

ПОСТРОЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ НА ПРИМЕРЕ ДИНАМИКИ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ

С.В. Солодуша, Д.О. Герасимов, К.В. Суслов

Данная работа посвящена применению интегро-степенных рядов Вольтерра к описанию нелинейных динамических систем типа «вход – выход». Универсальность данного математического аппарата позволяет создавать программное обеспечение для проведения экспериментов на компьютере. Работа продолжает исследования в области идентификации ядер Вольтерра, начатые в Институте систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН. В первой части статьи рассматривается новый алгоритм идентификации полиномов Вольтерра второй степени для систем, допускающих активный эксперимент с помощью тестовых наборов возмущающих воздействий. Во второй части работы приведены результаты численных расчетов для «эталонной» динамической системы. Эталоном послужила модель ветроэнергетической установки с горизонтальной осью вращения. Построены квадратичные полиномы Вольтерра, описывающие нелинейную динамику угловой скорости вращения элементов ветроустановки от угла наклона лопастей и скорости ветра. Практическая идентификация ядер Вольтерра производилась относительно некоторого выбранного стационарного состояния моделируемой системы.

Ключевые слова: нелинейная динамическая система; квадратичный полином Вольтерра; ветроэнергетическая установка с горизонтальной осью вращения.

Введение

В приложениях нередко нелинейные динамические системы (объекты) типа «вход – выход» описываются с помощью аппарата интегродстепенных рядов Вольтерра. Назовем лишь некоторые направления исследований, где используется данный математический аппарат: моделирование технических систем [1, 2] и электронных устройств [3], нелинейная идентификация каналов связи [4, 5] и систем визуализации [6], анализ нестационарных временных рядов [7].

Применение конечного отрезка ряда Вольтерра [8], дающего представление отклика $y(t)$ на входное возмущение $x(t)$

$$y(t) = \sum_{m=1}^N \int_0^t \dots \int_0^t K_m(t, s_1, \dots, s_m) \prod_{i=1}^m x(s_i) ds_i, \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

для моделирования нелинейных динамических объектов самой разной природы, базируется на теореме Фреше [9] и различных ее обобщениях — континуальных аналогах классической теоремы Вейерштрасса об аппроксимации непрерывной функции многочленом.

Построить интегральную модель в виде (1) — значит восстановить многомерные переходные характеристики нелинейной динамической системы K_m . Сложность практического применения (1) состоит в том, что для однозначного восстановления $(i+1)$ -мерного ядра $K_i(t, s_1, \dots, s_i)$, $i = \overline{1, m}$, необходимо задание откликов $y_i(t, \omega_1, \dots, \omega_i)$ на

i -параметрическое семейство тестовых возмущений $x_{\omega_1, \dots, \omega_i}(t)$. Это объясняет пристальное внимание многих авторов к проблеме идентификации (см., например, критический обзор в [10]).

Наиболее распространен подход [11], где предложено для восстановления ядер Вольтерра задавать многопараметрическое семейство тестовых сигналов, состоящих из комбинации δ -функций Дирака. Однако такой подход имеет ограниченную область применения [12].

Работы Института систем энергетики им. Л.А. Мелентьева (ИСЭМ) СО РАН в области идентификации ядер Вольтерра были начаты в 90-х годах (см. обзорную статью [13]). Данная методика [10, 14] основана на задании семейства тестовых сигналов в виде специальных линейных комбинаций функций Хевисайда с отклоняющимся аргументом с амплитудами α_i , $i = \overline{1, m}$. При этом задача идентификации сводится к решению линейных интегральных уравнений Вольтерра I рода, допускающих явные формулы обращения. В [15, 16] в терминах амплитуд тестовых сигналов установлены необходимые условия разрешимости соответствующих многомерных интегральных уравнений в определенном классе функций. В то же время, за счет использования полученных условий возможно уменьшение числа тестовых сигналов для разделения отклика системы на составляющие.

Цель данной статьи — на примере «эталонной» динамической системы рассмотреть новый способ построения интегральных моделей в виде полиномов Вольтерра (1) в наиболее важном для приложений случае $N = 2$.

1. Новый алгоритм идентификации квадратичного полинома Вольтерра

Опишем основную идею получения линейных многомерных интегральных уравнений Вольтерра I рода, к решению которых сводится задача идентификации ядер Вольтерра. Полагая в (1) $N = 2$, запишем квадратичную модель

$$y_{quad}(t) = \int_0^t K_1(t, s_1)x(s_1)ds_1 + \int_0^t \int_0^t K_2(t, s_1, s_2)x(s_1)x(s_2)ds_1ds_2, \quad t \in [0, T]. \quad (2)$$

Заметим, что из скалярности $x(t)$ вытекает симметричность $K_2(t, s_1, s_2)$ в (2) по переменным s_1, s_2 . Если отклик динамической системы $y^\alpha(t, \omega_1, \omega_2)$ (для определенности будем считать, что $\alpha > 0$) на тестовые сигналы

$$x_{\omega_1, \omega_2}^\alpha(t) = \alpha(e(t) - 2e(t - \omega_1) + e(t - \omega_1 - \omega_2)), \quad t, \omega_1, \omega_2 \in [0, T], \quad (3)$$

таков, что при $0 \leq \omega_1 + \omega_2 \leq t \leq T$ выполняется

$$\frac{1}{\alpha^2} \left[y^\alpha(t, \omega_1, \omega_2) - \alpha \int_0^{\omega_1} K_1(t, s_1)ds_1 + \alpha \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \omega_2} K_1(t, s_1)ds_1 \right] = \frac{1}{\alpha^2} \left[3y^\alpha(t, \omega_1, 0) - 3y^\alpha(t, 0, \omega_1 + \omega_2) + y^\alpha(t, \omega_1 + \omega_2, -\omega_2) - 7\alpha \int_0^{\omega_1} K_1(t, s_1)ds_1 - 5\alpha \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \omega_2} K_1(t, s_1)ds_1 \right], \quad (4)$$

то в обозначениях

$$f_2(t, \omega_1, \omega_2) = \frac{1}{\alpha^2} \left[y^\alpha(t, \omega_1, \omega_2) - \alpha \int_0^{\omega_1} K_1(t, s_1) ds_1 + \alpha \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \omega_2} K_1(t, s_1) ds_1 \right] \quad (5)$$

справедливо ключевое равенство

$$f_2(t, \omega_1, \omega_2) = 3f_2(t, \omega_1, 0) - 3f_2(t, 0, \omega_1 + \omega_2) + f_2(t, \omega_1 + \omega_2, -\omega_2). \quad (6)$$

Условие (6) является необходимым для существования решения уравнения

$$\begin{aligned} & \int_0^{\omega_1} \int_0^{\omega_1} K_2(t, s_1, s_2) ds_1 ds_2 - 2 \int_0^{\omega_1} \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \omega_2} K_2(t, s_1, s_2) ds_1 ds_2 + \\ & + \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \omega_2} \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \omega_2} K_2(t, s_1, s_2) ds_1 ds_2 = f_2(t, \omega_1, \omega_2) \end{aligned} \quad (7)$$

в классе непрерывных на $\Omega_3 = \{t, s_1, s_2 / 0 \leq s_1, s_2 \leq t \leq T\}$ функций, симметричных по второму и третьему аргументу [17].

Подставляя (3) в (2), приходим к интегральному уравнению

$$\begin{aligned} & \alpha \int_0^{\omega_1} K_1(t, s_1) ds_1 - \alpha \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \omega_2} K_1(t, s_1) ds_1 + \alpha^2 \int_0^{\omega_1} \int_0^{\omega_1} K_2(t, s_1, s_2) ds_1 ds_2 - \\ & - 2\alpha^2 \int_0^{\omega_1} \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \omega_2} K_2(t, s_1, s_2) ds_1 ds_2 + \alpha^2 \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \omega_2} \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \omega_2} K_2(t, s_1, s_2) ds_1 ds_2 = y^\alpha(t, \omega_1, \omega_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Замечание 1. В случае, когда динамическая система стационарна, т.е. ядра Вольтерра K_m в (1) зависят лишь от разности $t - s_i$, $i = \overline{1, m}$, для однозначного восстановления \hat{K}_1, \hat{K}_2 в модели

$$\hat{y}_{quad}(t) = \int_0^t \hat{K}_1(s_1) x(t - s_1) ds_1 + \int_0^t \int_0^t \hat{K}_2(s_1, s_2) x(t - s_1) x(t - s_2) ds_1 ds_2 \quad (9)$$

достаточно уравнений

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\alpha^2} \left[\hat{y}^\alpha(t, \omega_1) - \alpha \int_{t - \omega_1}^t \hat{K}_1(s_1) ds_1 \right] = \frac{1}{\alpha^2} \left[\hat{y}^\alpha(t - \omega_1, -\omega_1) + \alpha \int_{t - \omega_1}^t \hat{K}_1(s_1) ds_1 \right], \\ & \alpha \int_{t - \omega_1}^t \hat{K}_1(s_1) ds_1 + \alpha^2 \int_{t - \omega_1}^t \int_{t - \omega_1}^t \hat{K}_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2 = \hat{y}^\alpha(t, \omega_1). \end{aligned}$$

При этом в очевидных обозначениях справедливо условие [14]: $\hat{f}_2(t, \omega_1) = \hat{f}_2(t - \omega_1, -\omega_1)$, необходимое для разрешимости

$$\int_{t-\omega_1}^t \int_{t-\omega_1}^t \hat{K}_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2 = \hat{f}_2(t, \omega_1)$$

в классе непрерывных на $\Omega_2 = \{s_1, s_2 / 0 \leq s_1, s_2 \leq T\}$ симметричных функций.

Замечание 2. В работе [18] описан алгоритм восстановления ядер K_1, K_2 , основанный на сведении исходной задачи к решению системы, состоящей из двух уравнений типа (8) с откликами $y^\alpha(t, \omega_1, \omega_2)$ и $y^{-\alpha}(t, \omega_1, \omega_2)$ соответственно. Подчеркнем значимость условия (6) при построении интегральной модели в виде (2). Тем самым, интегральных уравнений (4), (8) достаточно для однозначной идентификации ядер K_1, K_2 .

Продемонстрируем эту технику на тестовом примере.

Пример 1. Пусть отклик некоторой математической системы на сигналах (3) имеет следующий вид:

$$y_{et}(t, s_1, s_2 - s_1) = \alpha t(2s_1 - s_2) + \frac{\alpha^2}{2} t^2 (2s_1 - s_2)^2 + \frac{\alpha^3}{3!} t^3 (2s_1^3 - s_2^3) + \frac{\alpha^4}{3} t^4 (4s_1^4 - 5s_1^3 s_2 + 6s_1^2 s_2^2 - 5s_1 s_2^3 + s_2^4) + \frac{\alpha^5}{5!} t^5 (2s_1^5 - s_2^5), \quad (10)$$

где $s_1 = \omega_1, s_2 = \omega_1 + \omega_2$. Тогда

$$y_{et}(t, \omega_1, 0) = \alpha t \omega_1 + \frac{\alpha^2}{2} t^2 \omega_1^2 + \frac{\alpha^3}{3!} t^3 \omega_1^3 + \frac{\alpha^4}{3} t^4 \omega_1^4 + \frac{\alpha^5}{5!} t^5 \omega_1^5, \quad (11)$$

$$y_{et}(t, 0, \omega_1) = -\alpha t \omega_1 + \frac{\alpha^2}{2} t^2 \omega_1^2 - \frac{\alpha^3}{3!} t^3 \omega_1^3 + \frac{\alpha^4}{3} t^4 \omega_1^4 - \frac{\alpha^5}{5!} t^5 \omega_1^5. \quad (12)$$

Полагая в (4) $\omega_2 = 0$ и учитывая (11), (12), приходим к интегральному уравнению Вольтерра I рода

$$\int_0^{\omega_1} K_1(t, s_1) ds_1 = t \omega_1 + \frac{\alpha^2}{3!} t^3 \omega_1^3 + \frac{\alpha^4}{5!} t^5 \omega_1^5,$$

дифференцируя которое по ω_1 , получаем

$$K_1(t, s_1) = t + \frac{\alpha^2}{2!} t^3 s_1^2 + \frac{\alpha^4}{4!} t^5 s_1^4, \quad 0 \leq s_1 \leq t \leq T. \quad (13)$$

Учитывая (13), из (5) имеем

$$f_2(t, s_1, s_2 - s_1) = \frac{\alpha^2}{2} t^2 (2s_1 - s_2)^2 + \frac{\alpha^4}{3} t^4 (4s_1^4 - 5s_1^3 s_2 + 6s_1^2 s_2^2 - 5s_1 s_2^3 + s_2^4)$$

и, согласуясь с явной формулой обращения (7) [17]:

$$K_2(t, s_1, s_2) = -\frac{1}{4} \frac{\partial^2 f_2(t, s_1, s_2)}{\partial s_1 \partial s_2},$$

находим

$$K_2(t, s_1, s_2) = \frac{1}{2}t^2 + \frac{\alpha^2}{4}t^4(5s_1^2 - 8s_1s_2 + 5s_2^2), \quad 0 \leq s_1 \leq s_2 \leq t \leq T.$$

Итак, квадратичная модель полностью идентифицирована. Легко проверить, что для входов $x_{\omega_1, \omega_2}^\alpha(t)$ отклики (2) и (10), $y_{quad}^\alpha(t, \omega_1, \omega_2)$ и $y_{et}^\alpha(t, \omega_1, \omega_2)$ соответственно, тождественно совпадают.

2. Эталонная динамическая система

Современные энергетические объекты характеризуются сложностью технологических схем и разнообразием процессов, протекающих в их элементах. Создание безопасных режимов эксплуатации оборудования, разработка и применение эффективных методов прогнозирования динамических нагрузок во время нештатных ситуаций — одни из ключевых задач перспективных энергетических технологий. В связи с этим актуальны исследования в области математического описания динамики энергетических систем.

В качестве эталонной динамической системы рассмотрим математическую модель ветроэнергетической установки с горизонтальной осью вращения, представленную с помощью методик [19–21] в следующем виде:

$$Z(t) = \frac{\omega_T(t)R}{V(t)}, \quad z(t) = \left(\frac{1}{Z(t) + 0.08b(t)} - \frac{0.035}{b^3(t) + 1} \right)^{-1}, \quad (14)$$

$$C_p(t) = 0.22 \left(\frac{116}{z(t)} - 0.4b(t) + 5 \right) \exp \left(-\frac{12.5}{z(t)} \right), \quad (15)$$

$$M_T(t) = \frac{\rho S C_p(t) V^3(t)}{2\omega_T(t)}, \quad \frac{d\omega_T}{dt} = \frac{M_T(t) - M_C(t)}{J}, \quad \omega_T(0) = \omega_{T_0}, \quad (16)$$

где ω_T (рад/с) — угловая скорость вращения элементов ветроустановки, ω_{T_0} (рад/с) — некоторое стационарное значение угловой скорости вращения, M_T (Н·м) — крутящий момент, созданный аэродинамической силой, M_C (Н·м) — момент сопротивления нагрузки, J (кг·м²) — момент инерции движущихся частей ветровой турбины, ρ (кг/м³) — плотность воздуха, S (м²) — ометаемая площадь, R (м) — радиус ветроколеса, b (град) — угол наклона лопастей по нормали от направления ветра, V (м/с) — скорость ветра; безразмерные величины: C_p — коэффициент использования энергии ветра, Z — быстроходность, z — текущее значение быстроходности.

Численное решение системы (14) – (16) выполнено с помощью метода Рунге – Кутты четвертого порядка. Отклики $\Delta\omega_T(t) = \omega_T(t) - \omega_{T_0}$ на тестовые воздействия $\Delta b(t) = b(t) - b_0$ вида (3) и $V(t) = V_0$ ($\Delta V(t) = V(t) - V_0$ и $b(t) = b_0$) для $t \in [0, 20]$ (с) на равномерной сетке с шагом $h = 1$ (с) использовались для построения квадратичных полиномов Вольтерра

$$\Delta\omega_T^1(t) = \int_0^t K_1^1(t, s_1) \Delta b(s_1) ds_1 + \int_0^t \int_0^t K_2^1(t, s_1, s_2) \Delta b(s_1) \Delta b(s_2) ds_1 ds_2, \quad (17)$$

$$\Delta\omega_T^2(t) = \int_0^t K_1^2(t, s_1)\Delta V(s_1)ds_1 + \int_0^t \int_0^t K_2^2(t, s_1, s_2)\Delta V(s_1)\Delta V(s_2)ds_1ds_2 \quad (18)$$

соответственно. Такой выбор шага связан с экспериментальными данными, полученными при решении (14) – (16).

Для обеспечения лучшей точности амплитуда пробных сигналов, используемых при нахождении ядер Вольтерра в (17), (18), была согласована с величиной действующих возмущений. Заметим, что модель, построенную только по одной группе пробных сигналов, нельзя рассматривать как «всережимную», т.е. одинаково пригодную для расчетов во всем диапазоне допустимых изменений входных воздействий. Практическая идентификация ядер проводилась относительно некоторого выбранного стационарного состояния моделируемой системы. С целью повышения точности моделирования были введены опорные начальные режимы, для которых выполнено построение интегральных моделей. При этом все отклонения входных и выходных параметров, принимаемые в качестве воздействующих сигналов и реакций на них, вычислялись относительно избранного опорного режима. Работа продолжает исследования, начатые в [22]. Результатам исследования моделей вида (17), (18) посвящен следующий раздел.

3. Вычислительный эксперимент

Так как априори информация о том, является ли моделируемая динамическая система стационарной или нет, вообще говоря, неизвестна, проведем апостериорный анализ. Для этого рассмотрим двумерный отклик системы на пробные сигналы $x_{\omega_1}(t) = e(t) - e(t - \omega_1)$. Если окажется, что $K'_{1t} \equiv -K'_{1\omega_1}$, то это означает, что $K_1(t, \omega_1) \equiv K_1(t - \omega_1)$ и, следовательно, система стационарна.

На рис. 1 приведены графики $\varepsilon = |K'_{1t}| - |K'_{1\omega_1}|$ при $t = \omega_1$. График ε_1 получен в случае, когда ядра Вольтерра из (17) построены для $V_0 = 8$ (м/с), а ε_2 — для $V_0 = 10$ (м/с) при $\Delta b = 10$ (град). На рис. 2 приведены графики $\varepsilon = |K'_{2t}| - |K'_{2\omega_1}|$ при $t = \omega_1$. График ε_1 получен в случае, когда ядра Вольтерра из (18) построены для $b_0 = 10$ (град), ε_2 — для $b_0 = 20$ (град), ε_3 — для $b_0 = 0$ (град) при $\Delta V = 5$ (м/с).

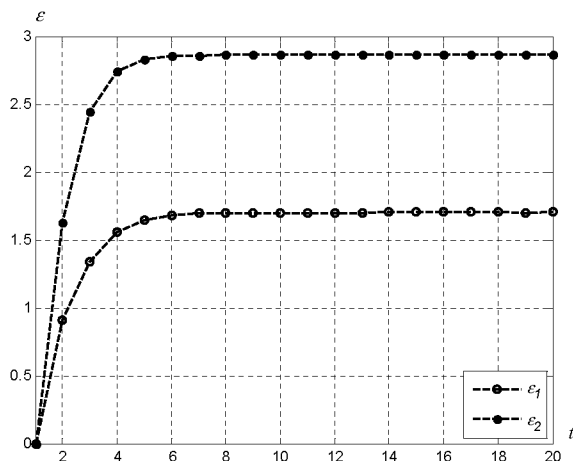


Рис. 1. Погрешность ε для ядер из (17)

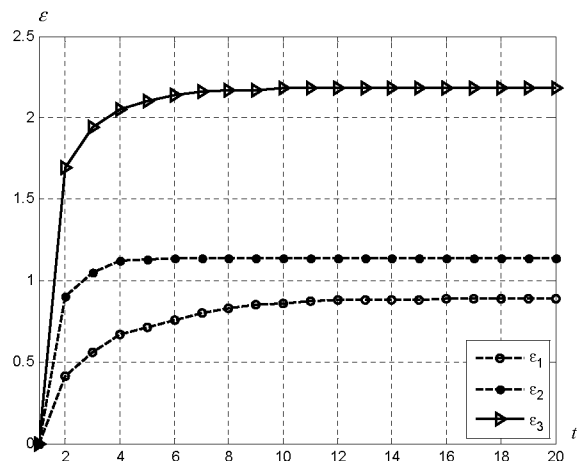


Рис. 2. Погрешность ε для ядер из (18)

Очевидно (см. рис. 1, 2), что изучаемая динамическая система в исследуемом диапазоне входных параметров является нестационарной. Поэтому применение модели вида (2) для описания нелинейной динамики в скалярном случае является приоритетным в сравнении с использованием упрощенной модели вида (9). Таким образом, применение данного алгоритма, позволяющего выявить особенности динамики устройств данного класса, является обоснованным.

Заключение

В данной статье рассмотрен новый способ построения квадратичного полинома Вольтерра для описания нестационарной динамической системы типа «вход-выход». Основная идея состоит в модификации метода разделения отклика интегральной модели на составляющие, которая основана на использовании необходимых условий разрешимости соответствующих многомерных интегральных уравнений Вольтерра I рода. Приведены результаты численных расчетов для «эталонной» модели ветроэнергетической установки с горизонтальной осью вращения, иллюстрирующие нестационарность исследуемого динамического объекта. Дальнейшее развитие работы связано с использованием кубичного полинома Вольтерра.

Работа проводилась при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ, проект № 15-01-01425а.

Литература

1. Веников, В.А. Кибернетические модели электрических систем / В.А. Веников, О.А. Суханов. – М.: Энергоиздат, 1982. – 328 с.
2. Пупков, К.А. Функциональные ряды в теории нелинейных систем / К.А. Пупков, В.И. Капалин, А.С. Ющенко. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
3. Stegmayer, G. Comparison of Volterra Models Extracted from a Neural Network for Nonlinear Systems Modeling / G. Stegmayer // Lecture Notes in Computer Science. – 2005. – V. 3697. – P. 457–463.
4. Tong Zhou, G. Nonlinear Channel Identification and Performance Analysis with PSK Inputs / G. Tong Zhou, G.B. Giannakis // First IEEE Signal Processing Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, New York. – 1997. – P. 337–340.
5. Chen, C.H. Fifth-Order Volterra Kernel Estimation for a Nonlinear Communication Channel with PSK and QAM Inputs / C.H. Chen, E.J. Powers // Ninth IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing, New York. – 1998. – P. 435–438.
6. Lin, J.N. 2-D Adaptive Nonlinear Equalizers / J.N. Lin, R. Unbehauen // Proceedings of EUSIPCO-92, Sixth European Signal Processing Conference, Brussels. – V. 1. – 1992. – P. 135–138.
7. Minu, K.K. Volterra Kernel Identification by Wavelet Networks and Its Applications to Nonlinear Nonstationary Time Series / K.K. Minu, C. Jessy John // Journal of Information and Data Management. – 2012. – V. 1, № 1. – P. 4–9.
8. Вольтерра, В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений / В. Вольтерра. – М.: Наука, 1982. – 304 с.
9. Frechet, M. Sur les Fonctionnelles Continues / M. Frechet // Ann. de l'Ecole Normale Sup. – 1910. – V. 27. – P. 193–216.

10. Апарцин, А.С. Неклассические уравнения Вольтерра I рода в интегральных моделях динамических систем: теория, численные методы, приложение: дис. ... д-ра физ.-мат. наук / А.С. Апарцин. – Иркутск: Иркутский гос. ун-т, 2000.
11. Данилов, Л.В. Теория нелинейных динамических цепей / Л.В. Данилов, Л.Н. Матханов, В.С. Филиппов. – М.: Энергоиздат, 1990. – 256 с.
12. Льюнг, Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
13. Apartsyn, A.S. Modeling of Nonlinear Dynamic Systems with Volterra Polynomials: Elements of Theory and Applications / A.S. Apartsyn, S.V. Solodusha, V.A. Spiryaev // International Journal of Energy Optimization and Engineering. – 2013. – V. 2, № 4. – P. 16–43.
14. Апарцин, А.С. Неклассические уравнения Вольтерра I рода: теория и численные методы / А.С. Апарцин. – Н.: Наука, 1999. – 193 с.
15. Апарцин, А.С. Об оптимизации амплитуд тестовых сигналов при идентификации ядер Вольтерра / А.С. Апарцин, С.В. Солодуша // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 3. – С. 116–124.
16. Солодуша, С.В. Численное моделирование динамики теплообмена модифицированным квадратичным полиномом Вольтерра / С.В. Солодуша // Вычислительные технологии. – 2013. – Т. 18, № 2. – С. 83–94.
17. Апарцин, А.С. К идентификации нелинейных нестационарных динамических систем / А.С. Апарцин // Краевые задачи. – Иркутск: ИГУ, 1997. – С. 91–99.
18. Сидоров, Д.Н. Методы анализа интегральных динамических моделей: теория и приложения / Д.Н. Сидоров. – Иркутск: ИГУ, 2013. – 293 с.
19. Пронин, Н.В. Модель ветрогенератора ВЭУ-3 в пакете MATLAB / Н.В. Пронин, А.С. Мартыанов // Вестник ЮУрГУ. Серия: Энергетика. – 2012. – № 37 (296). – С. 143–145.
20. Perdana, A. Dynamic Response of Grid-Connected Wind Turbine with Doubly Fed Induction Generator During Disturbances / A. Perdana, O. Carlson, J. Persson // Proc. of IEEE Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics. – Trondheim, 2004.
21. Sedaghat, A. Aerodynamic Design of a 300 kW Horizontal Axis Wind Turbine for Province of Semnan / A. Sedaghat, M. Mirhosseini // Energy Conversion and Management. – 2012. – V. 63. – P. 87–94.
22. Суслов, К.В. Повышение качества электрической энергии при управлении элементами активно-адаптивных сетей / К.В. Суслов, Д.О. Герасимов, С.В. Солодуша // Управление качеством электрической энергии: сб. тр. междунар. науч.-практ. конф. – М.: Нац. исслед. ун-т МЭИ, 2014. – С. 191–198.

Светлана Витальевна Солодуша, кандидат физико-математических наук, ведущий лабораторией, лаборатория «Неустойчивые задачи вычислительной математики», Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН (г. Иркутск, Российская Федерация), solodusha@isem.irk.ru.

Дмитрий Олегович Герасимов, доцент, кафедра «Электроснабжение и электротехника», Иркутский национальный исследовательский технический университет (г. Иркутск, Российская Федерация), gerasimovdo@mail.ru.

Константин Витальевич Суслов, кандидат технических наук, доцент, кафедра «Электроснабжение и электротехника», Иркутский национальный исследовательский технический университет (г. Иркутск, Российская Федерация), souslov@istu.edu.

Поступила в редакцию 25 января 2015 г.

Construction of an Integral Model by the Example of Wind Turbine Dynamics

S.V. Solodusha, Melentiev Energy Systems Institute Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Irkutsk, Russian Federation, solodusha@isem.irk.ru ,

D.O. Gerasimov, Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation, gerasimovdo@mail.ru,

K.V. Suslov, Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation, souslov@istu.edu

This study addresses the application of Volterra integral-power series to describe the nonlinear dynamic "input-output" systems. The universality of this mathematical tool makes it possible to create a software for computer experiments. This study is a continuation of the research on the identification of the Volterra kernels, which was started at the Energy Systems Institute, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences. The first part of the paper presents a new algorithm for the identification of the second-degree Volterra polynomials for the systems which can be used for an experiment based on the test sets of disturbances. In the second part the numerical calculation results for a "reference" dynamic system are given. The reference system is represented by a model of a horizontal-axis wind turbine. Quadratic Volterra polynomials are constructed. They describe the nonlinear dynamics of the angular velocity of the wind turbine components, depending on a blade lean angle and wind speed. The Volterra kernels were practically identified with respect to some chosen stationary state of the simulated system.

Keywords: nonlinear dynamic system; quadratic Volterra polynomial; horizontal – axis wind turbine.

References

1. Venikov V.A., Sukhanov O.A. *Kiberneticheskie modeli elektricheskikh sistem* [Cybernetic Models of Electric Power Systems]. Moscow, Energoizdat, 1982. 328 p. (in Russian)
2. Pupkov K.A., Kapalin V.I., Yushenko A.S. *Funktsional'nye ryady v teorii nelineynykh sistem* [Functional Series in the Theory of Non-Linear Systems]. Moscow, Nauka, 1976. 448 p. (in Russian)
3. Stegmayer G. Comparison of Volterra Models Extracted from a Neural Network for Nonlinear Systems Modelling. *Lecture Notes in Computer Science*, 2005, vol. 3697, pp. 457–463. DOI: 10.1007/11550907_72
4. Tong Zhou G., Giannakis G.B. Nonlinear Channel Identification and Performance Analysis with PSK Inputs. *First IEEE Signal Processing Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, New York, 1997, pp. 337–340.
5. Chen C.H., Powers E.J. Fifth-Order Volterra Kernel Estimation for a Nonlinear Communication Channel with PSK and QAM Inputs. *Ninth IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing*, New York, 1998, pp. 435–438.
6. Lin J.N., Unbehauen R. 2-D Adaptive Nonlinear Equalizers. *Proceedings of EUSIPCO-92, Sixth European Signal Processing Conference*, vol. 1, Brussels, 1992, pp. 135–138.
7. Minu K.K., Jessy John C. Volterra Kernel Identification by Wavelet Networks and Its Applications to Nonlinear Nonstationary Time Series. *Journal of Information and Data Management*, 2012, vol. 1, no. 1, pp. 4–9.

8. Volterra V. *Teoriya funktsionalov, integral'nykh i integro-differentsial'nykh uravneni* [A Theory of Functionals, Integral and Integro-Differential Equations]. Moscow, Nauka, 1982. (in Russian)
9. Frechet M. Sur les Funktionnoles Continues. *Ann. de l'École Normale Sup*, 1910, vol. 27, pp. 193–216.
10. Apartsyn A.S. [Nonclassical Volterra Equations of the First Kind in Integral Models of Dynamic Systems: Theory, Numerical Methods, Application. Dissertation of the Doctor of Physical and Mathematical Sciences]. Irkutsk, Irkutsk State University, 2000. (in Russian)
11. Danilov L.V., Matkhanov L.N., Filippov V.S. *Teoriya nelineynykh dinamicheskikh tsepey* [A Theory of Non-Linear Dynamic Circuits]. Moscow, Energoizdat, 1990. (in Russian)
12. Ljung L. *Identifikatsiya sistem. Teoriya pol'zovatelya* [System Identification. Theory for the User]. Moscow, Nauka, 1991. (in Russian)
13. Apartsyn A.S., Solodusha S.V., Spiryaev V.A. Modelling of Nonlinear Dynamic Systems with Volterra Polynomials: Elements of Theory and Applications. *International Journal of Energy Optimization and Engineering*, 2013, vol. 2, no 4, pp. 16–43. DOI: 10.4018/ijeoe.2013100102
14. Apartsyn A.S. Nonclassical Linear Volterra Equations of the First Kind. Utrecht, Boston, VSP, 2003.
15. Apartsyn A.S., Solodusha S.V. Test Signal Amplitude Optimization for Identification of the Volterra Kernels. *Automation and Remote Control*, 2004, vol. 65, no 3, pp. 464–471. DOI: 10.1023/B:AURC.0000019379.43119.d0
16. Solodusha S.V. [Numerical Modelling of Heat Exchange Dynamics by Modified Quadratic Volterra Polynomial]. *Vychislitel'nye tekhnologii* [Computational Technologies], 2013, vol. 18, no 2, pp. 83–94. (in Russian)
17. Apartsyn A.S. [By the Identification of Nonlinear Nonstationary Dynamic Systems]. *Kraevye zadachi* [Boundary Value Problems], Irkutsk, Irkutsk State University, 1997, pp. 91–99. (in Russian)
18. Sidorov D.N. *Metody analiza integralnykh dinamicheskikh modeley: teoriya i prilozheniya* [Methods of Analysis of Integrated Dynamic Models: Theory and Applications]. Irkutsk, Irkutsk State University, 2013. (in Russian)
19. Pronin N.V., Martyanov A.S. Model of Wind Turbine VEU-3 in the Package MATLAB. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Power Engeneering*, 2012, no. 37 (296), pp. 143–145. (in Russian)
20. Perdana A., Carlson O., Persson J. Dynamic Response of Grid-Connected Wind Turbine with Doubly Fed Induction Generator During Disturbances. *Proc. of IEEE Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics*, Trondheim, 2004.
21. Sedaghat A., Mirhosseini M. Aerodynamic Design of a 300 kW Horizontal Axis Wind Turbine for Province of Semnan. *Energy Conversion and Management*, 2012, vol. 63, pp. 87–94.
22. Suslov K.V., Gerasimov D.O., Solodusha S.V. [Increasing Power Quality During Control of Smart Grid Elements]. *Upravlenie kachestvom elektricheskoy energii* [Proceedings of the International Conference Power Quality Management], Moscow, National Research University "MPEI", 2014, pp. 191–198. (in Russian)

Received January 25, 2015