УДК 621.3.084

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИНТЕРВАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПРИ КАЛИБРОВКЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ

А.Е. Попов

APPLICATION OF INTERVAL ANALYSIS IN CALIBRATION OF PRESSURE TRANSDUCERS

A.E. Popov

Применение интервального анализа при расчете калибровочных коэффициентов обусловлено тем, что в метрологии принята интервальная модель неопределенности. Предполагается, что некоторое измерение получено с помощью неточного прибора с известной абсолютной ошибкой измерения, которая включает как систематическую, так и случайную погрешности. В случае калибровки известен класс точности образцового задатчика давления.

Ключевые слова: интервальный анализ, калибровка, преобразователь давления.

Application of interval analysis to calculate calibration coefficients is connected to the fact that in the metrology the interval model of uncertainty has been accepted. It is assumed that a measurement is obtained by using inaccurate device with a known absolute error of measurement, which includes both systematic and random errors. In the case of calibration, accuracy class of model pressure drive is known.

Keywords: interval analysis, calibration, pressure transducer.

Введение

Расчет калибровочных коэффициентов измерительных преобразователей давления практически всегда производится с использованием методов регрессионного анализа и вероятностно-статистической модели.

Вероятностно-статистическая модель основана на предположении, что рассматриваемые переменные являются случайными величинами с заданными функциями плотности вероятности. Эта модель относится к классическим вследствие ее глубокой теоретической и методической проработанности для огромного числа приложений, включая регрессионный, корреляционный, факторный и дисперсионный анализ. Вероятностно-статистическая модель до сих пор является наиболее популярной и широко используется в практике калибровки преобразователей давления ввиду её простоты [1].

В рамках вероятностно-статистической модели по данным эксперимента находятся статистические оценки калибровочных коэффициентов прямой модели. Далее производится переход к обратной модели, в ходе которого возникают теоретические сложности при построении доверительного интервала, предсказать который является практически невозможно. Однако в ряде случаев возможность построения доверительного интервала является необходимой. В этом случае можно гораздо точнее оценить класс точности измерительного преобразователя сразу после калибровочной процедуры и нет необходимости проводить трудоёмкую процедуру поверки прибора.

Помимо широко используемого в настоящее время вероятностного подхода, существует также альтернативный подход, основанный на методах интервального анализа, в рамках которого задача построения доверительного интервала решается достаточно просто.

1. Введение в интервальный анализ

В интервальной модели неопределенность параметра χ описывается границами его возможных значений в следующем виде:

$$[x]=[x-\Delta;x+\Delta].$$

В отличие от теории вероятности внутри интервала *[x]* не задается никакой вероятностной меры, т.е. все значения внутри интервала предполагаются равновозможными.

Применение интервального анализа при расчете калибровочных коэффициентов обусловлено тем, что в метрологии принята интервальная модель неопределенности. Предполагается, что некоторое измерение x получено с помощью неточного прибора с известной абсолютной ошибкой изме-

Попов Андрей Евгеньевич - инженер-программист глобального инженерного центра ПГ «МЕТРАН»; andrey.popov@emerson.com

Popov Andrey Evgenevich - engineer-programmer of global engineering center of IG «METRAN»; andrey.popov@emerson.com

рения Δ, которая включает как систематическую, так и случайную погрешности. В случае калибровки известен класс точности образцового задатчика давления. Именно значение класса точности принимается в качестве известной абсолютной ошибки измерения Δ [2].

Предметом интервального анализа является решение задач с интервальными неопределённостями и неоднозначностями в данных, возникающими в постановке задачи или на промежуточных стадиях процесса решения. Методы интервального анализа характеризуются рассмотрением множеств неопределённости как самостоятельных целостных объектов, посредством проведения над ними арифметических, аналитических операций и отношений [3].

Рассмотрим некоторые базовые операции над интервальными данными a и b:

$$a+b=[\underline{a}+\underline{b},\overline{a}+\overline{b}],$$

$$a-b=[\underline{a}-\overline{b},\overline{a}-\underline{b}],$$

$$a\cdot b=[\min\{\underline{ab},\underline{a}\overline{b},\overline{a}\underline{b},\overline{ab}\},\max\{\underline{ab},\underline{a}\overline{b},\overline{a}\underline{b},\overline{ab}\}],$$

$$a/b=a\cdot[1/\overline{b},1/\underline{b}] \text{ для } b\not\ni 0.$$

Известно, что вероятностно-статистическая модель не позволяет учесть факторы неопределенности, обусловленные систематическими ошибками измерения и ошибками округления. Кроме того, постулируемое в вероятностной модели нормальное распределение, которое задает неограниченный диапазон величины, на практике часто оказывается неадекватным, например, для заведомо положительных переменных. Интервальная модель позволяет учесть любые факторы неопределенности [4].

Попробуем применить методы интервального анализа при расчете калибровочных коэффициентов.

2. Метод наименьших квадратов для интервальных данных

В рамках статистического подхода для нахождения оценок параметров обычно используется множественный регрессионный анализ, основанный на методе наименьших квадратов.

Метод наименьших квадратов можно применить при работе с интервальными данными. В этом случае в качестве экспериментальных данных необходимо использовать интервалы. Например, если образцовый задатчик давления показывает величину давления 15 кПа, а класс точности задатчика при работе с диапазоном 160 кПа составляет 0,008 %, то при расчете будет использован следующий интервал:

$$[x]=[15-\Delta;15+\Delta];$$

$$[x]=[15-160\cdot 0{,}008/100;\,15+160\cdot 0{,}008/100];$$

$$[x]=[14{,}9872;15{,}0128].$$

Проведение численных расчетов с интервальными данными несколько затруднено в силу некоторых особенностей вычислений, однако общий ход вычислений соответствует стандартному методу наименьших квадратов.

Суть метода сводиться к следующему.

Пусть полином имеет вид

$$f(x,z)=C_0+C_1x+C_2x^2+\ldots+C_mx^m+C_{m+1}z+$$
$$+C_{m+2}zx+\ldots+C_{m+m+1}zx^m+C_{m+m+2}z^2+\ldots+$$
$$+C_{m+m+3}z^2x+\ldots+C_{m+m+m+2}z^2x^m+\ldots+$$
$$+C_{m\cdot n+n}z^n+\ldots+C_{m+n+m\cdot n}z^nx^m.$$

В более компактном виде

$$\mathrm{F}=\mathrm{XZ}\cdot\mathrm{C},$$

где F - матрица значений функции; XZ - матрица значений аргументов; C - матрица коэффициентов.

Критерий минимизации:

$$\min\{\mathrm{E}^2=(\mathrm{F}-\mathrm{XZ}\cdot\mathrm{C})^2\}.$$

Для получения минимума необходимо взять частную производную по вектору C.

$$\frac{d\mathrm{E}}{d\mathrm{C}}=-2\cdot\mathrm{XZ}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{F}+2\cdot\mathrm{XZ}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{XZ}\cdot\mathrm{C}=0,$$

откуда

$$\mathrm{XZ}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{XZ}\cdot\mathrm{C}=\mathrm{XZ}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{F},$$

получаем

$$\mathrm{C}=(\mathrm{XZ}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{XZ})^{-1}\mathrm{XZ}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{F}.$$

Все остальные вычисления над матрицами проводятся по приведенному выше алгоритму. Для работы с интервальными матрицами существует специальная библиотека INTLAB, работающая в среде MATLAB.

3. Пример расчета калибровочных коэффициентов с использованием интервальных данных

Применяя функции библиотеки INTLAB, рассчитаем калибровочные коэффициенты измерительного преобразователя давления. Экспериментальные данные представлены в табл. 1.

Таблица 1

Экспериментальные данные

Температура, °С	Код температуры	Давление, кПа	Код давления
1	2	3	4
0	14333207	0	8314658,81
0	14332247	3	8460744,63
0	14331635	5	8531040,45
0	14330439	10	8706786,81
0	14328955	16	8917639,72
0	14327933	20	9058226,81
0	14326759	25	9233991,18
0	14323707	40	9761025,36
0	14319637	60	10463472,8
0	14311885	100	11867937
0	14305841	130	12920312,4
0	14299557	160	13971705,5
20	14029485	0	8362142,09
20	14029111	3	8458444,81

Окончание табл. 1

1	2	3	4
20	14028857	5	8525074,45
20	14028201	10	8691797
20	14027417	16	8891855,72
20	14026909	20	9025206,45
20	14026209	25	9191976,63
20	14024063	40	9692122,27
20	14021113	60	10358671,1
20	14014839	100	11690962,0
20	14009885	130	12689079,7
20	14004717	160	13686233,9
50	13679453	0	8365945,36
50	13679045	3	8458600,81
50	13678767	5	8521816,09
50	13678059	10	8679713,36
50	13677163	16	8869111,72
50	13676577	20	8995417,36
50	13675849	25	9153258,27
50	13673725	40	9626679,90
50	13670861	60	10257539,7
50	13665077	100	11517994,8
50	13660485	130	12462044,4
50	13655805	160	13404765

Рассмотрим некоторые функции библиотеки INTLAB, необходимые для расчета коэффициентов измерительного преобразователя.

Функция «midrad» позволяет осуществить ввод интервального значения, используя центр и радиус интервала. Данную функцию необходимо применить для перевода экспериментальных данных, представленных в табл. 1, в интервальный вид. В качестве центра интервала необходимо принять значение, измеренное прибором. В качестве радиуса интервала примем класс точности образцового задатчика.

Для умножения и транспонирования матриц используются функции «/» и «transpose», которые переопределены для работы с интервальными данными внутри пакета INTLAB.

Для решения системы линейных алгебраических уравнений, заданных в интервальном виде, применяется функция «verifylss», использующая для решения метод Кравчука.

Запрограммируем представленный ранее алгоритм в виде от-файла MATLAB.

Итак, после запуска подпрограммы, реализующей метод наименьших квадратов для интервальных данных, получаем набор калибровочных коэффициентов. Данный набор также будет представлен в интервальном виде. То есть в результате работы программы будет произведен расчет нижних и верхних границ значений коэффициентов.

Для проверки результатов расчета подставим исходные коды в полученную математическую модель и вычислим интервалы характеристики полученных значений. Результаты представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчета

Точка, кПа	Нижняя граница, кПа	Верхняя граница, кПа	Радиус интервала, кПа
0	0,060	0,073	0,007
3	2,956	2,971	0,008
5	4,958	4,976	0,009
10	9,966	9,993	0,014
16	15,972	16,012	0,020
20	19,974	20,023	0,025
25	24,976	25,039	0,031
40	39,966	40,079	0,057
60	59,918	60,124	0,103
100	99,739	100,241	0,251
130	129,555	130,394	0,419
160	159,371	160,662	0,646

Таким образом, в результате расчета с использованием методов интервальной статистики были получены значения доверительных интервалов.

Далее необходимо оценить точность полученных результатов. Для этого рассчитаем абсолютную величину отклонения середины полученного интервала от задаваемой точки. Данные расчета представлены в табл. 3.

Таблица 3

Оценка точности вычислений

Точка, кПа	Середина интервала, кПа	Величина абсолютной ошибки, кПа
0	0,067	0,067
3	2,963	0,037
5	4,967	0,033
10	9,980	0,020
16	15,992	0,008
20	19,999	0,001
25	25,008	0,008
40	40,023	0,023
60	60,021	0,021
100	99,990	0,010
130	129,975	0,025
160	160,017	0,017

Заключение

Приведенный пример показывает, что применение интервального анализа позволяет снять некоторые проблемы и методические сложности, возникающие при решении прикладных задач статистическими методами. Интервал неопределенности позволяет описать широкий класс неопределенных, неоднозначных, вариабельных и неточных исходных данных. Значения ошибок в исходных данных могут колебаться в широких пределах. Результаты, полученные в рамках парадигмы с помощью интервального анализа, имеют ясную и четкую интерпретацию в терминах интервалов и областей неопределенности. В результате расчета были получены интервальные значения калибровочных коэффициентов измерительного преобразователя, на основе которых затем получены доверительные интервалы.

Литература

1. Зоркальцев, В.И. Метод наименьших квадратов / В.И. Зоркальцев. -Новосибирск: ВО «Наука», 1995.-220 с.

2. Попов, Б.А. Приближение функций для технических приложений / Б.А. Попов, Г.С Теслер. — Киев: Наукова думка, 1980.

3. Шарый, СП. Конечномерный интервальный анализ/ СП. Шарый. - М.: XYZ, 2008. - 569 с.

4. Померанцев, А.Л. Построение многомерной градуировки методом простого интервального оценивания / А.Л. Померанцев, О.Е. Родионова. - Журн. аналит. химии.-2006. -№61.- С 1032-1047.

Поступила в редакцию 3 февраля 2009 г.