УДК 517.948

О РЕШЕНИИ НЕКОРРЕКТНО ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ МЕТОДОМ ПРОЕКЦИОННОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Е.В. Табаринцева[1]

Рассмотрена задача с обратным временем для полулинейного дифференциального уравнения. Устойчивое приближенное решение данной нелинейной некорректно поставленной задачи строится методом проекционной регуляризации с выбором параметра регуляризации по схеме М.М. Лаврентьева. Получена точная по порядку оценка погрешности этого метода на одном из классов корректности.

Ключевые слова: обратная задача, нелинейное дифференциальное уравнение, метод приближенного решения, оценка погрешности.

Введение

В статье рассматривается задача с обратным временем для полулинейного дифференциально-операторного уравнения.

Данная задача поставлена некорректно, поэтому основными вопросами при ее исследовании являются вопросы построения устойчивого приближенного решения и оценки погрешности приближенного решения.

Для линейных некорректно поставленных задач вопросы построения приближенных решений и оценки погрешности построенных приближенных решений на классах корректности рассматривались, например, в работах В.К. Иванова, В.Н. Страхова, их учеников и последователей (см., напр., [1–3]) . Были введены понятия оптимального и оптимального по порядку метода приближенного решения [1].

Соответствующие понятия были введены и для нелинейных некорректно поставленных задач [4, 5].

Пусть H – гильбертово пространство, $M \subset U$, а $C[H]$ – пространство непрерывных отображений, действующих в H .

Рассмотрим операторное уравнение

$$A_0 u = f;\ u \in H;\ f \in H, \tag{1}$$

где $A_0 \in C[H]$ – взаимно-однозначный оператор.

Предположим, что при $f = f_0$ существует точное решение u_0 уравнения (1), которое принадлежит множеству M , но точное значение правой части нам не известно, а вместо него дано приближенное значение $f_\delta \in H$ такое, что $\| f_0 - f_\delta \| \le \delta$. Требуется по исходным данным задачи M и f_δ определить приближенное решение уравнения (1) и оценить его уклонение от точного решения.

Определение 1. Семейство операторов $\{T_\delta : 0 < \delta \le \delta_0\}$ будем называть методом приближенного решения уравнения (1) на множестве M , если для любого $\delta \in (0;\delta_0]$ оператор T_δ непрерывно отображает пространство H в H и $T_\delta f_\delta \to u_0$ при $\delta \to 0$ равномерно на множестве M при условии $\| A_0 u_0 - f_\delta \| \le \delta$.

Рассмотрим следующую величину, характеризующую точность метода $\{T_\delta : 0 < \delta \le \delta_0\}$ на множестве M :

$$\Delta(T_\delta) = \sup\{\| u - T_\delta f_\delta \| : u \in M, \| A_0 u - f_\delta \| \le \delta\}.$$

Обозначим

$$\omega_1(\tau; M) = \sup\{\| u_1, u_2 \| : u_1, u_2 \in M,\ \| A_0 u_1 - A_0 u_2 \| \le \tau\}$$

[1] Табаринцева Елена Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра вычислительной математики, Южно-Уральский государственный университет.
E-mail: eltab@rambler.ru

модуль непрерывности оператора, обратного к A_0, на множестве A_0M.

Определение 2. Метод $\{T_\delta : 0<\delta\le\delta_0\}$ будем называть оптимальным по порядку на множестве M, если существует число k такое, что для любого $\delta\in(0;\delta_0]$

$$\Delta(T_\delta)\le k\omega_1(\delta;M).$$

Различные подходы к приближенному решению нелинейных некорректно поставленных задач предложены и исследованы, например, в монографиях [6–9] и статьях [10, 11].

В настоящей работе предложен метод приближенного решения полулинейной обратной задачи (модификация метода проекционной регуляризации) и доказана его оптимальность по порядку на одном из классов корректности.

1. Задача с обратным временем для дифференциально-операторного уравнения.

Пусть H – гильбертово пространство, A – линейный неограниченный положительно определенный самосопряженный оператор с областью определения $D(A)$, плотной в H.

Рассмотрим задачу вычисления элемента $\varphi\in H$, такого, что решение задачи Коши

$$\frac{du}{dt}=-Au+f(t,u(t));\ t\in(t_0;T), \tag{2}$$

$$u(t_0)=\varphi,\ \varphi\in H,\ 0<t_0<T,$$

удовлетворяет условию $u(T)=\chi$. Здесь $f:[t_0;T]\times H\to H$ – отображение, удовлетворяющее условию Липшица по переменной u и условию Гельдера по переменной t, т.е. существуют постоянные $L>0$, $K>0$ и $0<\alpha<1$, такие,

$$\| f(u_1,t)-f(u_2,t)\|_H\le L\| u_1-u_2\|_H$$

для всех $t_1,t_2\in[t_0;T]$, $u_1,u_2\in H$.

Зафиксируем число $r>0$. Рассмотрим множество

$$M=\{\varphi\in D(e^{At_0}):\| e^{At_0}\varphi\|\le r\}.$$

Предположим, что при заданном $\chi\in H$ существует точное решение $\varphi\in H$ поставленной обратной задачи, принадлежащее множеству M.

Элемент $\chi\in H$ нам не известен, а вместо него дано приближенное значение $\chi_\delta\in H$, такое, что $\|\chi-\chi_\delta\|<\delta$. Требуется по исходным данным задачи определить приближенное решение φ_δ задачи с обратным временем и оценить его уклонение от точного решения.

Задача Коши (2) равносильна интегральному уравнению

$$u(t)=e^{-A(t-t_0)}\varphi+\int_{t_0}^{t}e^{-A(t-\tau)}f(\tau,u(\tau))d\tau \tag{3}$$

(см.. напр., [12]).

Рассмотрим величины:

$$\omega(M,\delta)=\sup\{\|\varphi_1-\varphi_2\|:\varphi_1,\varphi_2\in M,\|\chi_1-\chi_2\|\le\delta\}-$$

модуль непрерывности для нелинейной обратной задачи,

$$\hat\omega(M,\delta)=\sup\{\|\varphi_1-\varphi_2\|:\varphi_1,\varphi_2\in M,\|\hat\chi_1-\hat\chi_2\|\le\delta\}-$$

Наряду с нелинейной обратной задачей, рассмотрим соответствующую обратную задачу для линейного уравнения, т.е. задачу вычисления элемента $\varphi\in H$ такого, что решение задачи Коши

$$\frac{dv}{dt}=-Av;\ t\in(t_0;T), \tag{2}$$

$$v(t_0)=\varphi,\ \varphi\in H,\ 0<t_0<T,$$

удовлетворяет условию $v(T)=\tilde\chi$, где $\tilde\chi\in H$ – заданный элемент.

Рассмотрим величины:

$$\omega(M,\delta)=\sup\{\|\varphi_1-\varphi_2\|:\varphi_1,\varphi_2\in M,\|\chi_1-\chi_2\|\le\delta\}-$$

модуль непрерывности для нелинейной обратной задачи,

$$\hat\omega(M,\delta)=\sup\{\|\varphi_1-\varphi_2\|:\varphi_1,\varphi_2\in M,\|\hat\chi_1-\hat\chi_2\|\le\delta\}-$$

модуль непрерывности для соответствующей линейной обратной задачи.

Справедлива следующая лемма (см. [13).

Лемма. Существует $\delta_0 > 0$, такое, что для всех $\delta < \delta_0$ выполняются неравенства

$$\hat{\omega}(M, e^{-LT}\delta) \le \omega(M,\delta) \le \hat{\omega}(M, e^{LTe^{LT}}\delta).$$

3. Метод приближенного решения задачи с обратным временем.

Обозначим через $\{E_\lambda : \lambda \ge 0\}$ разложение единицы, порожденное оператором A. Пусть A_α – линейный ограниченный оператор в H , определяемый формулой

$$A_\alpha u = \int_0^\alpha \lambda dE_\lambda u.$$

Вместо неустойчивой обратной задачи для уравнения (2) рассмотрим задачу вычисления элемента $\varphi^\alpha = u^\alpha(t_0)$, где $u^\alpha(t)$ удовлетворяет условиям

$$\begin{aligned} &\frac{du^\alpha(t)}{dt} = -A_\alpha u^\alpha(t) + E_\alpha f(t, u^\alpha(t)),\ t \in (t_0, T); \\ &u^\alpha(T) = E_\alpha \chi. \end{aligned} \tag{4}$$

Рассмотрим задачу Коши

$$\begin{aligned} &\frac{du^\alpha(t)}{dt} = -A_\alpha u^\alpha(t) + E_\alpha f(t, u^\alpha(t)),\ t \in (t_0, T); \\ &u^\alpha(t_0) = \varphi_\alpha, \end{aligned} \tag{5}$$

где $\varphi_\alpha = E_\alpha \varphi_\alpha$.

Так как A_α – ограниченный самосопряженный оператор в H, то задача Коши (5) равносильна интегральному уравнению

$$u^\alpha(t) = e^{-A_\alpha(t-t_0)} E_\alpha \varphi^\alpha + \int_{t_0}^t e^{-A_\alpha(t-\tau)} E_\alpha f(\tau, u^\alpha(\tau)) d\tau . \tag{6}$$

Выполняется

Теорема. Для любого элемента $\chi \in H$ существует элемент $\varphi = \varphi_\alpha \in E_\alpha H$, такой, что решение $u(t)$ задачи Коши (5)удовлетворяет условию $u^\alpha(T) = E_\alpha \chi$.

Доказательство. Рассмотрим решение задачи Коши (5), которое удовлетворяет также интегральному уравнению (6) Из (6) следует, что функция $u^\alpha(t)$ удовлетворяет также уравнению

$$u^\alpha(t) = e^{A_\alpha(T-t)} E_\alpha \chi - \int_t^T e^{A_\alpha(t-\tau)} E_\alpha f(\tau, u^\alpha(\tau)) d\tau \tag{7}$$

Рассмотрим в пространстве $C([t_0;T] \to H)$ непрерывных функций на $[0;T]$ со значениями в H норму

$$\| u \|_k = \max_{t_0 \le t \le T} e^{-kt} \| u(t) \|_H ,$$

эквивалентную норме

$$\| u \|_C = \max_{t_0 \le t \le T} \| u(t) \|_H$$

пространства $C([t_0;T] \to H)$. Рассмотрим оператор P_α, действующий в $C([t_0;T] \to H)$ по правилу

$$P_\alpha u = e^{A_\alpha(T-t)} E_\alpha \chi - \int_t^T e^{A_\alpha(t-\tau)} E_\alpha f(\tau, u(\tau)) d\tau.$$

Имеем неравенство (для любых $u_1, u_2 \in C([0;T] \to H)$)

$$\| P_\alpha u_1 - P_\alpha u_2 \|_k \le L e^{\alpha T} \max_{t_0 \le t \le T} \int_t^T e^{-k(t-\tau)} e^{-k\tau} \| u_1(\tau) - u_2(\tau) \|_H \, d\tau \le$$

$$\le L e^{\alpha T} \| u_1 - u_2 \|_k \max_{t_0 \le t \le T} \int_t^T e^{-k(t-\tau)} d\tau \le L e^{\alpha T} \frac{1 - e^{-kT}}{k} \| u_1 - u_2 \|_k .$$

Выбирая $k > Le^{\alpha T}$, убеждаемся, что отображение P_α является сжимающим в пространстве $C([t_0;T] \to H)$ с нормой $\| \cdot \|_k$. Следовательно, уравнение (7) имеет единственное решение в $C([t_0;T] \to H)$. Обозначим $B_\alpha : H \to E_\alpha H$ оператор, действующий по правилу

$$B_\alpha \chi = u^\alpha(t_0),$$

где $u^\alpha(t)$ – решение уравнения (7). Тогда

$$\varphi^\alpha = u^\alpha(t_0) = B_\alpha \chi - \qquad (8)$$

искомый элемент, определяемый элементом χ однозначно. Теорема доказана.

4. Оценка погрешности метода проекционной регуляризации.

Обозначим $\varphi^\alpha = u^\alpha(t_0)$, где $u^\alpha(t)$ – решение задачи (4); $\varphi_\delta^\alpha = \varphi_\delta^\alpha(t_0)$, где $u_\delta^\alpha(t)$ – решение задачи (4) с приближенными исходными данными. В качестве приближенного решения задачи с обратным временем рассмотрим элемент $\varphi_\delta^{\alpha(\delta)} = P_{\alpha(\delta)} \chi_\delta$ при подходящем выборе зависимости $\alpha = \alpha(\delta)$.

Рассмотрим величину

$$\Delta_M(\alpha, \delta) = \sup\{\| \varphi_\delta^\alpha - \varphi \| : \varphi \in M, \| \chi - \chi_\delta \| \le \delta\},$$

характеризующую точность построенного метода приближенного решения задачи (2) на введенном множестве M.

Воспользуемся неравенством

$$\Delta_M(\alpha, \delta) \le \Delta_1(\alpha) + \Delta_2(\alpha, \delta),$$

где

$$\Delta_2(\alpha, \delta) = \sup_{\| \chi - \chi_\delta \| \le \delta} \| \varphi_\delta^\alpha - \varphi^\alpha \|;$$

$$\Delta_1(\alpha) = \sup_{\varphi \in M} \| \varphi^\alpha - \varphi \| .$$

Оценим величину $\Delta_2(\alpha, \delta)$. Рассмотрим функцию $v_\alpha(t) = e^{(t-t_0)\alpha} u_\alpha(t)$. Функция $v_\alpha(t)$, очевидно, удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{dv^\alpha(t)}{dt} = -(A_\alpha - \alpha E) v^\alpha(t) + E_\alpha g_\alpha(t, v^\alpha(t)), \ t \in (t_0, T), \qquad (9)$$

где $g_\alpha(t, v) = E_\alpha e^{(t-t_0)\alpha} f(t, e^{-(t-t_0)\alpha} v) : [t_0;T] \times H \to H$ – отображение, удовлетворяющее условию Липшица по переменной v и условию Гельдера по переменной t, $t \in [t_0;T]$.

По построению функция $v^\alpha(t)$ удовлетворяет также условиям

$$v^\alpha(t_0) = \varphi_\alpha; \qquad (10)$$

$$v^\alpha(T) = e^{(T-t_0)\alpha} \chi . \qquad (11)$$

Решение задачи Коши (9), (10) удовлетворяет интегральному уравнению

$$v^\alpha(t) = e^{-(A_\alpha - \alpha E)(t-t_0)} E_\alpha \varphi_\alpha + \int_{t_0}^t e^{-(A_\alpha - \alpha E)(t-\tau)} E_\alpha g_\alpha(\tau, v_\alpha(\tau)) d\tau . \qquad (12)$$

Из равенства (12) при $t = T$ с учетом (11) следует равенство

$$e^{\alpha(T-t_0)} E_\alpha \chi = e^{-(A_\alpha - \alpha E)(t-t_0)} E_\alpha \varphi_\alpha + \int_{t_0}^T e^{-(A_\alpha - \alpha E)(T-\tau)} E_\alpha g_\alpha(\tau, v_\alpha(\tau)) d\tau . \qquad (13)$$

Из (13) следует

$$e^{-(A_\alpha-\alpha E)(t-t_0)}E_\alpha\,\varphi_\alpha=e^{\alpha(T-t_0)}E_\alpha\chi-\int_{t_0}^{T}e^{-(A_\alpha-\alpha E)(\tau-t)}E_\alpha\,g_\alpha(\tau,v_\alpha(\tau))d\tau\,. \tag{14}$$

Подставляя выражение (14) в равенство (12) , имеем

$$v^\alpha(t)=e^{(A_\alpha-\alpha E)(T-t)}e^{\alpha(T-t_0)}E_\alpha\chi-\int_{t}^{T}e^{(A_\alpha-\alpha E)(\tau-t)}E_\alpha\,g_\alpha(\tau,v_\alpha(\tau))d\tau\,. \tag{15}$$

Аналогично, функция $v_\delta^\alpha(t)$ удовлетворяет уравнению

$$v_\delta^\alpha(t)=e^{(A_\alpha-\alpha E)(T-t)}e^{\alpha(T-t_0)}E_\alpha\chi_\delta-\int_{t}^{T}e^{(A_\alpha-\alpha E)(\tau-t)}E_\alpha g_\alpha(\tau,v_\alpha^\delta(\tau))d\tau\,. \tag{16}$$

Из (15) и (16) следует неравенство

$$\|v^\alpha-v_\delta^\alpha(t)\|\le\|e^{(A_\alpha-\alpha E)(T-t)}\|e^{\alpha(T-t_0)}\|\chi-\chi_\delta\|+L\int_{t}^{T}\|e^{(A_\alpha-\alpha E)(\tau-t)}\|\|\|v^\alpha-v_{lta}^\alpha(\tau)\|d\tau\,. \tag{17}$$

Из неравенства (17) с учетом леммы Гронуолла и неравенства

$$\|e^{(A_\alpha-\alpha E)(T-t)}\|\le\max_{0\le\lambda\le\alpha}e^{(\lambda-\alpha)(T-t)}\le 1$$

следует

$$\|v^\alpha(t)-v_\delta^\alpha(t)\|\le e^{\alpha(T-t_0)}e^{L(T-t)}\delta,$$

откуда при $t=t_0$

$$\|\varphi^\alpha-\varphi_\delta^\alpha\|\le e^{\alpha(T-t_0)}e^{L(T-t_0)}\delta.$$

Следовательно, для величины $\Delta_2(\alpha,\delta)$ имеем оценку

$$\Delta_2(\alpha,\delta)\le e^{\alpha(T-t_0)}e^{LTe^{LT}}\delta \tag{18}$$

Оценим величину $\Delta_1(\alpha)$. Рассмотрим функцию $u(t)$, удовлетворяющую интегральному уравнению (3) и функцию $u_\alpha(t)$, удовлетворяющую (6) и функцию $\bar{u}(t)=E_\alpha u(t)$. Рассмотрим равенство

$$\bar{u}(t)=e^{A_\alpha(T-t)}E_\alpha\chi-\int_{t}^{T}e^{A_\alpha(\tau-t)}E_\alpha f(\tau,u(\tau))d\tau. \tag{19}$$

Из (3) следует равенство

$$\chi=e^{-A\ (T-t_0)}\varphi+\int_{t_0}^{T}e^{-A(T-\tau)}f(\tau,u(\tau))d\tau. \tag{20}$$

Подставляя выражение (20) в равенство (6) и учитывая, что $e^{A_\alpha(T-t)}E_\alpha=e^{A(T-t)}E_\alpha$, имеем равенство

$$u^\alpha(t)=e^{-A(t-t_0)}E_\alpha\varphi+\int_{t_0}^{t}e^{-A(t-\tau)}E_\alpha f(\tau,u(\tau))d\tau+\int_{t}^{T}e^{-A(t-\tau)}E_\alpha(f(\tau,u(\tau))-f(\tau,u^\alpha(\tau))d\tau\,. \tag{21}$$

С учетом равенства (19) из (21) следует

$$u^\alpha(t)-u(t)=E_\alpha u(t)-u(t)+\int_{t}^{T}e^{-A(t-\tau)}E_\alpha(f(\tau,u(\tau))-f(\tau,u^\alpha(\tau))d\tau \tag{22}$$

Из (22) с учетом неравенства $\left\|e^{A(\tau-t)}E_\alpha\right\|\le e^{\alpha(\tau-t)}$ следует

$$e^{-\alpha(T-t)}\left\|u^\alpha(t)-u(t)\right\|\le e^{-\alpha(T-t)}\left\|E_\alpha u(t)-u(t)\right\|+L\int_{t}^{T}e^{-\alpha(T-\tau)}\left\|u^\alpha(\tau)-u(\tau)\right\|d\tau\,. \tag{23}$$

Из (23) в силу леммы Гронуолла

$$\left\|u^\alpha(t)-u(t)\right\|\le e^{L(T-t_0)}\left\|E_\alpha u(t)-u(t)\right\|.$$

Следовательно,

$$\Delta_1(\alpha) \le e^{L(T-t_0)} \sup\{\| \varphi - E_\alpha \varphi \| : \varphi \in M\} = e^{L(T-t_0)} \overline{\Delta}_1(\alpha) \le e^{L(T-t_0)} r e^{-\alpha t_0}.$$

Выберем зависимость $\alpha = \alpha^*(\delta)$. из условия

$$e^{\alpha(T-t_0)}\delta = e^{LT} r e^{-\alpha t_0} \tag{24}$$

(см. [14]). Из (24) следует , что

$$\alpha^*(\delta) = \frac{1}{T}\ln(r e^{L(T-t_0)}/\delta).$$

Таким образом, оценка погрешности метода проекционной регуляризации на множестве M с выбором параметра регуляризации из условия (24) имеет вид

$$\Delta_M(\alpha^*(\delta),\delta) \le e^{L(T-t_0)} r^{\frac{T-t_0}{T}} \delta^{\frac{t_0}{T}}. \tag{25}$$

Так как модуль непрерывности для полулинейной обратной задачи на множестве M удовлетворяет неравенству

$$\omega(M,\delta) \le e^{L(T-t_0)} r^{\frac{T-t_0}{T}} \delta^{\frac{t_0}{T}}$$

(см. [13]), то из оценки (25) следует теорема.

Теорема. Метод проекционной регуляризации приближенного решения задачи с обратным временем, определенный равенством (8), оптимален по порядку на множестве M .

Литература

1. Иванов, В.К. Теория линейных некорректно поставленных задач и ее приложения / В.К. Иванов, В.В. Васин, В.П. Танана. – М.: Наука, 1978. – 208 с.
2. Страхов, В.Н. О решении линейных некорректных задач в гильбертовом пространстве / В.Н. Страхов // Дифференциальные уравнения. – 1970. – Т. 6, № 8. – С. 1490–1495.
3. Иванов, В.К. Дифференциально-операторные уравнения и некорректные задачи / В.К. Иванов, И.В. Мельникова, А.И. Филинков. – М.: Наука, 1995. – 176 с.
4. Танана, В.П. Оптимальные по порядку методы решения нелинейных некорректно поставленных задач / В.П. Танана // ЖВМиМФ. – 1976. – Т. 16, № 2. – С. 503–507.
5. Танана, В.П. О сходимости регуляризованных решений нелинейных операторных уравнений / В.П. Танана // Сиб. журнал индустр. математики. – 2003. – Т. 6, № 3. – С. 119–133.
6. Тихонов, А.Н. Нелинейные некорректные задачи / А.Н. Тихонов, А.С. Леонов, А.Г. Ягола. – М.: Наука, 1995. – 312 с.
7. Васин, В.В. Некорректные задачи с априорной информацией /В.В. Васин, А.Л. Анеев. – Екатеринбург: Наука, 1993. – 262 с.
8. Кокурин, М.Ю. Операторная регуляризация и исследование нелинейных монотонных задач // М.Ю. Кокурин. – Йошкар-Ола, Изд. Марийского гос. Ун-та, 1998. – 292 с.
9. Tanana, V.P. Methods for solving of nonlinear operator equations / V.P. Tanana. – Utrecht, VSP, 1997. – 241 p.
10. Табаринцева, Е.В. Об оценке погрешности метода квазиобращения при решении задачи Коши для полулинейного дифференциального уравнения / Е.В. Табаринцева // Сибирский журнал вычисл. математики. – 2005. – Т. 8, № 3. – С. 259–271.
11. Танана, В.П. Об одном подходе к приближению разрывного решения некорректно поставленной задачи / В.П. Танана, Е.В. Табаринцева // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2005. – Т. 8, № 1(21). – С. 129–142.
12. Хенри, Д. Геометрическая теория полулинейных параболических уравнений / Д. Хенри. – М.: Мир, 1985. – 376 с.
13. Табаринцева, Е.В. Об оценке модуля непрерывности одной нелинейной обратной задачи / Е.В. Табаринцева // Труды Института математики и механики УрО РАН. – 2013. – Т. 19, № 1. – С. 253–257
14. Лаврентьев, М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики // М.М. Лаврентьев. – Новосибирск: Сибирское отделение АН СССР, 1962. – 92 с.

ABOUT SOLVING OF AN ILL-POSED PROBLEM FOR A NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATION BY MEANS OF THE PROJECTION REGULARIZATION METHOD

E.V. Tabarintseva[1]

A retrospective inverse problem for a semi-linear differential equation is studied. The projection regularization method with the choice of the regularization parameter by means of M.M. Lavrentiev scheme is used to find a stable approximate solution to the ill-posed problem under consideration. An explicit evaluation of inaccuracy of this method was measured on one of the cases of robustness.

Keywords: inverse problem, nonlinear differential equation, approximate method, evaluation of inaccuracy.

References

1. Ivanov V.K., Vasin V.V., Tanana V.P. *Teoriya lineynykh nekorrektno postavlennykh zadach i ee prilozheniya* (Theory of linear ill-posed problem and its applications). Moscow: Nauka, 1978. 208 p. (in Russ.).

2. Strakhov V.N. *Differentsial'nye uravneniya.* 1970. Vol. 6, no. 8. pp. 1490–1495.

3. Ivanov V.K., Mel'nikova I.V., Filinkov A.I. *Differentsial'no-operatornye uravneniya i nekorrektnye zadachi* (Differential and operator equations and ill-posed problems). Moscow: Nauka, 1995. 176 p. (in Russ.).

4. Tanana V.P. Optimal order methods of solving non-linear ill-posed problems. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics.* 1976. Vol. 16, no. 2. pp. 219–225.

5. Tanana V.P. *Sibirskiy zhurnal industrial'noy matematiki.* 2003. Vol. 6, № 3. pp. 119–133. (in Russ.).

6. Tikhonov A.N., Leonov A.S., Yagola A.G. *Nelineynye nekorrektnye zadachi* (Non-linear ill-posed problems). Moscow: Nauka, 1995. 312 p. (in Russ.).

7. Vasin V.V., Aneev A.L. *Nekorrektnye zadachi s apriornoy informatsiey* (Ill-posed problems with prior information). Ekaterinburg: Nauka, 1993. 262 p. (in Russ.).

8. Kokurin M.Yu. *Operatornaya regulyarizatsiya i issledovanie nelineynykh monotonnykh zadach* (Operator regularization and the study of non-linear monotonic problem). Yoshkar-Ola, Izd. Mariyskogo gosudarstvennogo universiteta, 1998. 292 p.

9. Tanana V.P. *Methods for solving of nonlinear operator equations.* Utrecht, VSP, 1997. 241 p.

10. Tabarintseva E.V. *Sib. Zh. Vychisl. Mat.* 2005. Vol. 8, no. 3. pp. 259–271. (in Russ.).

11. Tanana V.P., Tabarintseva I.V. *Sib. Zh. Ind. Mat.* 2005. Vol. 8, no. 1. pp. 129–142. (in Russ.).

12. Khenri D. *Geometricheskaya teoriya polulineynykh parabolicheskikh uravneniy* (Geometrical theory of semilinear parabolic equations). Moscow: Mir, 1985. 376 p. (in Russ.). [Henry D. Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations. Springer-Verlag, 1981. 348 p.]

13. Tabarintseva E.V. *Trudy Inst. Mat. i Mekh.* UrO RAN. 2013. Vol. 19, no. 1. pp. 253–257. (in Russ.).

14. Lavrent'ev M.M. *O nekotorykh nekorrektnykh zadachakh matematicheskoy fiziki* (Some improperly-posed problems in mathematical physics). Novosibirsk: Sibirskoe otdelenie AN SSSR, 1962. 92 p. (in Russ.). [Lavrentiev M.M. Some Improperly Posed Problems in Mathematical Physics. Springer-Verlag Berlin and Heidelberg GmbH & Co. K, Berlin, 2012. 88 p.]

Поступила в редакцию 15 февраля 2013 г.

[1] Tabarintseva Elena Vladimirovna is Cand. Sc. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Computational Mathematics Department, South Ural State University.
E-mail: eltab@rambler.ru