УДК 519.63 + 532.529.5 DOI: 10.14529/ctcr150210

МЕТОД КРУПНЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ ГАЗОВЗВЕСЕЙ

Ю.М. Ковалёв[1], Е.А. Ковалёва[2]

[1] Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск;
[2] Челябинский государственный университет, г. Челябинск

Разработана модификация метода крупных частиц в приложении к исследованиям течений газовзвесей. Показано, что данная модификация метода крупных частиц позволяет проводить расчеты поведения ударных волн в газовзвесях без введения в явном виде искусственной вязкости. Это позволило устранить искажения физической картины течения газовзвеси, связанной с наличием осцилляций, имеющих место при распространении ударных волн в неоднородных средах. В данной работе показано, что при использовании предложенной модификации для проведения расчетов распространения ударных волн в газовзвесях с большими числами Куранта может быть использован явный вариант модификации метода крупных частиц. Это позволяет значительно сократить время расчета задачи и избежать проведения сложных итерационных процедур, присущих неявным разностным схемам. Показано, что предложенная модификация является эффективной и позволяет проводить расчеты ударных волн в газовзвесях с большими числами Куранта.

Ключевые слова: численный метод, математическая модель, газовзвесь, законы сохранения, ударные волны, число Куранта.

Введение

Несмотря на наличие большого числа вычислительных пакетов и увеличение быстродействия вычислительной техники, разработка эффективных численных методов для решения задач в рамках новых математических моделей механики сплошных сред в настоящее время является актуальной задачей. Появление новых математических моделей, с одной стороны, связано с отсутствием в природе чистых веществ, что требует активного развития математических моделей многокомпонентных сред, достоверно описывающих физические процессы, применяемые в различных отраслях науки и техники. С другой стороны, развитие вычислительной техники позволяет получать численные решения для новых [1] все более сложных математических моделей многокомпонентных сред. Более того, есть такие проблемы, когда математическое моделирование является единственным средством предварительного изучения явлений (например, [2]). Адекватность математических моделей многокомпонентных сред физическим процессам предъявляет достаточно жесткие требования к математическим моделям: с одной стороны, уравнения сохранения должны быть инвариантны относительно преобразования Галилея [3], с другой стороны, должны выполняться законы сохранения для смеси [4]. В работах [1, 5] было показано каким образом можно выполнить оба эти условия.

Успешное решение многочисленных задач газовой динамики и аэродинамики методом крупным частиц [6] и его модификациями [7] позволяет надеяться на то, что идеология метода может быть применена и для решения задач распространения ударных волн в газовзвесях. Поэтому целью данной работы является разработка модификации метода крупных частиц, которая позволит эффективно решать проблемы, связанные с течением газовзвесей.

1. Математическая модель газовзвеси

Рассмотрим одномерный плоский случай математической модели течения газа с твердыми частицами (аэровзвесь), которая описывается системой уравнений сохранения [5]. Данная система уравнений двухфазной аэровзвеси [5] без химических превращений имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t}+\frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial x}=0,\ \frac{\partial \rho_2}{\partial t}+\frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial x}=0,\ \frac{\partial n}{\partial t}+\frac{\partial n v_2}{\partial x}=0, \tag{1.1}$$

$$\rho_1\frac{d_1 v_1}{dt}=-\alpha_1\frac{\partial p}{\partial x}-nf,\ \ \rho_2\frac{d_2 v_2}{dt}=-\alpha_2\frac{\partial p}{\partial x}+nf, \tag{1.2}$$

$$\rho_1 \frac{d_1 e_1}{dt} = \frac{p\alpha_1}{(\overset{\circ}{\rho_1})} \frac{d_1 \overset{\circ}{\rho_1}}{dt} + nf(v_1 - v_2) - nq, \tag{1.3}$$

$$\rho_2 \frac{d_2 e_2}{dt} = \frac{p\alpha_2}{(\overset{\circ}{\rho_2})} \frac{d_2 \overset{\circ}{\rho_2}}{dt} + nq, \tag{1.4}$$

$$p = p_1(\overset{\circ}{\rho_1}, T_1) = p_2(\overset{\circ}{\rho_2}, T_2), \ \ e_1 = e_1(\overset{\circ}{\rho_1}, T_1), \ \ e_2 = e_2(\overset{\circ}{\rho_2}, T_2),$$

$$\rho_1 = \overset{\circ}{\rho_1}\alpha_1, \ \ \rho_2 = \overset{\circ}{\rho_2}\alpha_2, \ \ \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \ \ E_i = e_i + \frac{v_i^2}{2} (i = 1, 2), \tag{1.5}$$

$$f = \pi d^2 \overset{\circ}{\rho_1} C_d (v_1 - v_2)|v_1 - v_2|/8, q = \pi d \lambda_1 Nu (T_1 - T_2). \tag{1.6}$$

Система уравнений (1.1)–(1.6) замыкается уравнениями состояния газовой фазы и частиц:

$$e_1 = c_{v1}(T_1 - T_0) + C_0, \ \ e_1 = \frac{p}{(k-1)\overset{\circ}{\rho_1}}, \ \ e_2 = c_2(T_2 - T_0). \tag{1.7}$$

Здесь индексы 1, 2 относятся соответственно к газу и частицам; $\overset{\circ}{\rho_i}, \alpha_i$ (i = 1, 2) – истинные плотности и объемные содержания фаз; $\rho_i, v_i, T_i, e_i, E_i$ – парциальная плотность, скорость, температура, внутренняя и полная энергия i-й фазы; p – давление, n – число частиц в единице объема смеси; c_{v1}и c_2 – теплоемкости фаз: C_0 – постоянная для нормирования внутренней энергии газовой фазы: λ_1 – теплопроводность газовой фазы; R_1 – универсальная газовая постоянная; C_dи Nu – коэффициент трения и число Нуссельта, определяемые числами Рейнольдса (Re) и Прандтля (Pr) относительного движения фаз соответственно: k – показатель адиабаты Пуассона;d – диаметр частиц.

Уравнения (1.1) – уравнения неразрывности газа и частиц и уравнение сохранения числа частиц в единице объема смеси; (1.2) – уравнения импульса газа и частиц; (1.3) и (1.4) – уравнения сохранения внутренней энергии газа и частиц соответственно. (1.6) – уравнения, определяющие члены теплового *(q)* и силового (*f*) взаимодействия между фазами: (1.7) – уравнения состояния фаз. В данной работе не рассматриваются более сложные уравнения состояния [8].

Для того чтобы воспользоваться идеологией метода крупных частиц необходимо привести уравнения (1.2)–(1.4) к дивергентному виду и получить уравнения кинетической энергии газовой фазы и частиц.

Умножая уравнение сохранения импульса газовой фазы на v_1, а уравнение сохранения импульса конденсированной фазы на v_2, получим уравнения сохранения кинетической энергии газа и частиц соответственно:

$$v_1 \left[\frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1^2}{\partial x}\right] = -v_1 \alpha_1 \frac{\partial p}{\partial x} - nfv_1,$$

$$v_2 \left[\frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2^2}{\partial x}\right] = -v_2 \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} + nfv_2,$$

которые после простых преобразований принимают следующий вид:

$$\frac{\partial \rho_1 \frac{{v_1}^2}{2}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1 \frac{v_1^2}{2}}{\partial x} = -\alpha_1 v_1 \frac{\partial p}{\partial x} - nfv_1, \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial \rho_2 \frac{{v_2}^2}{2}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2 \frac{v_2^2}{2}}{\partial x} = -\alpha_2 v_2 \frac{\partial p}{\partial x} + nfv_2. \tag{1.9}$$

Преобразуем левые части уравнений сохранения внутренней энергии газа (1.3) и частиц (1.4) к дивергентному виду. С учетом равенств (1.1) они могут быть представлены в виде:

$$\frac{\partial \rho_1 e_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 e_1 v_1}{\partial x} = \frac{p\alpha_1}{(\overset{\circ}{\rho_1})} \frac{d_1 \overset{\circ}{\rho_1}}{dt} + nf(v_1 - v_2) - nq, \tag{1.10}$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 e_2 v_2}{\partial x} = \frac{p\alpha_2}{(\overset{\circ}{\rho_2})} \frac{d_2 \overset{\circ}{\rho_2}}{dt} + nq. \tag{1.11}$$

Из уравнений неразрывности газовой и конденсированной фаз (1.1) легко получить следующие равенства:

$$\alpha_1 \frac{d_1 \overset{\circ}{\rho_1}}{dt} = -\overset{\circ}{\rho_1}\left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_1 v_1}{\partial x}\right),$$

$$\alpha_2 \frac{d_2 \overset{\circ}{\rho_2}}{dt} = -\overset{\circ}{\rho_2}\left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_2 v_2}{\partial x}\right).$$

Подставляя данные выражения в уравнения (1.10) и (1.11) соответственно, получим:

$$\frac{\partial \rho_1 e_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 e_1 v_1}{\partial x} = -p\left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_1 v_1}{\partial x}\right) + nf(v_1 - v_2) - nq, \tag{1.12}$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 e_2 v_2}{\partial x} = -p\left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_2 v_2}{\partial x}\right) + nq. \tag{1.13}$$

В случае несжимаемости конденсированной фазы уравнения сохранения внутренней энергии газовой (1.3) и конденсированной (1.4) фаз, легко преобразуются к виду:

$$\frac{\partial \rho_1 e_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 e_1 v_1}{\partial x} = -p\left(\frac{\partial \alpha_1 v_1}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_2 v_2}{\partial x}\right) + nf(v_1 - v_2) - nq, \tag{1.14}$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 e_2 v_2}{\partial x} = nq. \tag{1.15}$$

Для получения уравнение сохранения полной энергии смеси просуммируем левые и правые части уравнений (1.8), (1.9), (1.14), (1.15). В результате получим уравнение сохранения полной энергии смеси в виде

$$\frac{\partial(\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[\rho_1 v_1 E_1 + \rho_2 v_2 E_2 + (\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2)p] = 0. \tag{1.16}$$

Система уравнений (1.1), (1.2), (1.5)–(1.7), (1.14)–(1.16) представляет собой замкнутую систему уравнений для описания течений газовзвесей, инвариантную относительно преобразования Галилея.

2. Модификация метода крупных частиц для расчета течений газовзвеси

В соответствии с идеологией метода крупных частиц [6] систему законов сохранения газовзвеси (1.1), (1.2), (1.5)–(1.7), (1.14)–(1.16) на эйлеровом этапе можно представить следующим образом:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial n}{\partial t} = 0, \tag{2.1}$$

$$\rho_1 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\alpha_1 \frac{\partial p}{\partial x} - nf, \quad \rho_2 \frac{\partial v_2}{\partial t} = -\alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} + nf, \tag{2.2}$$

$$\rho_1 \frac{\partial e_1}{\partial t} = -p\left(\frac{\partial \alpha_1 v_1}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_2 v_2}{\partial x}\right) + nf(v_1 - v_2) - nq, \tag{2.3}$$

$$\rho_2 \frac{\partial e_2}{\partial t} = nq, \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial(\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2)p] = 0. \tag{2.5}$$

Учитывая несжимаемость конденсированной фазы ($\overset{\circ}{\rho}_2 = \text{const}$), запишем уравнения (2.1), (2.3), (2.5) в более удобном для представления на эйлеровом этапе виде:

$$\alpha_1 \frac{\partial \overset{\circ}{\rho}_1}{\partial t} = 0, \quad \overset{\circ}{\rho}_2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial n}{\partial t} = 0, \quad \overset{\circ}{\rho}_1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = 0, \tag{2.6}$$

$$\rho_1 \frac{\partial e_1}{\partial t} = -p\left(\alpha_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial v_2}{\partial x}\right) + nf(v_1 - v_2) - nq, \tag{2.7}$$

$$\rho_1 \frac{\partial E_1}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial E_2}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial(v_1 p)}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial(v_2 p)}{\partial x} = 0. \tag{2.8}$$

Подставляя уравнение состояния газовой фазы (1.7) в уравнение (2.7) получим следующее базовое соотношение для определения давления на эйлеровом этапе

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{(k-1)}{\alpha_1} p\left(\alpha_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial v_2}{\partial x}\right) + \frac{(k-1)}{\alpha_1}(nf(v_1 - v_2) - nq). \tag{2.9}$$

Используя явные разностные представления для равенства (2.9), легко получить выражения для определения предварительных значений давления на новом $m+1$ временном слое на границах $i-1/2$ и $i+1/2$ для ячеек $i-1$, i и $i+1$:

$$\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} = \frac{p_{i+1}^m + p_i^m}{2}\Big(1 - \frac{(k-1)}{\alpha_{1,i+1/2}^m}\big(\alpha_{1,i+1/2}^m(v_{1,i+1}^m - v_{1,i}^m) +$$
$$+\alpha_{2,i+1/2}^m(v_{2,i+1}^m - v_{2,i}^m)\big)\frac{\Delta t}{\Delta x}\Big) - \frac{(k-1)}{\alpha_{1,i+1/2}^m}\big(n_{i+1/2}^m q_{i+1/2}^m\big)\Delta t +$$
$$+\frac{(k-1)}{\alpha_{1,i+1/2}^n}\big(n_{i+1/2}^m f_{i+1/2}^m(v_{1,i+1/2}^m - v_{2,i+1/2}^m)\Delta t\big). \tag{2.10}$$

Здесь Δt – шаг по времени, Δx – шаг по пространству. Полученные значения давления используются для определения промежуточных величин скоростей на эйлеровом этапе:

$$\tilde{v}_{1,i}^{m+1} = v_{1,i}^m - \frac{1}{\overset{\circ}{\rho}{}_{1,i}^m}\left(\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1}\right)\frac{\Delta t}{\Delta x} - n_i^m f_i^m \Delta t, \tag{2.11}$$

$$\tilde{v}_{2,i}^{m+1} = v_{2,i}^m - \frac{1}{\overset{\circ}{\rho}{}_{2,i}^m}\left(\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1}\right)\frac{\Delta t}{\Delta x} + n_i^m f_i^m \Delta t. \tag{2.12}$$

Промежуточные значения скоростей конденсированной и газовой фаз на границах ячеек определяются как средние арифметические от их значений в двух соседних ячейках:

$$\tilde{v}_{1,i+1/2}^{m+1} = (\tilde{v}_{1,i}^{m+1} + \tilde{v}_{1,i+1}^{m+1})/2,\ \tilde{v}_{2,i+1/2}^{m+1} = (\tilde{v}_{2,i}^{m+1} + \tilde{v}_{2,i+1}^{m+1})/2. \quad (2.13)$$

Теперь можно определить промежуточные значения внутренней энергии конденсированной фазы

$$\tilde{e}_{2,i}^{m+1} = e_{2,i}^{m} + \frac{1}{\rho_{2,i}^{m}} n_i^m q_i^m \Delta t \quad (2.14)$$

и полной энергии смеси

$$\rho_{1,i}^m \tilde{E}_{1,i}^{m+1} + \rho_{2,i}^m \tilde{E}_{2,i}^{m+1} = \rho_{1,i}^m E_{1,i}^m + \rho_{2,i}^m E_{2,i}^m -$$
$$-\left(\alpha_{1,i+1/2}^n \tilde{v}_{1,i+1/2}^{m+1} \tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \alpha_{1,i-1/2}^n \tilde{v}_{1,i-1/2}^{m+1} \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1}\right)\frac{\Delta t}{\Delta x} -$$
$$-\left(\alpha_{2,i+1/2}^n \tilde{v}_{2,i+1/2}^{m+1} \tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \alpha_{2,i-1/2}^n \tilde{v}_{2,i-1/2}^{m+1} \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1}\right)\frac{\Delta t}{\Delta x}. \quad (2.15)$$

На этапе Лагранжа и заключительном этапе метода крупных частиц для каждой фазы были использованы формулы, приведенные в монографии О.М. Белоцерковского и Ю.М. Давыдова [6].

Заключение

1. Тестирование предложенной модификации метода крупных частиц проводилось на решении задач о распространении ударных волн в «замороженной» газовзвеси [9] и в облаке газовзвеси [10].

2. Было показано, что применение на этапе Эйлера уравнений (2.10)–(2.15) более эффективно, чем применение метода крупных частиц [6] и модифицированного метода крупных частиц [11] прирешении задач о распространении ударных волн в «замороженной» газовзвеси [9] и в облаке газовзвеси [10] даже при отсутствии искусственной вязкости и большем числе Куранта.

Авторы выражают свою благодарность профессору В.Ф. Куропатенко за полезные обсуждения и интерес к работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ грант №13 – 01 – 00072.

Литература

1. Куропатенко, В.Ф. Новые модели механики сплошных сред / В.Ф. Куропатенко // Инженерно-физический журнал. – 2011. – Т. 84, № 1. – С. 74–92.

2. Гришин, А.М. Об усилении ударных волн при их взаимодействии с фронтом лесного пожара / А.М. Гришин, Ю.М. Ковалев // Доклады Академии наук. – 1990. – Т. 312, № 1. – С. 50–54.

3. Ковалев, Ю.М. Математическая модель газовзвеси с химическими превращениями в приближении парных взаимодействий / Ю.М. Ковалев, Е.Е. Пигасов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». – 2014. – Т. 7, № 3. – С. 40–49.

4. Ковалев, Ю.М. Математический анализ уравнений сохранения двухфазных смесей / Ю.М. Ковалев, Е.А. Ковалева // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». – 2014. – Т. 7, № 2. – С. 29–37.

5. Ковалев, Ю.М. Анализ возможности применения некоторых численных методов для решения задач механики многокомпонентных сред / Ю.М. Ковалев, Е.А. Ковалева // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2014. – Т. 14, № 1. – С. 57–62.

6. Белоцерковский, О.М. Метод крупных частиц в газовой динамике / О.М. Белоцерковский, Ю.М. Давыдов. – М.: Наука, 1982. – 392 с.

7. Гришин, Ю.А. Новые схемы метода крупных частиц и использование их для оптимизации газовоздушных трактов двигателей / Ю.А. Гришин // Математическое моделирование. – 2002. – Т. 14, № 8. – С. 51–55.

8. Ковалев, Ю.М. Уравнения состояния и температуры ударного сжатия кристаллических ВВ / Ю.М. Ковалев // Физика горения и взрыва. – 1984.– Т. 20, № 2. – С. 102–107.

9. Кругликов, Б.С. Ослабление воздушных ударных волн экранирующими решётками / Б.С. Кругликов, А.Г. Кутушев // ФГВ. – 1988. – № 1. – С. 115–117.

10. Кругликов, Б.С. Ослабление воздушных ударных волн слоями запыленного газа и решетками / Б.С. Кругликов, А.Г. Кутушев // ПМТФ. – 1988. – № 1. – С. 51–57.

11. Ивандаев, А.И. Численное исследование нестационарных волновых течений газовзвесей с выделением границ двухфазных областей и контактных разрывов в несущем газе / А.И. Ивандаев, А.Г. Кутушев // Численные методы в механике сплошных сред. – 1983. – Т. 14, № 6. – С. 47–60.

Ковалев Юрий Михайлович, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной механики сплошных сред, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; yum_kov@mail.ru.

Ковалева Елена Адамовна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математических методов в экономике, Челябинский государственный университет, г. Челябинск; ea_kov@mail.ru.

Поступила в редакцию 18 марта 2015 г.

DOI: 10.14529/ctcr150210

METHOD OF LARGE PARTICLES FOR RESEARCH OF CURRENTS OF GAS-SUSPENSIONS

***Yu.M. Kovalev**, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, yum_kov@mail.ru,*
***E.A. Kovaleva**, Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, Russian Federation, ea_kov@mail.ru*

Modification of a method of large particles in the annex to researches of currents of gas-suspensions was developed. It is shown that this modification of method of large particles allows to carry out calculations of behavior of shock waves in gas-suspensions without introduction in an explicit form of artificial viscosity. It allowed to eliminate distortions of a physical picture of a current of the gas-suspension connected with existence of the ostsillyation taking place at distribution of shock waves in non-uniform environments. It was shown that the obvious option of modification of a method of large particles when using of the offered modification for carrying out calculations of distribution of shock waves in gas-suspensions with large numbers of Courant can be used. It allows to reduce considerably time of calculation of a task and to avoid carrying out the difficult iterative procedures inherent in implicit differential schemes. It is shown that the offered modification is effective and allows to carry out calculations of shock waves in gas-suspensions with large numbers of Courant.

Keywords: numerical method, mathematical model, gas-suspensions, conservation laws, shock waves, number of Courant.

References

1. Kuropatenko V.F. [New Models of Mechanics of Continuous Environments]. *Engineering Physical Journal*, 2011, vol. 84, no. 1, pp. 74–92. (in Russ.)

2. Grishin A.M., Kovalev Yu.M. [About Strengthening of Shock Waves at their Interaction with the Front of Forest Fire]. *Reports of Academy of Sciences*, 1990, vol. 312, no. 1, pp. 50–54. (in Russ.)

3. Kovalev Yu.M., Pigasov E.E. [Mathematical Model of a Gas-Suspension with Chemical Transformations in Approach of Pair Interactions]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematic Modelling and Programming*, 2014, vol. 7, no. 3, pp. 40–49. (in Russ.)

4. Kovalev Yu.M., Kovaleva E.A. [Mathematical Analysis of the Equations of Preservation Two-Phase Mixes]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematic Modelling and Programming*, 2014, vol. 7, no. 2, pp. 29–37. (in Russ.)

5. Kovalev Yu.M., Kovaleva E.A. [Analysis of Possibility of Application of Some Numerical Methods for the Solution of Problems of Mechanics of Multicomponent Environments]. *Bulletin of the South Ural State University*. *Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2014, vol. 14, no. 1, pp. 57–62. (in Russ.)

6. Belotserkovskiy O.M., Davydov Yu.M. *Metod krupnykh chastits v gazovoy dinamike* [Method of Large Particles in the Gas Dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 392 p.

7. Grishin Yu.A. [New Schemes of a Method of Large Particles and Use them for Optmization of Air-Gas Paths of Engines]. *Mathematic Modelling*, 2002, vol. 14, no. 8, pp. 51–55. (in Russ.)

8. Kovalev Ju.M. [Equations of a State and Temperature of Shock Compression Crystal Explosives]. *Physics of Burning and Explosion*, 1984, vol. 20, no. 2, pp. 102–107. (in Russ.)

9. Kruglikov B.S., Kutushev A.G. [Weakening of Air Shock Waves by the Shielding Lattices]. *Physics of Burning and Explosion*, 1988, no. 1, pp. 115–117. (in Russ.)

10. Kruglikov B.S., Kutushev A.G. [Weakening of Air Shock Waves by Layers of Dusty Gas and Lattices]. *Applied Mechanics and Technical Physics*. 1988, no. 1, pp 51–57. (in Russ.)

11. Ivandaev A.I., Kutushev A.G. [Numerical Research of Non-Stationary Wave Currents of Gas-Suspensions with Allocation of Borders of Two-phase Areas and Contact Gaps in the Bearing Gas]. *Numerical Methods in Mechanics of Continuous Environments*, 1983, vol. 14, no. 6, pp. 47–60. (in Russ.)

Received 18 March 2015

БИБЛИОГРАФИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СТАТЬИ

Ковалёв, Ю.М. Метод крупных частиц для исследования течений газовзвесей / Ю.М. Ковалёв, Е.А. Ковалёва // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2015. – Т. 15, № 2. – С. 91–96. DOI: 10.14529/ctcr150210

REFERENCE TO ARTICLE

Kovalev Yu.M., Kovaleva E.A. Method of Large Particles for Research of Currents of Gas-Suspensions. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2015, vol. 15, no. 2, pp. 91–96. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr150210