

ТЕПЛОПЕРЕНОС ЧЕРЕЗ СТЕНКУ В ДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЕЕ АДАПТАЦИЯ

Е.Е. Торопов, Л.Е. Лымбина

Одной из важных задач в области усовершенствования тепловых агрегатов является задача разработки, исследования и создания энергосберегающего оборудования для реконструкции действующих и реализации новых эффективных тепло-технологических процессов и систем. Эта задача для своего плодотворного решения требует разработки и формирования эффективной методологии построения математических моделей теплофизических процессов и их реализации.

Нестационарный режим работы теплопередающей стенки свойственен теплообменным аппаратам периодического типа; тепловые агрегаты непрерывного действия переходят в нестационарный тепловой режим в период пуска, останова и в переходных режимах. В литературе отсутствуют рекомендации по расчету параметров нестационарного теплового режима тешюпередающей стенки, применение в этих условиях классических методов решения задач теплофизики, например, метода Фурье, наталкивается на серьезные математические трудности при определении констант интегрирования при усложненных граничных и начальных условиях.

1. Основные положения метода

В работах [1, 2] выведены основные уравнения переноса теплоты через плоскую стенку в динамическом режиме, характеризуемом переменными условиями подвода или отвода теплоты, как в отношении температур сред, так и тепловых потоков между поверхностями стенки и средами.

Уравнение связи между изменением теплового потока на стенку в изображениях по Лапласу $J_1 \equiv L(\delta q/q_0)$, и переменной температурой стенки $\mathfrak{S}_{cl} \equiv \delta t_{cl}/\Delta t_{c0}$ имеет вид

$$\mathfrak{S}_{cl} = W_{11} J_1 = \frac{d_0 + d_1 p}{1 + a_1 p} J_1, \quad (1)$$

где $\delta t_{cl} = t_{cl} - t_{c10}$ – отклонение t_{cl} от стационарного значения в динамическом режиме $\Delta t_{c0} = \Delta t_{c10} - \Delta t_{c20}$ – перепад температур между поверхностями стенки в стационарном режиме, °С;

$$d_0 = \frac{1 + \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_2};$$

$$d_1 = \frac{\alpha_1}{6(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_2)};$$

$$a_1 = \frac{1 + (\alpha_1 + \alpha_2)/2 + \alpha_1 \alpha_2 / 6}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_2};$$

числа массивности стенки толщиной Δx , м, со стороны горячей (индекс «1») и холодной среды (ин-

декс «2») при конвективном механизме теплоотдачи являются числами Био $\alpha_1 \equiv Bi_1 = \alpha_1 \Delta x / \lambda$; $\alpha_2 \equiv Bi_2 = \alpha_2 \Delta x / \lambda$. При радиационном механизме теплоотдачи, например, со стороны горячей среды с температурой $T_{10} = t_{10} + 273$, число термической массивности определяется по формуле:

$$\alpha_1 = 4T_{10}^4 \frac{t_{c10} - t_{c20}}{T_{10}^4 (T_{10}^4 - T_{c10}^4)} \approx \frac{4\Delta t_{c0}}{T_{10}}.$$

Изменение условий теплопереноса можно оценить в виде ступенчатого изменения плотности теплового потока δq относительно стационарного значения q_0 , причем кратность изменения плотности теплового потока определяется по зависимости

$m = \frac{\delta q + q_0}{q_0} = \frac{\delta q}{q_0} + 1$, откуда $\delta q/q_0 = m - 1$, тогда, в соответствии с (1)

$$\mathfrak{S}_{cl} = (m - 1) \frac{d_0 + d_1 p}{p(1 + a_1 p)},$$

где $(m - 1)/p$ – сигнал изменения плотности теплового потока в m раз, p – аргумент во временной области изображений по Лапласу.

Переходная характеристика, то есть реакция \mathfrak{S}_{cl} на изменение q в области безразмерного времени $Fo = \alpha \tau / \Delta x^2$, определяется по формуле

$\mathfrak{S}_{cl}(Fo) = L^{-1}\{(m - 1)W_1 / p\} = (m - 1)L^{-1}\{W_1 / p\}$, или при использовании таблиц обратного преобразования Лапласа [3–6]

$$\mathfrak{S}_{cl}(Fo) = (m - 1) \left[d_0 \left(1 - \exp \frac{-Fo}{a_1} \right) + \frac{d_1}{a_1} \exp \frac{-Fo}{a_1} \right].$$

При подстановке значений d_0 , d_1 , a_1 получаем выражение для определения \mathfrak{S}_{cl} при ступенчатом изменении плотности теплового потока q_1 в m раз

$$\mathfrak{S}_{cl}(Fo) = (m - 1) f(\alpha_1, \alpha_2, Fo),$$

где

$$f(\alpha_1, \alpha_2, Fo) = \frac{1 + \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_2} (1 - \exp D) + \frac{\alpha_1 \exp D}{1 + 0,5(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2 / 6},$$

при переходе от $\mathfrak{S}_{cl} = (t_{cl} - t_{c10}) / \Delta t_{c0}$ к t_{cl} при

$$D = - \frac{(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_2) Fo}{1 + 0,5(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2 / 6},$$

с учетом зависимости $q_0 = \lambda \Delta t_{c0} / \Delta x$, получим

$$t_{cl}(Fo) = t_{c10} + (m - 1) q_0 \Delta x f(\alpha_1, \alpha_2, Fo) / \lambda, \quad (2)$$

где функция $f(\alpha_1, \alpha_2, Fo)$ отражает реакцию температуры стенки t_{cl} на ступенчатое увеличение

плотности теплового потока в m раз; при замене однородной стенки с теплопроводностью λ и толщиной Δx на многослойную с λ_i и Δx_i , соответственно $\Delta x/\lambda$ заменяется на $\sum_i \Delta x_i/\lambda_i$ в (2) и при расчете α_1 и α_2 .

Разработанный метод позволяет определить интервал времени от момента ступенчатого увеличения q_1 до момента достижения t_{cl} предельного значения t_{cl}^{np} , определяемого по условиям термической надежности рабочей поверхности стенки относительно оплавления, деструкции материала, термической эрозии и т.д. Для этого в левую часть зависимости (2) подставляется t_{cl}^{np} , и уравнение решается относительно Fo_{np} .

$$Fo_{np} = \frac{1}{C_3} \ln \frac{C_2(m-1)q_0\Delta x/\lambda}{C_2(m-1)q_0\Delta x/\lambda - (t_{cl}^{np} - t_{cl0})},$$

где

$$C_1 = d_0;$$

$$C_2 = C_1 - \frac{\alpha_1}{1 + 0,5(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2/6};$$

$$C_3 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_1\alpha_2}{1 + 0,5(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2/6}.$$

Для практических расчетов можно предварительно рассчитать область значений коэффициентов C_1, C_2, C_3 ; в таблице приведены значения C_1 при изменении чисел массивности $\alpha_{1,2} = 0,01-100$.

Размерное время достижения t_{cl}^{np} с учетом

$$Fo = a\tau/\Delta x^2, \quad a = \lambda/(\rho c)$$

$$\tau_{np} = \frac{\Delta x^2}{aC_3} \ln \frac{C_2(m-1)}{C_1(m-1) - \Delta t_{cl}^{np}/\Delta t_0},$$

для многослойной стенки $\tau = Fo \sum_i a_i/\Delta x_i^2$, где a_i

– коэффициент температуропроводности материала слоя, $m^2/ч$, Δx_i – толщина слоя, m ; $\Delta t_{cl}^{np} = t_{cl}^{np} - t_{cl0}$.

Используя выражение (3), можно осуществить выбор теплозащитного материала, обеспечивающего надежную работу высокотемпературной стенки, для чего необходимо поставить условие $\tau_{np} \rightarrow \infty$, тогда $C_1(m-1) - \Delta t_{cl}^{np}/\Delta t_0 = 0$ и $m = 1 + \Delta t_{cl}^{np}/\Delta t_0$. Термическая надежность теплозащитного покрытия будет обеспечена, если

$$t_{cl}^{np} \geq C_1(m-1)\Delta t_0 + t_{cl0} = t_{cl0} + \delta t_{cl}, \quad (4)$$

что определяется температурой в стационарном режиме t_{cl0} и увеличением температуры $\delta t_{cl} = C_1(m-1)\Delta t_0 = C_1(m-1)q_0\Delta x/\lambda$. Громоздкость промежуточных соотношений компенсируется относительно простым расчетом по формуле (4), особенно, если предварительно рассчитать C_1 .

Разработанный метод позволяет определить реакцию теплопередающей стенки на изменение теплового потока q_1 или q_2 , описываемое любой аналитической функцией, интегрируемой целиком или по частям. Для этого необходимо соответствующую передаточную функцию умножить на L -изображение сигнала изменения входной величины. Так, если входная величина изменяется по синусоидальному закону $A_m \sin(\omega\tau)$, причем $L\{A_m \sin(\omega\tau)\} = A_m\omega/(p^2 + \omega^2)$, где ω – циклическая частота сигнала, то изменение результирующего теплового потока на входе в стенку q_1 , при изменении вынужденного теплового потока, связанного с изменением температуры горячей среды, определяется по формуле:

$$q_1(\tau) = L^{-1}\{W_{11}J_1^*\} = U \left[(c_0/c_p a_p + \omega^2) \sin \omega\tau + \omega(1/a_p - c_0/c_p) (\cos \omega\tau - \exp(-\tau/a_p)) \right], \quad (5)$$

где

$$U = A_m c_p / (1/a_p^2 + \omega^2) a_p \omega;$$

$$c_p = (\Delta x)^2 \rho c (1 + 0,5\alpha_2) / (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_2\alpha_1) \lambda;$$

$$c_0 = \alpha_2 / (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_2\alpha_1);$$

$$a_p = (\Delta x)^2 \rho c \frac{1 + 0,5(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2/6}{(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_2\alpha_1) \lambda}.$$

2. Адаптация полученной модели

Численное моделирование переходных процессов в теплопередающей стенке при синусоидальном входном сигнале было произведено по специальной программе, написанной на языке Pascal в среде Borland Delphi 7. Были промоделированы переходные процессы в шамотной стенке термической печи, в стенке водоохлаждаемой фурмы доменной печи (рис. 1) и в стенке рекуперативного теплообменника при характерных для этих элементов параметрах массивности (рис. 2).

На рис. 1 представлены результаты для стенки дутьевой фурмы доменной печи толщиной $\Delta x = 0,01$ м при $\lambda = 385$ Вт/м $^{\circ}C$ при синусоидальном изменении теплового потока, связанном, например, с попаданием жидких продуктов плавки на поверхность фурмы. Коэффициент теплоотдачи из фурменной зоны, приведенный к конвективному механизму принят равным $\alpha_1 = 1,0, 2,0, 3,0$ кВт/м $^2 \cdot ^{\circ}C$; принято, что струи жидкометаллического расплава попадают на поверхность фурмы с циклической частотой $\omega = 0,628$ рад/с, то есть с периодом $T = 10$ с; коэффициент теплоотдачи в охлаждающую воду принят равным $\alpha_2 = 1,0, 2,5, 5,0$ кВт/м $^2 \cdot ^{\circ}C$, что соответствует однофазной конвекции и поверхностному кипению в условиях недогрева. Расчеты показали, что при увеличении α_1 до 3,0 кВт/м $^2 \cdot ^{\circ}C$ амплитудное снижение для результирующего теплового потока изменяется от 0,95 до 0,88, изменение α_2 практически не оказывает влияния – кривые

Значения параметра C_1 в функции чисел массивности α_1, α_2

		α_2								
		0,10	0,25	0,50	0,75	1,0	2,5	5,0	7,5	10,0
α_1	0,10	5,238	2,933	1,692	1,189	0,917	0,386	0,196	0,132	0,099
	0,25	3,333	2,222	1,429	1,053	0,833	0,370	0,192	0,130	0,098
	0,50	2,308	1,714	1,200	0,923	0,750	0,353	0,187	0,129	0,097
	0,75	1,892	1,474	1,077	0,848	0,700	0,341	0,184	0,126	0,096
	1,0	1,576	1,333	1,000	0,800	0,667	0,333	0,182	0,125	0,095
	2,5	1,222	1,037	0,823	0,683	0,583	0,311	0,175	0,122	0,093
	5,0	1,071	0,923	0,750	0,632	0,545	0,300	0,171	0,120	0,092
	7,5	1,018	0,883	0,723	0,613	0,531	0,296	0,170	0,119	0,092
	10,0	0,99	0,862	0,710	0,603	0,524	0,227	0,169	0,119	0,092

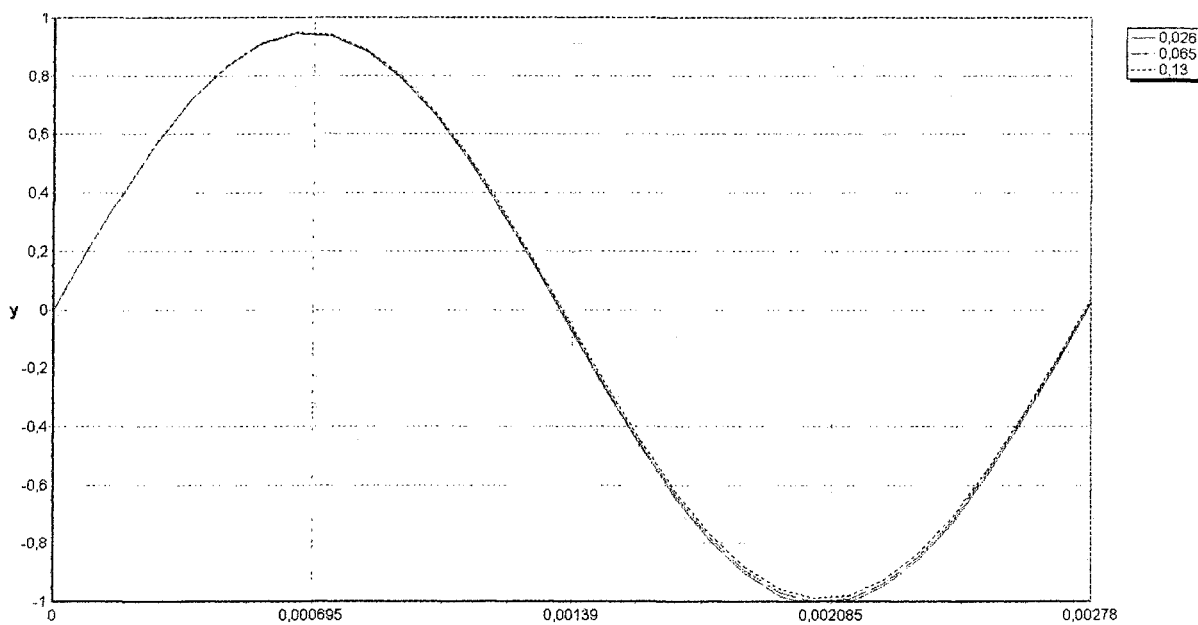


Рис 1. Переходные функции при синусоидальном изменении плотности вынужденного теплового потока для стенки воздушной фурмы. Толщина стенки – 0,01 м, параметры массивности – 0,026 и 0,026

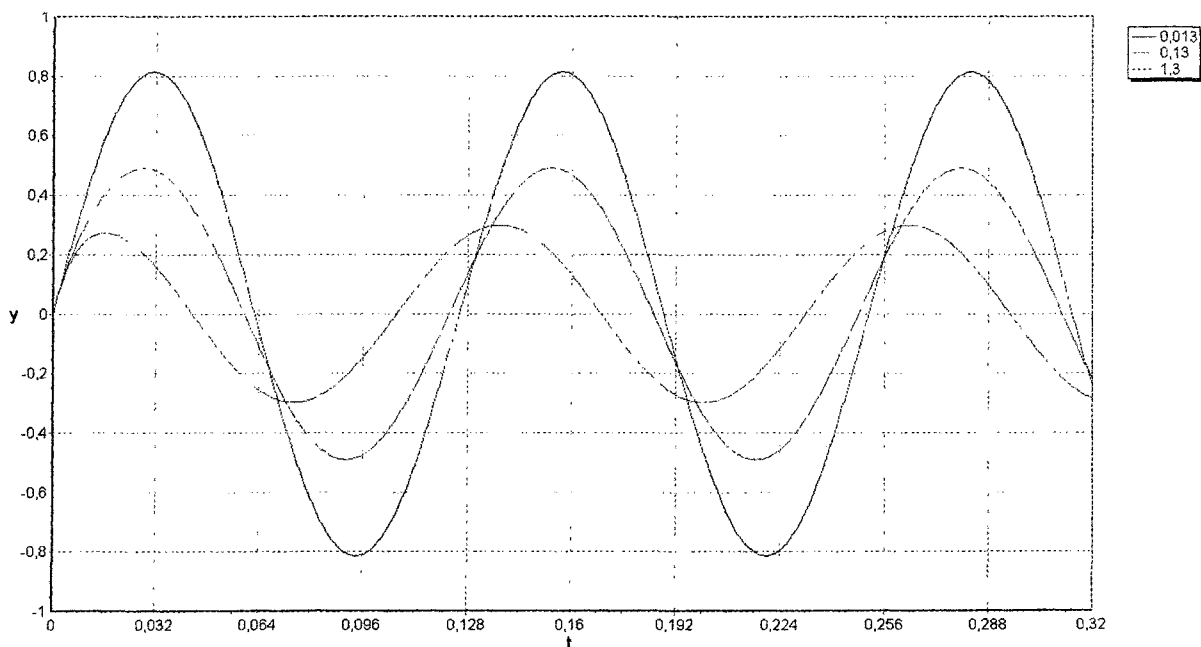


Рис 2. Переходные функции при синусоидальном изменении плотности вынужденного теплового потока для стенки рекуперативного теплообменника. Параметры массивности – 0,13 и 0,013

для разных α_2 сливаются на графике, увеличение толщины стенки в 5 раз от $\Delta x = 0,01$ м до $\Delta x = 0,05$ м изменяет амплитуду на 2,0–4,0 %.

На рис. 2 показаны результаты численного моделирования динамики изменения теплового потока через стальную стенку рекуперативного теплообменника $\Delta x = 0,005$ м при $\lambda = 37,7$ Вт/м·°С при частоте $\omega = 50$ рад/с ($T = 452$ с). Коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 варьируются в пределах 10^2 ; 10^3 ; 10^4 Вт/м²·°С, что соответствует теплообмену с газообразным теплоносителем, с перегретым паром, с насыщенным паром и кипящей водой. Заметно сильное влияние коэффициента теплоотдачи в охлаждающую воду α_2 .

Заключение

Разработанная математическая модель теплопереноса через стенку в динамическом режиме и ее адаптация могут служить надежным методом оценки теплозащитных свойств элементов ограждений тепловых агрегатов.

Зная свойства материала стенки, t_{cl}^{np} , λ , a , можно рассчитать толщину стенки Δx , обеспечивающую надежную работу охлаждаемого элемента при различной кратности увеличения теплового потока m при фиксированной интенсивности охлаждения α_2 . Либо определить необходимую интенсивность охлаждения α_2 при фиксированной толщине стенки Δx и выбрать материал, обладающий определенными теплофизическими свойствами и предельной температурой эксплуатации t_{cl}^{np} .

В том случае, если стенка теплового агрегата испытывает циклическое изменение температуры среды в рабочем пространстве $t_{ж1} = A_m \sin(\omega \tau)$, то, используя формулу (5), можно определить изменение результирующего теплового потока q_i на поверхность стенки. Аналогично решается задача определения t_{cl} в циклическом режиме, причем ясно, что для определения условия надежной работы материала стенки достаточно определить амплитуду колебаний t_{cl} .

Литература

1. Лымбина, Л. Е. Перенос тепла через стенку воздушной фурмы в нестационарном режиме / Л. Е. Лымбина, Ю. Г. Ярошенко // Известия вузов. Черная металлургия. - 1986. - №4. - С. 112-115.
2. Лымбина, Л. Е. Изменение температуры стенки воздушной фурмы при контакте с жидким металлом / Л. Е. Лымбина, Ю. Г. Ярошенко // Известия вузов. Черная металлургия. - 1986. - №10. - С. 103-107.
3. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. - М.: Наука, 1968. - 720 с.
4. Торопов, Е. Е. Математическое моделирование нестационарных процессов теплопереноса в ограждениях тепловых агрегатов / Е. Е. Торопов. - Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2007. - 162 с.
5. Торопов, Е. Е. Выбор оптимальной толщины слоя изоляции сложной формы / Е. Е. Торопов. - Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2006. - 120 с.
6. Швыдкий, В. С. Математические методы теплофизики / В. С. Швыдкий, М. Г. Ладыгичев, В. С. Шаврин. - М.: Машиностроение, 2001.