 0 \leq x \leq z, 0 \leq \tau \leq \tau_k\};$$

$$D_2 = \{x, \tau: z \leq x < c, \tau > 0\};$$

$$D_3 = \{x, \tau: c < x < d, \tau > 0\};$$

$$D_4 = \{x, \tau: d < x < l, \tau > 0\};$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_B}{\partial \tau} + v_B \frac{\partial \theta_B}{\partial x} = \chi_{вс} (\theta_c - \theta_B) + a_B \frac{\partial^2 \theta_B}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_c}{\partial \tau} = \chi_{св} (\theta_B - \theta_c) + \chi_{с,i} (\theta_i - \theta_c) + a_c \frac{\partial^2 \theta_c}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_i}{\partial \tau} + v_i \frac{\partial \theta_i}{\partial x} = \chi_{ic} (\theta_c - \theta_i) + a_i \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} + \\ + a_i \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \theta_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial r^2} \right), \end{cases} \quad (1)$$

где $\chi_{ij} = \frac{\alpha_{ij} P_i}{\rho_i c_i S_i}$, $i = 1, 2, 3, 4$.

Систему уравнений (1) дополним начальными условиями:

$$\theta^i(x, r, 0) = \varphi^i(x, r), \varphi^i = [\varphi_B \varphi_c \varphi_i]^T, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad (2)$$

$$Z(0, r) = Z_0, Z_0 = [0, 0, Z(r)]^T$$

на подвижной границе фазового перехода слиток твердый - жидкий металл

$$\begin{aligned} \rho_{сн} qz_\tau = \lambda_{сг} [\theta_{сг}(z - 0, \tau)]_x - \\ - \lambda_{сж} [\theta_{сж}(z + 0, \tau)]_x; \end{aligned} \quad (3)$$

* Работа проведена в рамках научной программы Федерального агентства по образованию - «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010)» № 2.1.2/657 и при финансовой поддержке гранта Президента РФ для молодых докторов наук № МД-2610.2008.8.

на подвижной границе шлак - оплавляющийся электрод

$$\rho_{ш} q \Delta \tau = \lambda_{ш} [\theta_{ш}(c + \Delta - 0, \tau)]_x - \lambda_{э} [\theta_{э}(c + \Delta + 0, \tau)]_x \quad (4)$$

условиями на границах областей D_i :

$$\theta''_{ст}(x, r, 0) = \theta_{сж}(x, r, 0) = T_{пл};$$

$$\theta'(0, r, \tau) = \psi'(r, \tau);$$

$$\psi' = [\psi_v \quad \psi_c \quad \psi_{ст}]^T; \quad \theta_x^{IV}(l, r, \tau) = 0;$$

$$\lambda_{ст} [\theta_{ст}(o, r, \tau)]_x = \alpha_{ст,с} [\theta_{ст}(0, r, \tau) - \theta_0];$$

$$\theta_{ст}(z - 0, r, \tau) = \theta_{сж}(z + 0, r, \tau) = T_{пл};$$

$$\theta_{сж}(c, r, \tau) = T_{ш}; \quad \theta_r''(x, 0, \tau) = [0];$$

$$\Lambda [\theta^V(x, R, \tau)]_r = \alpha [\theta^V(x, R, \tau) - \theta_c]; \quad (5)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{ст} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{сж} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{ш} \end{bmatrix}; \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{ст,с} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{сж,с} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{ш,с} \end{bmatrix};$$

$$\theta''(x, r, 0) = \chi''(x, r); \quad \chi''(x, r) = [\chi_v \quad \chi_c \quad \chi_{ш}]^T;$$

$$\theta''(d, r, \tau) = T_{ш}; \quad \theta_{эл}(c + \Delta - 0, r, \tau) =$$

$$= \theta_{эл}(c + \Delta + 0, r, \tau) = T_{пл};$$

$$\theta_{шл} = I^2 R_{шл}.$$

В уравнениях (1)–(5) приняты обозначения: индексы в, с, ст, сж, ш, э у соответствующих параметров относятся к воде, стенке, слитку твердой фазы, слитку жидкой фазы, шлаковой ванне, электроду; где $\theta_v, \theta_c, \theta_{ст}, \theta_{сж}, \theta_{ш}, \theta_{э}$ – соответствующие температуры сред; $\rho_i, c_i, \lambda_i, a_i$ – соответственно плотность, теплоемкость, теплопроводность, температуропроводность i -й среды; α_{ij}, P_i, S_i – соответственно коэффициент теплопередачи между i -й и j -й средой, периметр раздела и площадь поперечного сечения i -й среды; V_i – скорость движения i -й среды; x, r, τ, z, Δ, c – соответственно текущие координаты по длине, радиусу кристаллизатора, время, координата подвижной границы в слитке, координата подвижной границы в электроде и граница между электродом и жидкой ванной; $T_{пл}, T_{ш}$ – соответственно температуры плавления и шлаковой ванны; q – теплота кристаллизации; φ_i, ψ_i, ξ_i – известные распределения температур по соответствующим координатам; m – номер коаксиального слоя для слитка; σ – коэффициент лучеиспускания; Δr – величина шага по переменной r .

Численная реализация модели, представленная системой дифференциальных уравнений (1)–(5), даёт возможность получить внутренние переменные модели в виде численных значений температур $\theta_v, \theta_c, \theta_{ст}, \theta_{сж}, \theta_{ш}$. Для получения, например, $\theta_{ш}$ использовали значения $\lambda_{ш} = 100$ ккал/м·ч·°С коэффициента теплопроводности шлака и $\alpha_{ш} = \lambda_{ш} / c_{ш} \rho_{ш}$,

где $c_{ш}$ и $\rho_{ш}$ соответственно теплоемкость и плотность шлака.

В данной работе разработана методика параметрической идентификации математической модели теплового режима шлака.

Задача параметрической идентификации математической модели определяется как задача отыскания таких числовых значений параметров $\theta_{ш}, a_{ш}, \lambda_{ш}$, при которых расчётные значения выхода модели наилучшим образом согласовались бы с экспериментально полученными данными. Необходимость решения такой задачи обусловлена тем, что существуют трудности по измерению $\lambda_{ш}$ [2]. Поэтому такой параметр лучше всего определять по экспериментальным данным. Как видно из расчётных и экспериментальных данных на участке идентификации их близость может оказаться неприемлемой.

С целью повышения точности настройки модели на реальный процесс целесообразно решить задачу параметрической идентификации, которая сформулирована следующим образом:

$$F(\lambda_{ш}, \theta_{ш}^p, \theta_{ш}^3) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\theta_i^p - \theta_i^3)^2} \rightarrow \min_{\lambda_{ш}, \theta_{ш}}$$

Исходной информацией в данном случае является модель и экспериментальные данные. Находим зависимость $\theta(r, \lambda_{ш})$ как функцию, зависящую от радиуса r и коэффициента $\lambda_{ш}$:

1. При $\lambda_{ш} = 25$ ккал/м·ч·°С, радиусе $r = (0,05; 0,10; 0,15; 0,20; 0,25)$ и температуре шлака $\theta_{ш}^1 = (1444; 1553; 1561; 1519; 1397)$ получим зависимость, которая изображена на рис. 1. Получим значение функции

$$F_1 = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (\theta_i^p - \theta_i^3)^2} = \sqrt{\frac{1}{5} (33489 + 5041 + 1521 + 3249 + 34596)} \approx 125.$$

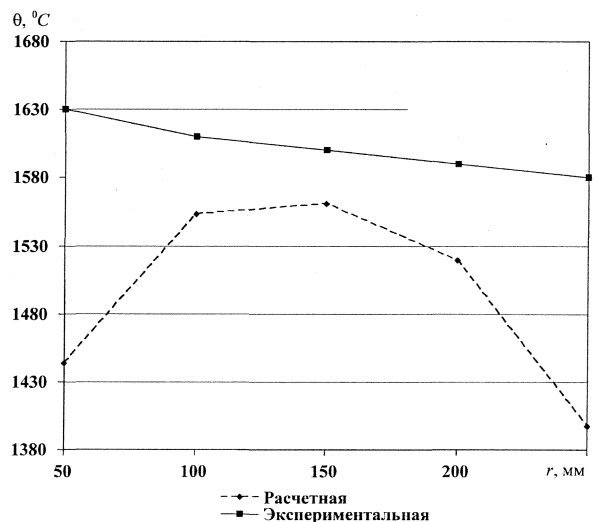


Рис. 1. Распределение температуры в зоне шлаковой ванны

На рис. 1 видно, что расхождение между расчетными и экспериментальными данными увеличилось.

2. При $\lambda_{ш} = 40$ ккал/м·ч·°С, радиусе $r = (0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25)$ и температуре шлака $\theta_{ш}^2 = (1539; 1592; 1584; 1542; 1431)$ значение функции

$$F_2 = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (\theta_i^p - \theta_i^g)^2} \approx 81.$$

3. При $\lambda_{ш} = 50$ ккал/м·ч·°С, радиусе $r = (0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25)$ и температуре шлака $\theta_{ш}^3 = (1575; 1609; 1596; 1556; 1451)$ значение функции $F_3 \approx 65$.

4. При $\lambda_{ш} = 75$ ккал/м·ч·°С, радиусе $r = (0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25)$ и температуре шлака $\theta_{ш}^4 = (1624; 1635; 1617; 1581; 1489)$ значение функции $F_4 \approx 43$.

5. При $\lambda_{ш} = 100$ ккал/м·ч·°С, радиусе $r = (0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25)$ и температуре шлака $\theta_{ш}^5 = (1647; 1648; 1629; 1597; 1515)$ значение функции $F_5 \approx 36$.

6. При $\lambda_{ш} = 110$ ккал/м·ч·°С, радиусе $r = (0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25)$ и температуре шлака $\theta_{ш}^6 = (1653; 1652; 1632; 1601; 1523)$ значение функции $F_6 \approx 36$.

7. При $\lambda_{ш} = 115$ ккал/м·ч·°С, радиусе $r = (0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25)$ и температуре шлака $\theta_{ш}^7 = (1656; 1653; 1634; 1603; 1526)$ значение функции $F_7 \approx 36$.

8. При $\lambda_{ш} = 125$ ккал/м·ч·°С, радиусе $r = (0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25)$ и температуре шлака $\theta_{ш}^8 = (1660; 1656; 1636; 1606; 1532)$ значение функции $F_8 \approx 37$.

9. При $\lambda_{ш} = 150$ ккал/м·ч·°С, радиусе $r = (0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25)$ и температуре шлака $\theta_{ш}^9 = (1668; 1660; 1641; 1613; 1545)$ значение функции $F_9 \approx 38$.

10. При $\lambda_{ш} = 200$ ккал/м·ч·°С, радиусе $r = (0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25)$ и температуре шлака $\theta_{ш}^{10} = (1678; 1666; 1646; 1620; 1562)$ значение функции $F_{10} \approx 39$.

График зависимости $F(\lambda_{ш}, \theta_{ш})$ от $\lambda_{ш}$ показан на рис. 2.

По графику (рис. 2) видно, что функция $F(\lambda_{ш}, \theta_{ш})$ имеет достаточно выраженный минимум, то есть функция является унимодальной. Есть основания утверждать, что выбранный метод решения параметрической идентификации работоспособен.

На рис. 3 изображены точками экспериментальные данные, а сплошной линией построена кривая по данным значениям параметров математической модели.

Среднеквадратическая погрешность настройки модели равна 36 °С, что составляет 2 % расхождения с экспериментальными данными.

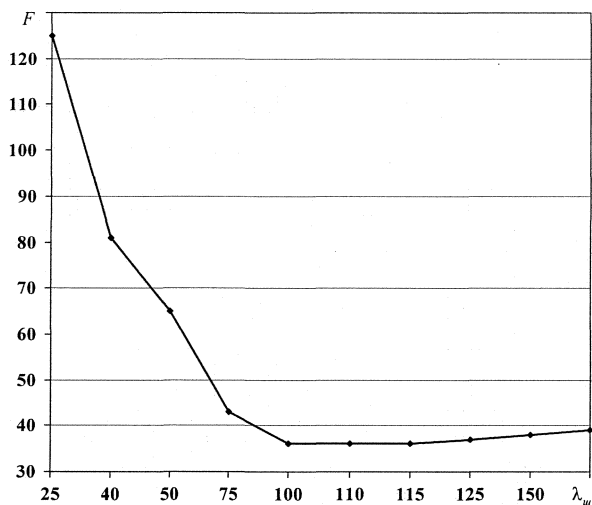


Рис. 2. Зависимость функции F от теплопроводности $\lambda_{ш}$

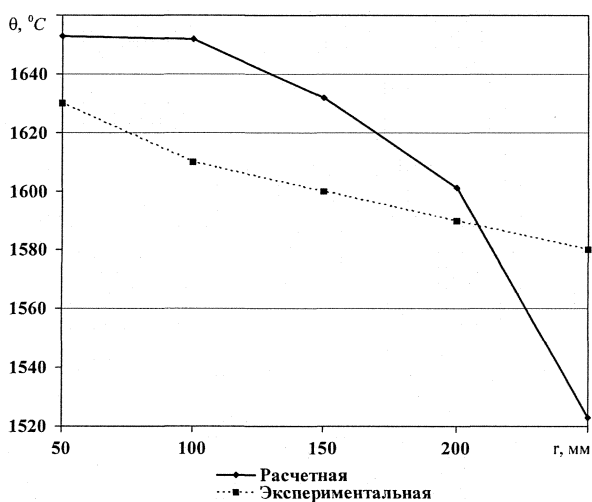


Рис. 3. Распределение температуры в зоне шлаковой ванны

Построенная модель, представленная уравнениями (1)-(5), позволяет разработать метод определения поля температур в шлаковой ванне, а также установить с помощью параметрической идентификации, коэффициент теплопроводности λ шлака, в данном случае флюс АНФ-6. Для данной модели наиболее точное значение $\lambda_{ш} = 110$ ккал/м·ч·°С.

Литература

1. Суров, А.Н. Расчет температурных полей в полах слитках при ЭШП / А.Н. Суров, В.И. Потанов, М.С. Бугаев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». - Вып. 7.-№ 10.. - 2006. - С 73-75.
2. Тепловые процессы при электрошлаковом переплаве / Б. И. Медовар, В.Л. Шевцов, Г. С Марийский и др. - Киев: Пауков а думка, 1978. —304 с.

Поступила в редакцию 31 августа 2009 г.