

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ НА РЕЗУЛЬТИРУЮЩИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДВЕСА МИНИАТЮРНОГО ШАРОВОГО ГИРОСКОПА

Г.А. Левина, С.В. Слепова

INFLUENCE OF GEOMETRICAL ERRORS UPON RESULTANT FORCES AND TORQUES OF HYDRODYNAMIC SUSPENSION OF DIMINUTIVE SPHERICAL GYROSCOPE

G.A. Levina, S.V. Slepova

Рассматривается гидродинамический подвес быстро вращающегося шарового ротора-гироскопа на тонком слое маловязкой жидкости, заполняющей зазор между ротором и каркасом статора. Учитываются геометрические погрешности в виде усечения и сдвига центров сегментов, составляющих каркас статора. На основе численных решений анализируется влияние погрешностей на результирующие гидродинамические силы и моменты, действующие на миниатюрный ротор гироскопа.

Ключевые слова: шаровой гироскоп, гидродинамический подвес, геометрические погрешности, гидродинамическая сила, гидродинамический момент.

A hydrodynamic suspension of fast-rotating spherical rotor-gyroscope on a thin coat of ungelled fluid filling the gap between rotor and frame of stator is considered. The geometrical errors in the form of truncation and centre shift of the segments forming the frame of stator are taken into account. On the basis of numerical solutions the influence of errors upon resultant hydrodynamic forces and torques affecting the diminutive rotor of gyroscope is analyzed.

Keywords: spherical gyroscope, hydrodynamic suspension, geometric errors, hydrodynamic force, hydrodynamic torque.

Одной из определяющих тенденций развития систем инерциальной навигации и управления движением объектов различного назначения является их миниатюризация. Разработка перспективных навигационных систем предполагает создание гироскопических датчиков, обладающих малой массой и габаритами, низкими себестоимостью и энергопотреблением, достаточно высокой надежностью. Проблема миниатюризации тесно связана с задачей оценки точности таких устройств.

Ряд вариантов реализации таких датчиков, предложенный в НПО электромеханики (г. Миасс), содержит в своей основе *миниатюрный шаровой гироскоп в гидродинамическом подвесе* [1]. Пример применения такого гироскопического датчика представлен на рис. 1.

Ротор шаровой формы, представляющий собой постоянный двухполюсный магнит, заключен в заполненную маловязкой немагнитной жидко-

стью сферическую полость каркаса статора, сообщающуюся через отверстия с камерой, в которой жидкость находится под давлением. Величина зазора между поверхностями ротора и полости в радиальном направлении мала по сравнению с радиусами каждой из поверхностей. Ротор приводится в быстрое вращение магнитным полем электрических обмоток 1, 5, расположенных на каркасе статора (рис. 1).

Прибор, включающий в себя датчик угла 4, датчик момента 3 и синхронизирующие обмотки 2, 6, может служить чувствительным элементом гиросtabilизатора. Сигналы с датчика угла 4 и синхронизирующих обмоток 2, 6 подаются на усилительно-преобразовательный блок (УПБ), с помощью которого формируются сигналы U_α, U_β управления двигателями стабилизации D_1, D_2 .

Левина Галина Абрамовна - к.т.н., доцент кафедры приборостроения ЮУрГУ; ps_giro@instrcon.susu.ac.ru.

Слепова Светлана Владимировна - к.т.н., доцент кафедры приборостроения ЮУрГУ; shag@susu.ac.ru.

Levina Galina Abramovna - PhD, associate professor of instrument making department of SUSU; ps_giro@instrcon.susu.ac.ru.

Slepova Svetlana Vladimirovna - candidate of technical science, associate professor of instrument making department of SUSU; shag@susu.ac.ru.

Датчик момента ζ используется для компенсации постоянных составляющих возмущающих моментов и для начальной выставки платформы. Сферический гидродинамический подвес создает возможность центрирования ротора и демпфирования колебаний его главной оси.

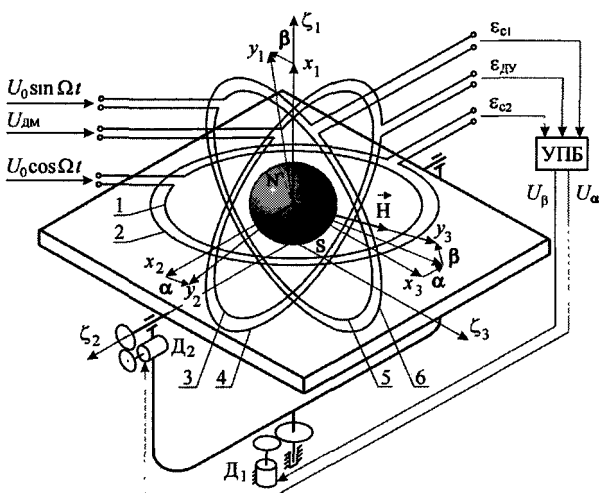


Рис. 1. Функционально-кинематическая схема двухосного гиросtabilизатора

При позиционной цепи стабилизации электромагнитные моменты двигателя вызывают дрейф платформы гиросtabilизатора. Введением интегрально-позиционной цепи стабилизации влияние этих моментов на дрейф платформы в установившемся режиме ($\alpha = 0, \beta = 0$) исключается. Тогда основными *возмущающими моментами* становятся гидродинамические моменты, обусловленные погрешностями изготовления и сборки каркаса статора. Является актуальной задача оценки этих моментов и результирующих гидродинамических сил, приложенных к ротору гироскопа.

Математическому моделированию подвеса с учетом геометрических погрешностей посвящены работы авторов [2-6]. В настоящей статье приводятся, наряду с данными о моментах, неопубликованные ранее численные результаты о результирующих реакциях подвеса.

1. Постановка и численное решение гидродинамической задачи

Шаровой ротор выполняет установившееся вращение с угловой скоростью ω вокруг горизонтальной оси в неподвижной полости статора. Каркас статора составлен из двух полусферических сегментов. Предполагается, что отклонения главной оси ротора Oz_3 относительно оси статора Ox_3 малы и ими можно пренебречь при определении реакций подвеса. Исследуются схемы гидродинамических подвесов с учетом геометрических погрешностей в виде *усечения и сдвига центров сегментов*: в схеме А плоскость смещения усеченных сферических сегментов, составляющих статор, перпендикулярна оси вращения ротора (рис. 2, а); в схеме В вектор сдвига центров оснований сегментов лежит в плос-

кости, проходящей через ось вращения ротора (рис. 2, б). Геометрические параметры отверстий таковы, что они не являются ограничителями расхода поступающей в зазор жидкости.

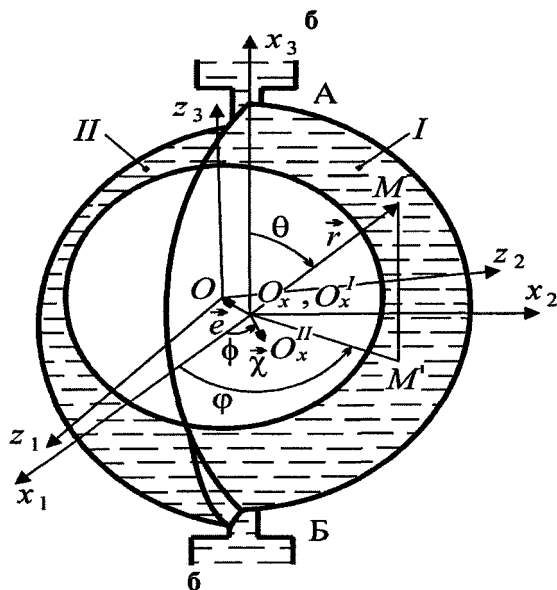
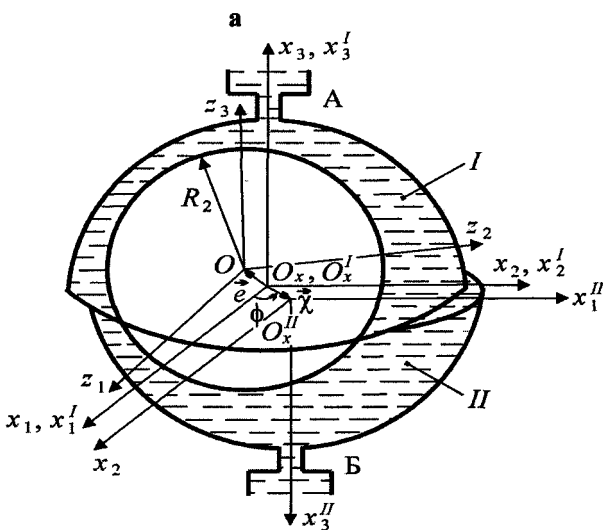


Рис. 2. Расчетные схемы гидродинамического подвеса: а - схема А; б - схема Б

Течение тонкого слоя ньютоновской несжимаемой жидкости в зазоре подвеса изучается в соответствии с классическими допущениями гидродинамической теории смазки: режим течения жидкости принимается ламинарным и изотермическим, жидкость рассматривается как сплошная безинерционная среда с динамическим коэффициентом вязкости, не зависящим от давления. При таких допущениях уравнение для распределения давления в слое жидкости принимает вид уравнения Рейнольдса.

Для определения реакций подвеса выполняется численное решение краевых задач для распределения давления.

В случае схемы А (рис. 2, а) уравнение распределения давления записывается для каждой из областей k ($k = I, II$) в сферических координатах, отсчитанных в пространстве статора $O_x x_1^{(k)} x_2^{(k)} x_3^{(k)}$:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} [\sin \theta \frac{\partial \bar{p}^{(k)}}{\partial \theta} (H^{(k)})^3] + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} [\frac{\partial \bar{p}^{(k)}}{\partial \varphi} (H^{(k)})^3] = l^{(k)} \Lambda \sin^2 \theta (\varepsilon_1^{(k)} \sin \varphi - \varepsilon_2^{(k)} \cos \varphi), \quad (1)$$

где $\bar{p}^{(k)}$ – давление в области k ; $l^I = 1$; $l^{II} = -1$; $\Lambda = 6\mu\omega R_2^2 / \delta^2 p_0$; μ – динамический коэффициент вязкости; R_2 – радиус ротора; δ – величина радиального зазора между поверхностями статора и ротора при концентричном положении сфер; p_0 – давление в камере; функция зазора в области k

$$H^{(k)} = 1 - \varepsilon_1^{(k)} \sin \theta \cos \varphi - \varepsilon_2^{(k)} \sin \theta \sin \varphi - \varepsilon_3^{(k)} \cos \theta; \quad (2)$$

$\varepsilon_1^I = \varepsilon_1$; $\varepsilon_2^I = \varepsilon_2$; $\varepsilon_3^I = \varepsilon_3 + \bar{\chi}_3^I$; $\varepsilon_1^{II} = \varepsilon_2 - \sin \varphi$; $\varepsilon_2^{II} = \varepsilon_1 - \bar{\chi} \cos \varphi$; $\varepsilon_3^{II} = -\varepsilon_3 + \bar{\chi}_3^{II}$; ε_i ($i = \overline{1, 3}$) – проекции вектора относительного эксцентриситета $\bar{\varepsilon} = \bar{e} / \delta$ на оси СК x_i ; $\bar{\chi}_3^{(k)}$, $\bar{\chi}$ – относительные параметры усечения полусферы k вдоль оси $O_x x_3$ и сдвига центров сегментов; φ – угол ориентации вектора сдвига. Приняты следующие краевые условия:

$$\left((H^I)^3 \frac{\partial \bar{p}^I}{\partial \theta} \right)_{\theta=\pi/2} = - \left((H^{II})^3 \frac{\partial \bar{p}^{II}}{\partial \theta} \right)_{\theta=\pi/2};$$

$$\bar{p}^{(k)}(\theta_1, \varphi) = 1, \quad \theta_1 = r^* / R_1, \quad r^* \text{ – радиус отверстия.}$$

Краевая задача решается методом малых возмущений. В качестве малых параметров принимают величины $\lambda_i^{(k)}$ ($i = \overline{1, 5}$): $\lambda_1^I = \lambda_2^{II} = \varepsilon_1$; $\lambda_2^I = \lambda_1^{II} = \varepsilon_2$; $\lambda_3^I = \lambda_4^{II} = \bar{\chi} \cos \varphi$; $\lambda_4^I = \lambda_3^{II} = \bar{\chi} \sin \varphi$; $\lambda_5^I = \varepsilon_3 + \bar{\chi}_3^I$; $\varepsilon_3^{II} = \varepsilon_3 + \bar{\chi}_3^{II}$. Функция давления приближенно представлена в виде $\bar{p}^{(k)} = P_0^{(k)} + \sum_{i=1}^5 \lambda_i^{(k)} P_i^{(k)}$. Функции первого приближения приводятся к виду

$$P_0^{(k)} = 1; \\ P_i^{(k)} = \pm Z_{1,i}^{(k)}(\theta) \sin \varphi \pm Z_{2,i}^{(k)}(\theta) \cos \varphi, \quad i = \overline{1, 4}; \\ P_5^{(k)} = 0,$$

где коэффициенты $Z_{j,i}^{(k)}(\theta)$ ($j = 1, 2$; $i = 1, 4$) определяются решением восьми краевых задач, представленных обыкновенными дифференциальными уравнениями с соответствующими краевыми условиями [2]. Строятся разностные схемы интегроинтерполяционным методом на равномерной сетке. Разностные уравнения приводятся к системам линейных алгебраических уравнений трехдиагональной структуры, которые решаются методом прогонки.

В схеме В зазор терпит разрыв по координате φ с переменной по координате θ «ступенькой» (рис. 2, б). Учесть нерегулярность геометрии зазора гидродинамического подвеса позволяет решение двумерной краевой задачи для распределения давления методом конечных элементов в формулировке Галеркина. Поверхность чаши подвеса разбивается на четырехугольные конечные элементы N параллелями и L меридианами по сферическим координатам θ, φ соответственно. Причем, линии координатной сетки, проходящие по меридианам $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$ через полюсы сферы $\theta = 0, \theta = \pi$, разделяют поверхность на области I и II , показанные на рис. 2, б.

Краевая задача для функции давления задана уравнениями (1) при $l^{(k)} = 1, k = I, II$ и краевыми условиями: $\bar{p}^{(k)}(\theta_1, \varphi) = 1, \quad \bar{p}^I(\theta, 0) = \omega_{ci}(\theta, 0),$

$\bar{p}^I(\theta, \pi) = \bar{p}^{II}(\theta, \pi)$. Функция зазора $H^{(k)}$ в уравнении (1) определяется по формуле (2), в которой $\varepsilon_1^I = \varepsilon_1$; $\varepsilon_2^I = \varepsilon_2 + \bar{\chi}_2^I$; $\varepsilon_3^I = \varepsilon_3$; $\varepsilon_1^{II} = \varepsilon_1 + \bar{\chi} \cos \varphi$; $\varepsilon_2^{II} = \varepsilon_2 - \bar{\chi}_2^{II}$; $\varepsilon_3^{II} = \varepsilon_3 + \bar{\chi} \sin \varphi$; $\bar{\chi}_2^{(k)}$ – относительный параметр усечения полусферы k вдоль оси $O_x x_2$.

Приближенное решение краевой задачи записывается в виде линейной комбинации пробных функций, коэффициентами которых являются узловые значения искомой функции давления в области k : $\tilde{p}^{(k)} = \mathbf{W} \mathbf{P}^{(k)}$, где $\mathbf{P}^{(k)}$ – столбец значений функции давления $\tilde{p}_i^{(k)}$ в узлах $i = (L/2 + 1)(i-1) + j$, которым соответствуют координаты θ_i и φ_j ($i = \overline{1, N}$; $j = \overline{1, L/2 + 1}$); \mathbf{W} – матрица-строка, компонентами которой являются билинейные пробные функции $\tilde{w}_i(\theta, \varphi)$, определяемые на каждом конечном элементе. Уравнения для узловых значений $\tilde{p}_i^{(k)}$ получены по условию Галеркина:

$$\iint_{\Omega^{(k)}} \tilde{w}_d(\theta, \varphi) \mathfrak{R}^{(k)} d\varphi d\theta = 0, \quad d = \overline{1, N(L/2 + 1)}. \quad (3)$$

Здесь $\tilde{w}_d(\theta, \varphi)$ – весовая функция, которая выбирается из того же семейства, что и пробные функции $\tilde{w}_i(\theta, \varphi)$; $\mathfrak{R}^{(k)}$ – невязка уравнения (1). Добавляя к двум системам уравнений (3) при $k = I$ и $k = II$ краевые условия, получаем замкнутую систему линейных алгебраических уравнений высокого порядка

$$\mathbf{A} \mathbf{P} = \mathbf{C},$$

где \mathbf{P} – столбец, составленный из искомых узловых значений функции давления, \mathbf{C} – столбец, состоящий из коэффициентов, обусловленных дискретизацией краевой задачи, \mathbf{A} – квадратная разреженная матрица почти девятидиагональной структуры с локальными отклонениями, элементы которой также обусловлены дискретизацией. Ненулевые элементы a_{sq} матрицы \mathbf{A} расположены на

диагоналям, параллельных основным диагоналям. Для решения этой системы уравнений разработан алгоритм, приведенный в [7, 8].

По узловым значениям функции давления, полученным при численном моделировании схем А и В, определяются касательные и нормальные напряжения на поверхности ротора, затем вычисляются значения проекций на оси СКх, статора результирующих гидродинамических сил, момента сопротивления и возмущающих моментов [5, 6, 9].

Численное моделирование проведено для реальных гидродинамических подвесов, параметры которых предоставлены разработчиками гироскопа: $p_0 = 5 \cdot 10^5$ Па; $\rho = 1,75 \cdot 10^3$ кг/м³; $\mu = 7,4 \cdot 10^{-4}$ Па·с при рабочей температуре $t_0 = 50$ °С; $R_2 = 0,6 \cdot 10^{-3}$ м; $1,185 \cdot 10^{-3}$ м; $1,5 \cdot 10^{-3}$ м; $2,5 \cdot 10^{-3}$ м; $\delta = 5 \cdot 10^{-6}$ м; $\omega = 3,14 \cdot 10^3 - 18,85 \cdot 10^3$ рад/с; плотность материала ротора $\rho_p = 8 \cdot 10^3$ кг/м³.

2. К задаче левитации ротора в идеальном гидродинамическом подвесе

Определяются равновесные положения главной оси ротора в случаях неподвижного и движущегося с постоянным переносным ускорением основания. При условии идеального сферического подвеса ($\chi = \chi_3^I = \chi_3^{II} = 0$) с параметрами $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$ м и $\omega = 6,28 \cdot 10^3$ рад/с уравновешивание силы тяжести ротора гидродинамической силой достигается при относительном эксцентриситете $\varepsilon = 5,95 \cdot 10^{-5}$. При перегрузках от переносных ускорений в 10g и 100g величина эксцентриситета ε оказывается соответственно равной $5,95 \cdot 10^{-4}$ и $5,95 \cdot 10^{-3}$.

На рис. 3 показана поверхность функции распределения избыточного давления при $\varepsilon = 5,95 \cdot 10^{-4}$. Поверхность имеет малую несимметричность вдоль координатной оси θ , которая на приведенном графике незаметна. Качественный вид поверхности не зависит от значений относительного эксцентриситета, изменяются лишь максимальные и минимальные значения избыточного давления: при $\varepsilon = 5,95 \cdot 10^{-5}$:

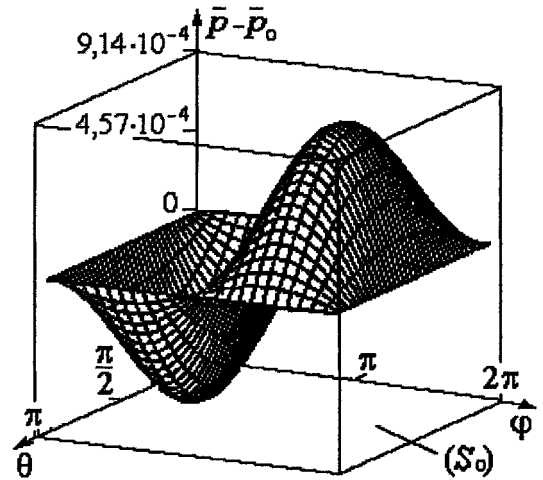
$$|\bar{p}_{\max} - \bar{p}_0| = |\bar{p}_{\min} - \bar{p}_0| = 9,14 \cdot 10^{-5};$$

при $\varepsilon = 5,95 \cdot 10^{-3}$ (перегрузка 100g):

$$|\bar{p}_{\max} - \bar{p}_0| = |\bar{p}_{\min} - \bar{p}_0| = 9,14 \cdot 10^{-3}.$$

Отрицательные значения избыточного давления появляются при больших относительных эксцентриситетах. Так, например, $\varepsilon > 0,49$ для рассматриваемого миниатюрного ротора при перегрузках, превышающих 1000g.

Безразмерный коэффициент экваториальной жесткости для подвеса с указанными параметрами имеет значение 2,072. Масштабный коэффициент для перехода к размерным значениям коэффициентов экваториальной жесткости есть $K_g = 4,412 \cdot 10^5$ Н·м.



$$(S_0): \bar{p} - \bar{p}_0 = -9,14 \cdot 10^{-4}.$$

Параметры моделирования: $\chi = \chi_3^I = \chi_3^{II} = 0$,
 $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$ м, $\omega = 6,28 \cdot 10^3$ рад/с.

Рис. 3. Поверхность функции распределения избыточного давления

Заметим, что для модели геометрически идеального подвеса со сплошным безинерционным слоем осевая жесткость отсутствует. Разработчиками шарового гироскопа экспериментально обнаружено, что подвес сохраняет работоспособность при произвольном положении оси собственного вращения ротора, в том числе и вертикальном. Осевая жесткость реального подвеса, возможно, обусловлена высокочастотными колебаниями ротора, возбуждаемыми магнитным полем обмоток статора.

3. Влияние погрешностей формы каркаса статора на результирующие реакции и равновесные положения центра ротора

Положение оси ротора рассматривается в системе координат, связанной с каркасом статора. Принимается, что центры O_x^I и O_x^{II} сферических сегментов, составляющих каркас статора не совпадают: $|O_x^I O_x^{II}| = \chi$ (рис. 2, а, б). За полюс O_x СКх, статора выбран центр O_x^I сегмента I. Центром подвеса назовем точку O^* , занимающую среднее положение между точками O_x^I и O_x^{II} : $O_x O^* = 0,5\chi$ (рис. 4, а, б). Тогда положение центра O ротора в СКх, статора определяется векторным равенством

$$\vec{e} = 0,5 \vec{\chi} + \vec{e}^*,$$

где \vec{e}^* – вектор смещения центра O ротора относительно центра подвеса O^* .

Проекции относительного эксцентриситета \vec{e} в рассматриваемой задаче записываются соответственно для схем А и В:

$$\varepsilon_1 = 0,5\bar{\chi}\cos\phi + \varepsilon_1^*, \quad \varepsilon_2 = 0,5\bar{\chi}\sin\phi + \varepsilon_2^*, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_3^*;$$

$$\varepsilon_1 = 0,5\bar{\chi}\cos\phi + \varepsilon_1^*, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_2^*, \quad \varepsilon_3 = 0,5\bar{\chi}\sin\phi + \varepsilon_3^*.$$

В случае схемы А зависимости проекции F_{x1} гидродинамической силы от проекции ε_2 относительного эксцентриситета показаны на рис. 5. Графики построены при различных значениях радиуса ротора R_2 , угловой скорости ω и заданных величинах сдвига χ центров сегментов, составляющих каркас статора. Зависимости $F_{x2}(\varepsilon_1)$ при тех же параметрах подвеса аналогичны. Величины проекций F_{x1} , F_{x2} результирующей гидродинамической силы возрастают при увеличении радиуса ротора и угловой скорости его вращения. Значения проекций F_{x1} , F_{x2} не зависят от величины сдвига χ центров сегментов и угла ориентации ϕ вектора $\bar{\chi}$.

Диаграмма расположения векторов результирующих гидродинамических реакций подвеса \bar{F} и соответствующих векторов смещения \bar{e}^* центра O ротора относительно центра подвеса O^* изображена на рис. 6. На диаграмме векторы сил рассматриваются приложенными к центру O ротора для всех представленных положений, также показаны соответствующие векторы эксцентриситета \bar{e} относительно полюса O_x статора.

Для подвесов с параметрами $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$ м; $\omega = 15,71 \cdot 10^3$ рад/с; $\varepsilon^* = 0,001$ и $R_2 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м; $\omega = 9,42 \cdot 10^3$ рад/с; $\varepsilon^* = 0,0001$ модули гидродинамических сил \bar{F} равны $1,15 \cdot 10^{-2}$ Н и $1,77 \cdot 10^{-3}$ Н соответственно.

С помощью такой диаграммы можно определять равновесное положение центра ротора с учетом перегрузки от переносных ускорений.

Величины относительных смещений ε^* в задаче левитации без перегрузки ($m_p g = F$) для схемы А зависят от радиуса ротора R_2 и угловой скорости ω , как приведено в таблице.

Данные в таблице дают представление о величинах относительных смещений ε^* , которые оказываются весьма малыми.

При перегрузках от переносных ускорений в 10g и 100g величины ε^* возрастают в 10 и 100 раз соответственно.

В подвесе, представленном схемой В, вектор \bar{F} результирующей гидродинамической силы имеет не только экваториальную $\bar{F}^{(эkv)} = F_{x1}\bar{x}_1 + F_{x2}\bar{x}_2$, но и осевую \bar{F}_{x3} составляющие – если величина сдвига $\chi \neq 0$. Зависимости

экваториальных F_{x1} , F_{x2} и осевых F_{x3} проекций гидродинамических сил от проекций ε_i^* ($i = \overline{1, 3}$) относительного эксцентриситета $\bar{\varepsilon}^*$ показаны на рис. 7, 8 для подвеса с параметрами $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$ м, $\omega = 15,71 \cdot 10^3$ рад/с и указанными величинами сдвига χ центров сегментов.

Если центры сегментов, составляющих каркас статора, не совпадают ($\chi \neq 0$), то значения проекций F_{xi} ($i = \overline{1, 3}$) главного вектора \bar{F} гидродинамических сил зависят от экваториальных ε_1^* , ε_2^* и осевой ε_3^* составляющих вектора смещения \bar{e}^* . Величины осевых проекций вектора \bar{F} значительно меньше значений экваториальных проекций: $F_{x3} \approx 10^{-3} F_{x1}$, $F_{x3} \approx 10^{-3} F_{x2}$. Осевая составляющая F_{x3} является практически постоянной, и осевая жесткость не обнаруживается.

На рис. 9, а, б изображены диаграммы взаимного расположения экваториальных составляющих гидродинамических сил $\bar{F}^{(эkv)}$ и экваториальных смещений $\bar{e}^{*(э)}$ центра O ротора относительно центра подвеса O^* , а также составляющих $\bar{e}^{*(э)}$ эксцентриситетов \bar{e} .

Векторные диаграммы (рис. 9, а, б) соответствуют гидродинамическому подвесу с параметрами $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$ м; $\omega = 15,71 \cdot 10^3$ рад/с; $\varepsilon^* = \varepsilon^{*(э)} = 10^{-4}$; $\chi = 10^{-7}$ м. При ориентации $\phi = \pi/4$ сдвига центров сегментов (рис. 9, а) направления экваториальных составляющих $\bar{F}^{(эkv)}$ главных векторов гидродинамических сил почти совпадают во всех положениях центра O ротора относительно центра O^* подвеса. Величины экваториальных составляющих $F^{(эkv)} = \sqrt{F_{x1}^2 + F_{x2}^2}$ одинаковы и равны $\approx 0,164$ Н.

При этом значения осевых проекций $F_{x3} \approx \approx 1,68 \cdot 10^{-4}$ Н. Отклонения величин $F = \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_{xi}^2}$, вычисленных при различных направлениях вектора $\bar{e}^{*(э)}$, от их среднего значения составляют не более 0,67%. Полученные гидродинамические силы F уравнивают силу инерции ротора от переносных ускорений величины $\approx 298g$.

Величины относительных смещений

	$R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$ м	$R_2 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м	$R_2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м
$\omega = 3,14 \cdot 10^3$ рад/с	–	–	$\varepsilon^* = 1,13 \cdot 10^{-4}$
$\omega = 6,28 \cdot 10^3$ рад/с	$\varepsilon^* = 1,19 \cdot 10^{-4}$	$\varepsilon^* = 9,41 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon^* = 5,65 \cdot 10^{-5}$
$\omega = 9,42 \cdot 10^3$ рад/с	$\varepsilon^* = 7,94 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon^* = 6,28 \cdot 10^{-5}$	–
$\omega = 1,26 \cdot 10^4$ рад/с	$\varepsilon^* = 5,95 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon^* = 4,70 \cdot 10^{-5}$	–
$\omega = 1,57 \cdot 10^4$ рад/с	$\varepsilon^* = 4,76 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon^* = 3,41 \cdot 10^{-5}$	–

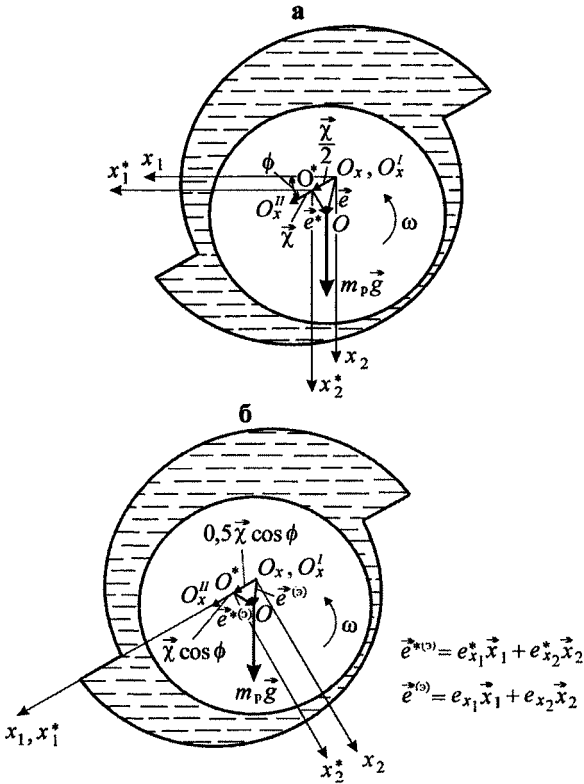


Рис. 4. Векторы смещений в плоскости $O_x x_1 x_2$:
а – схемы А;
б – схемы Б

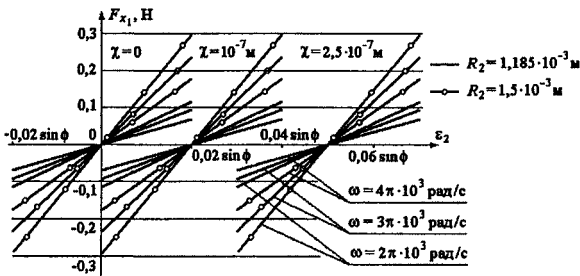


Рис. 5. Зависимости гидродинамической реакции F_{x1} от проекции ϵ_2 относительного эксцентриситета

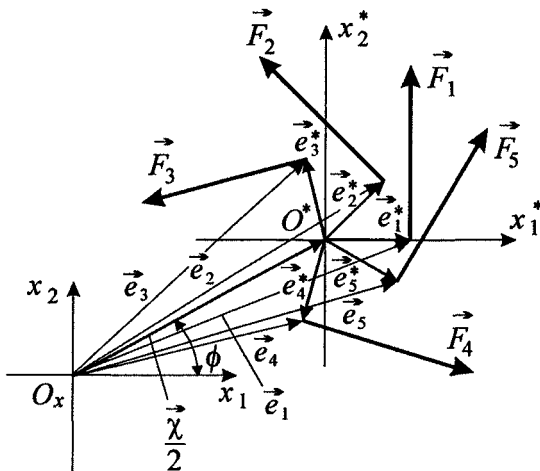


Рис. 6. Векторная диаграмма гидродинамических сил \vec{F}

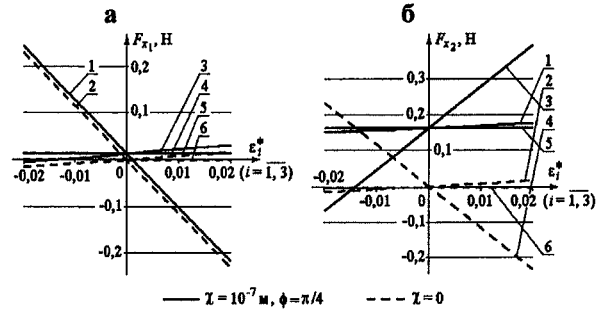


Рис. 7. Зависимости экваториальных проекций гидродинамических сил от проекций ϵ_i^* ($i = \overline{1, 3}$) относительного эксцентриситета:
а – F_{x1} ;
б – F_{x2}

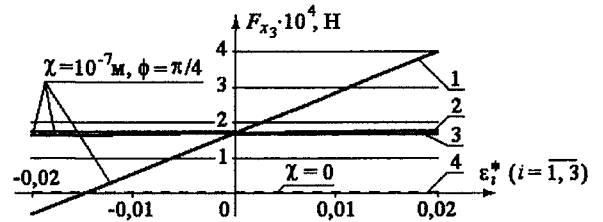


Рис. 8. Зависимости осевых проекций F_{x3} гидродинамических сил от проекций ϵ_i^* ($i = \overline{1, 3}$) относительного эксцентриситета

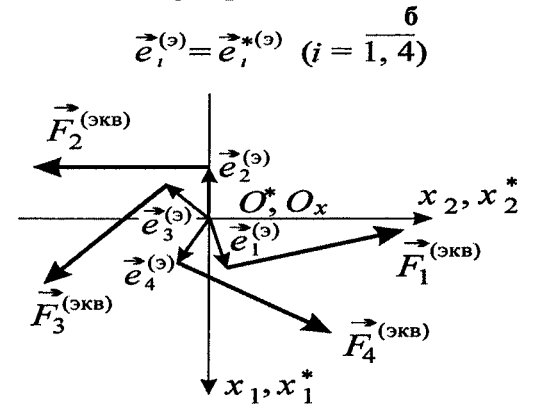
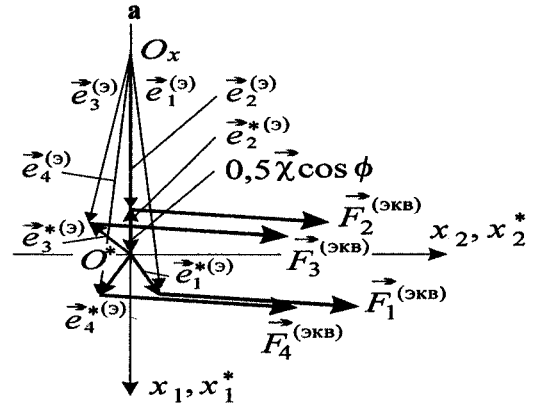


Рис. 9. Векторные диаграммы экваториальных составляющих гидродинамических сил $\vec{F}^{(э)}$:
а – $\chi = 10^{-7}$ м, $\phi = \pi/4$;
б – $\chi = 10^{-7}$ м; $\phi = \pi/2$

При угле $\phi = \pi/2$ (рис. 9, б) векторы $\vec{F}^{(экр)}$ почти перпендикулярны векторам $\vec{e}^{*(э)}$ смещений центра O ротора относительно центра O^* подвеса. Модули экваториальных составляющих $F^{(экр)}$ равны $\approx 1,15 \cdot 10^{-3}$ Н. Для различных положений $\vec{e}^{*(э)}$ центра O ротора осевые проекции F_{x_3} принимают значения в диапазоне $[-2,7 \cdot 10^{-6}; 2,7 \cdot 10^{-6}]$ Н. В рассматриваемом случае величины F гидродинамических сил отличаются между собой на $\approx 0,26\%$. Найденные гидродинамические силы F уравнивают переносные силы инерции ротора, соответствующие перегрузке $\approx 2,1g$.

Для подвесов с другими параметрами $R_2, \omega, \chi, \varepsilon^*$ векторные диаграммы экваториальных составляющих $\vec{F}^{(экр)}$ при углах $\phi = \pi/4$ и $\phi = \pi/2$ аналогичны представленным на рис. 9, а, б.

Значения проекций F_{x_i} ($i = \overline{1, 3}$) результирующей гидродинамической силы зависят от величины вектора χ сдвига центров сегментов, составляющих каркас статора, и его ориентации ϕ в плоскости $O_x x_1 x_3$.

В условиях уравнивания силы тяжести ротора экваториальной гидродинамической силой $m_p \vec{g} = \vec{F}^{(экр)}$ величина силы $F^{(экр)}$ зависит не только от экваториального, но и от осевого смещения центра O ротора относительно центра O^* подвеса: $\vec{e}^* = \{e_{x1}^*, e_{x2}^*, e_{x3}^*\}$.

4. Влияние погрешностей формы каркаса статора на распределение давления слоя жидкости

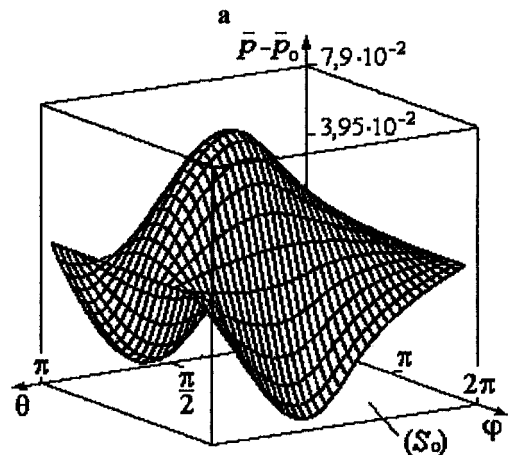
Геометрические погрешности подвеса приводят к несимметричности формы поверхности функции давления вдоль координат θ, ϕ . В качестве примера на рис. 10, а, б представлены распределения избыточного давления жидкости подвесов с параметрами: $\omega = 6,28 \cdot 10^3$ рад/с, $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$ м.

5. Влияние погрешностей формы каркаса статора на момент сопротивления и возмущающие моменты

Момент сопротивления ротора в гидроподвесе для схемы А не зависит от сдвига χ центров сегментов каркаса статора. В схеме В с ростом величины сдвига χ до $2 \cdot 10^{-6}$ м момент сопротивления увеличивается на 11,9%. Изменение параметров усечения полусфер χ_i^I, χ_i^{II} ($i = 2$ – для схемы В, $i = 3$ – для схемы А) от 0 до $1,5 \cdot 10^{-6}$ м приводит к возрастанию момента сопротивления на 7,8% и 3,73% в схемах В и А соответственно (рис. 11).

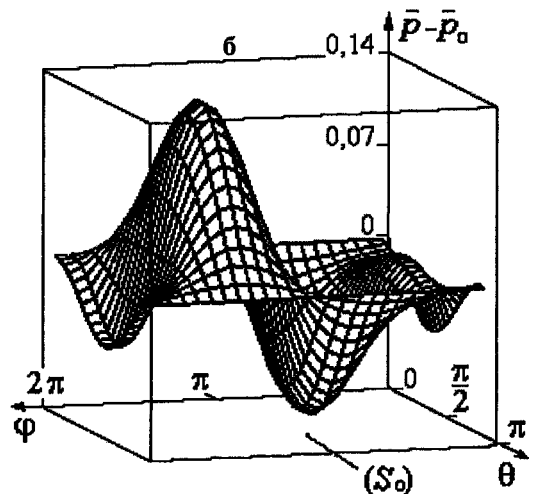
Значения возмущающих моментов возрастают при увеличении сдвига χ центров сегментов. Зави-

симости безразмерных возмущающих моментов $\overline{M}_{Ox1}, \overline{M}_{Ox2}$ от угла ориентации ϕ вектора сдвига сегментов при относительных смещениях центра ротора относительно центра статора $\varepsilon_i = 0,01$ ($i = \overline{1, 3}$) показаны на рис. 12, а, б. Графики 1–5 получены при величинах сдвига χ составляет $0,1 \cdot 10^{-6}; 0,5 \cdot 10^{-6}; 1 \cdot 10^{-6}; 1,5 \cdot 10^{-6}; 2 \cdot 10^{-6}$ м соответственно. Масштабные коэффициенты K_M для перехода к размерным значениям моментов для подвесов с параметрами $R_2 = 1,185 \cdot 10^{-3}$ м, $\omega = 1,57 \cdot 10^4$ рад/с и $R_2 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м, $\omega = 1,57 \cdot 10^4$ рад/с равны $1,44 \cdot 10^{-5}$ Н·м и $3,69 \cdot 10^{-5}$ Н·м соответственно. Параметры усечения полусфер χ_i^I, χ_i^{II} ($i = 2$ – для схемы В, $i = 3$ – для схемы А) на величину возмущающих моментов и, следовательно, на уход платформ не влияют.



(S_0): $\bar{p} - \bar{p}_0 = -0,079; \phi = \pi/2;$

$\bar{\chi} = 0,1; \chi_3^I = \chi_3^{II} = 0; \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-2}; \varepsilon_3 = 0.$



(S_0): $\bar{p} - \bar{p}_0 = -0,1157; \phi = \pi/6;$

$\chi_3^I = \chi_3^{II} = \bar{\chi} = 0,1; \varepsilon_i = 0,01 (i = \overline{1, 3}).$

Рис. 10. Поверхности функции распределения избыточного давления: а – для схемы А; б – для схемы Б

Предложенная методика численного моделирования сферических гидродинамических подвесов с геометрическими погрешностями позволяет оценить уровень точности прибора, построенного на основе рассматриваемого миниатюрного шарового гироскопа: по величинам возмущающих моментов можно вычислить соответствующую угловую скорость дрейфа платформы гиросtabilизатора.

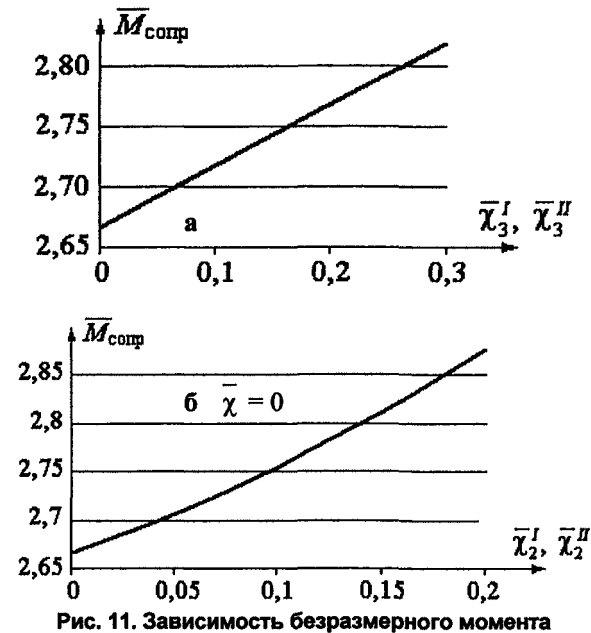


Рис. 11. Зависимость безразмерного момента сопротивления $\bar{M}_{сопр}$ от параметров усечения полусфер:
а – для схемы А;
б – для схемы Б

Угловая скорость ω_{ζ_i} ($i = 1, 2$) дрейфа платформы находится в прямой зависимости от динамического коэффициента вязкости жидкости и в обратной зависимости от величины радиального зазора, радиуса и плотности материала ротора. С увеличением сдвига χ уход платформы ω_{ζ_i} ($i = 1, 2$) возрастает (рис. 13). Для схемы А зависимости угловых скоростей ω_{ζ_i} ($i = 1, 2$) дрейфа платформы от величины сдвига χ центров сегментов аналогичны графикам, приведенным на рис. 13, а для схемы В. Численные оценки угловых скоростей дрейфа платформы от возмущающих моментов гидроподвеса позволяют определить допустимый сдвиг χ центров сегментов. Например, для обеспечения угловых скоростей дрейфа 0,01 рад/с величина сдвига χ не должна превышать $0,07 \cdot 10^{-7}$ м; $0,09 \cdot 10^{-7}$ м; $0,15 \cdot 10^{-7}$ м для роторов, радиусы которых принимают значения $1,185 \cdot 10^{-3}$ м; $1,5 \cdot 10^{-3}$ м; $2,5 \cdot 10^{-3}$ м соответственно. При тех же погрешностях

скорости дрейфа можно значительно уменьшить переходом с жидкостного на газовый подвес.

Литература

1. А. с. 253470 СССР МК И Г 01 С 19/20. Гироскоп / А. С. Золотухин, Н. И. Дубских, В. В. Богатырев, С. А. Кроткое. - № 3131041; заявлено 27.12.85.
2. Левина, Г. А. Влияние погрешностей геометрии статора на реакции гидродинамического подвеса шарового гироскопа / Г. А. Левина, С. В. Слепова // Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1993. - 12 с. - Деп. в ВИНТИ 29.07.93, № 2166-В93.
3. Слепова, С. В. Определение реакций гидродинамического подвеса шарового гироскопа с учетом геометрических погрешностей статора / С. В. Слепова // Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1996. - 15 с. - Деп. в ВИНТИ 6.12.96, № 3551-В96.
4. Левина, Г. А. К проблеме создания миниатюрного шарового гироскопа в гидродинамическом подвесе: результаты математического моделирования / Г. А. Левина, С. В. Слепова, М. Ю. Чащин // В кн. «Труды Международного Форума по проблемам науки, техники и образования»; т. 2 / Под ред. В. П. Савиных, В. В. Вишневого. - М.: Академия наук о Земле, 2001. - С. 119-123.
5. Левина, Г. А. Численная схема определения реакций гидродинамического подвеса на основе метода конечных элементов / Г. А. Левина, С. В. Слепова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». - 2003. - Вып. 2, № 4(20). - С. 99-106.
6. Левина, Г. А. Численное моделирование реакций гидродинамического подвеса сферического гироскопа с учетом технологических погрешностей / Г. А. Левина, С. В. Слепова // Авиакосмическое приборостроение. - 2003. - № 12. - С. 2-6.
7. Слепова, С. В. Модифицированный алгоритм Томаса для численного решения одной краевой задачи гидродинамической теории смазки / С. В. Слепова. - Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1995. - 13 с. - Деп. в ВИНТИ 6.09.95, М 2530-В95.
8. Слепова, С. В. Применение метода конечных элементов к решению одной задачи гидродинамической теории смазки / С. В. Слепова // Элементы и приборы систем управления: тем. сб. науч. тр. - Челябинск: ЧГТУ, 1996. - С. 88-94.
9. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ в РосАПО № 970233. Анализ погрешностей геометрии сферического гидродинамического подвеса гироскопа (АПГ - СПГ) / С. В. Слепова, Г. А. Левина; опублик. 27.05.97.

Поступила в редакцию 27 сентября 2007 г.

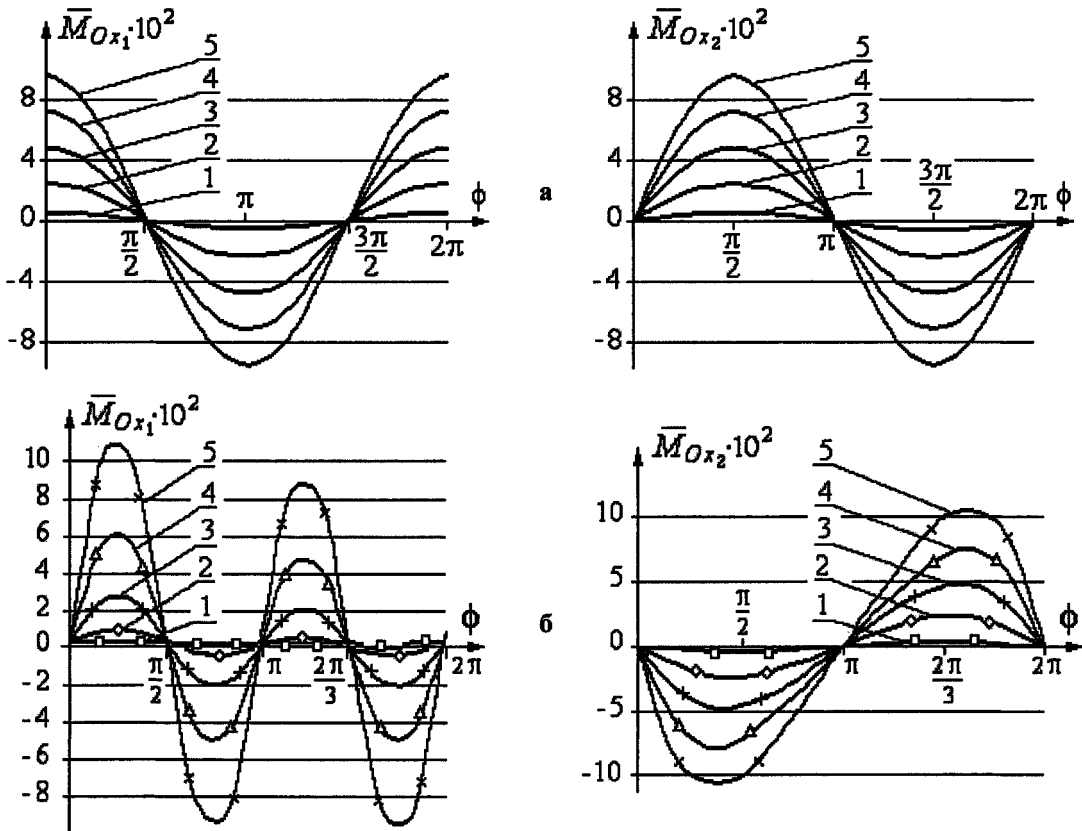


Рис. 12. Зависимости возмущающих моментов \bar{M}_{Ox_1} , \bar{M}_{Ox_2} от угла ориентации ϕ вектора сдвига:
 а – для схемы А;
 б – для схемы Б

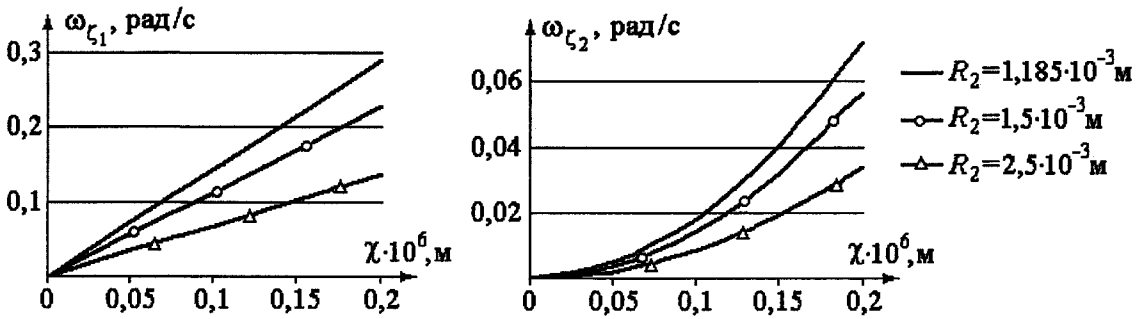


Рис. 13. Зависимости угловых скоростей дрейфа от сдвига χ для схемы В:
 а – для скорости дрейфа ω_{ζ_1} ;
 б – для скорости дрейфа ω_{ζ_2}