

# РАССЕЯНИЕ РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН В ОСТРОУГОЛЬНОМ КЛИНЕ

**Х.Б. Толипов**

Определена структура рассеянного поля при взаимодействии неоднородной поверхностной волны с наклонной плоскостью (т.е. среда имеет форму клина). Интерес к углубленному изучению рассеяния поверхностных волн на ребре клина поддерживается поиском физических механизмов формирования акустического поля, обусловленного геометрией клина и акустической анизотропией среды. В данной работе впервые построена математическая модель распространения акустических волн в угловой области при малых углах раствора клина. Рассчитанная волновая картина удовлетворительно согласуется с известными измерениями.

Взаимодействие рэлеевских волн с ребром клина представляет собой важную проблему, имеющую многочисленные приложения в технике. Изучение ее интенсивно ведется уже с первых экспериментальных пионерских работ [1]. Измерения показали, что угловые изменения модулей коэффициентов отражения и прохождения поверхностных волн имеют сложный осциллирующий характер. Точное решение задачи получено только для больших углов клина, когда пространственная структура акустического поля набегающего на его ребро остается неизменной [2, 3]. При малых углах из-за влияния второй грани клина происходит изменение структуры падающего на его ребро поля, и решение задачи классическими методами наталкивается на математические трудности. Как будет показано ниже, основным моментом при решении этой задачи является учет особенностей акустического поля, возникающих при распространении волн в клине.

Некоторые качественные особенности движения частиц в клиновидной среде являются известными [4]:

1. В окрестности ребра волновое поле имеет бимодальную структуру, а вдали - унимодальную. Расчет, основанный на приведенных формулах в [4], показывает, что перестройка унимодальной в бимодальную структуру происходит при определенном критическом расстоянии  $l$  от ребра клина:

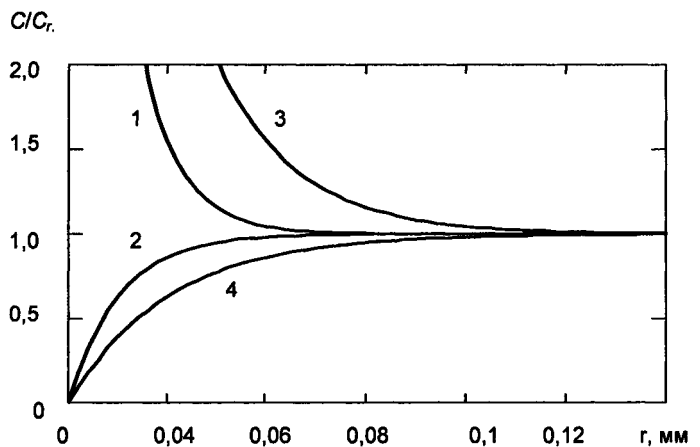
$$l = 0,76 \lambda \operatorname{ctg} \theta.$$

2. Вблизи кромки клина акустическое поле можно представить в виде суммы плоских волн - падающей и отраженной от ребра клина. В дальней зоне установившаяся волновая картина имеет характер бегущих по разным граням клина рэлеевских волн, распространяющихся на бесконечность, тогда как в окрестности ребра волновая картина приобретает характер стоячих волн.

3. Объемная волна формируется лишь в том случае, когда проекция волнового вектора падающей рэлеевской волны на вторую грань клина уменьшается с изменением угла клина до волнового вектора сдвиговой волны.

## Физическая модель

Отметим, что различие в физической природе поверхностной рэлеевской волны от объемных проявляется в том, что рэлеевская волна представляет совокупность продольной и сдвиговой колебаний частиц среды. При приближении к ребру клина рэлеевская волна эволюционирует в симметричную и антисимметричную моды (рис. 1).



**Рис. 1.** Изменение скорости рэлеевской волны при приближении к ребру для углов клина  $\alpha_1 = 20^\circ$  (кривые 1, 2),  $\alpha_2 = 10^\circ$  (кривые 3, 4)

Антисимметричная компонента волны проходит до ребра, затем отражается от самой ее кромки и, складываясь с падающей, создает стоячую волну.

Симметричная компонента разделяется - часть волны на определенном расстоянии от вершины клина отражается, а другая проходит на вторую грань клина.

Следуя подходу, предложенному в [5], изменение амплитуд смещений волны при малых углах клина можно объяснить интерференционными факторами. Формирование рэлеевской волны и распределение энергии между отраженными и прошедшими на вторую грань клина волнами Рэля происходит в области перестройки бимодальной структуры. Возникающая разность фаз между антисимметричной и симметричной компонентами, изменяющаяся от угла клина, является причиной осцилляции коэффициентов отражения и прохождения при малых углах клина.

**Решение задачи**

Формируемая рэлеевская волна представляет сумму продольной  $U_l$  поперечной  $U_t$  составляющих [1]:

$$U_r = U_l + U_t \tag{1}$$

где амплитуда этих составляющих на поверхности имеет вид:

$$U_l = Ak_r \left( 1 - \frac{2q_r s_r}{k_r^2 + s_r^2} \right),$$

$$U_t = Aq_r \left( 1 - \frac{2q_r^2}{k_r^2 + s_r^2} \right),$$

с обозначениями:  $q_r = \sqrt{k_\ell^2 - k_r^2}$ ,  $s_r = \sqrt{k_t^2 - k_r^2}$ ,  $p = -i\sqrt{q_r / s_r}$ ,  $k_\ell, k_t, k_r$  - соответственно волновые числа продольной, сдвиговой и рэлеевской волн.

При падении на ребро клина возникает отраженное волновое поле, которое распространяется от ребра на той же грани, что и падающая, и также волновое поле, прошедшее на вторую грань клина.

Поскольку фазы отраженных от ребра клина волн и от области перестройки бимодальной структуры противоположны фазе падающей, то в сформированном отраженном волновом поле они находятся в одной фазе. Однако, в сформированном на второй грани волновом поле, которое состоит из отраженного от ребра клина и прошедшем с той же фазой на вторую грань волновом поле эти фазы противоположны.

Следовательно, сформированную в области перестройки бимодальной структуры отраженную от грани клина волну с амплитудой  $U_{ro}$  и прошедшую на вторую с амплитудой  $U_{rp}$  волны Рэля можно представить как результат суперпозиции сдвиговых и продольных колебаний:

$$U_{rp} = \sqrt{(U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2 \cos(\delta\varphi))}, \tag{2}$$

$$U_{ro} = \sqrt{(U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2 \cos(\delta\varphi))}. \tag{3}$$

Для расчетов изменения скорости симметричной  $V_A(r)$  и антисимметричной  $V_S(r)$  (рис. 1) мод удобнее аппроксимировать зависимостями:

$$V_A(r) = 1 - \exp(-2r), \quad V_S(r) = \exp(r - 0.76)^{-2.5},$$

и тогда разность фаз между интерферирующими волнами определится как:

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{T} \left( 2 \int \frac{dx}{V_A(r)} - 2 \int \frac{dx}{V_S(r)} \right). \tag{4}$$

При приближении волны к ребру усиливается влияние второй грани клина, напряжения на этой грани, вызываемые распространяющейся волной, растут, что ведет к нарастанию по мере движения амплитуд смещений трансформированных объемных волн. Поэтому, затухание рэлеевской волны при приближении к ребру монотонно увеличивается за счет оттока энергии в объемные волны (рис. 2).

Считая, что в сформированной рэлеевской волне антисимметричная мода совпадает по фазе с симметричной, для последней амплитуды волн определяются соотношениями (2, 3), в которых набег фаз  $\delta(\varphi)$  находятся из (4).

Амплитуды колебаний в (2, 3) с учетом коэффициента затухания  $\delta(\theta)$ , характеризующего убывание амплитуды за счет переизлучения в объемные волны, принимает вид:

$$U_1 = A \exp [ik_r - \delta(\theta)]r, \quad (2)$$

$$U_2 = A \exp [ik_r - \delta(\theta)]r. \quad (3)$$

Характеризующий затухание множитель  $\exp(-\delta(\theta)r)$  одинаков для волн, бегущих и в положительном, и в отрицательном направлениях, т.е. распределение амплитуд падающих и отраженных волн являются подобными.

Результаты численного моделирования зависимостей модулей коэффициентов прохождения и отражения рэлеевской волны приведены на рис. 3, 4 (экспериментальные точки из [1]).

Как показывает анализ полученных кривых, предложенная физическая модель, описывающая эволюцию амплитуд колебаний поверхностной волны при ма-

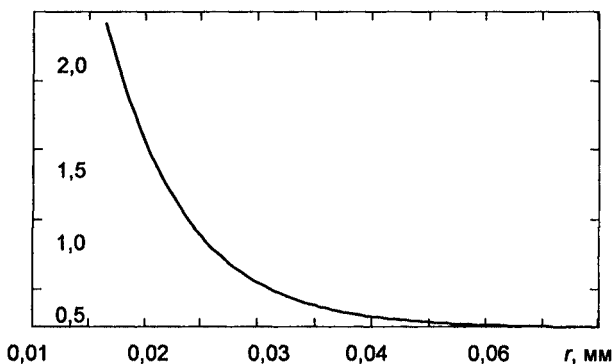
 $\delta, 10^{-2}$ 


Рис. 2. Угловая зависимость коэффициента затухания рэлеевской волны при угле клина  $\alpha = 10^\circ$  от расстояния до ребра.

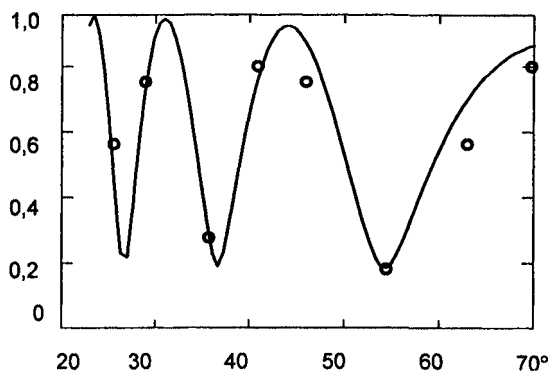
 $K_{\text{прох.}}$ 


Рис. 3. Угловая зависимость модуля коэффициента прохождения рэлеевской волны

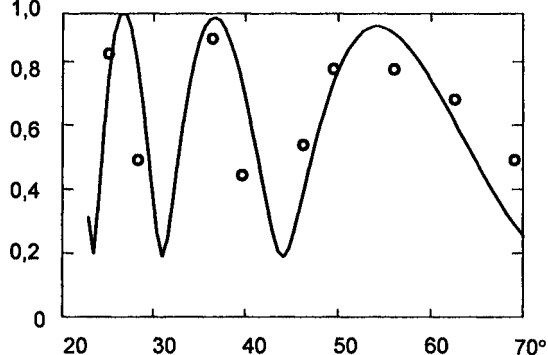
 $K_{\text{отр.}}$ 


Рис. 4. Угловая зависимость модуля коэффициента отражения рэлеевской волны

лых углах клина, соответствует наблюдаемой динамике движений волны. Отметим также, что представленная модель позволяет понять основные особенности дифракции волн на ребре клина при малых его углах.

## Литература

1. Викторов, И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэля и Лэмба в технике / И.А. Викторов. - М.: Наука, 1966. - 165 с.
2. Гуревич, С.Ю. Особенности дифракции поверхностных волн на ребре клине / С.Ю. Гуревич, Х.Б. Толипов // ПМТФ. - 2003. - № 5 - С 161-168.
3. Бучельников, В.Д. Особенности рассеяния неоднородной волны на наклонной поверхности / В.Д. Бучельников, С.Ю. Гуревич, Х.Б. Толипов // Сборник трудов XVIII сессии Российского акустического общества. - 2006. - Т. 1. - С. 171-173.
4. Толипов, Х.Б. Двумерная задача распространения акустических колебаний в клине / Х.Б. Толипов // ММ. - 2003. - Т. 15, № 10. - С. 105-108.
5. Крылов, В.В. Отражение и прохождение волн Рэля в клине / В.В. Крылов, В.Г. Можаяев // Акустический журнал. - 1985. - Т. 31, № 6. - С. 751-755.

Поступила в редакцию 24 декабря 2007 г.