

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКОВ УТЕЧКИ ПРИ ОТСУТСТВИИ КОНТАКТА ЧЕЛОВЕКА С ГРУНТОМ

А.С. Калинина, В.Н. Непопалов, А.И. Сидоров
г. Челябинск, ЮУрГУ

В статье получены аналитические зависимости емкости цилиндрической фигуры относительно земли и заземленной проводящей поверхности. На основании полученных зависимостей показан характер распределения полного тока утечки при емкостной связи цилиндрической поверхности с землей и заземленной металлоконструкцией.

В соответствии с формулами, полученными в [1], вычислим значения тока утечки (рис. 1), протекающего через тело человека, находящегося под трехфазной линией электропередачи на расстоянии x от проекции средней фазы, при условии гальванической связи человека с землей и в удалении от металлоконструкций.

В производственных условиях подобная ситуация практически невозможна. Персонал, занятый обслуживанием ЭУ СВН, обут в специальную обувь и имеет емкостную связь с землей. Кроме того, изменение величины тока, протекающего через тело человека по сравнению с «идеализированной ситуацией» происходит за счет наличия на территории ОРУ заземленных металлоконструкций, в результате чего появляются емкостные связи человек-металлоконструкция. Вследствие этого, при расчете тока утечки необходимо учитывать емкостную связь человека, как с землей, так и с металлоконструкциями.

Поскольку расчет емкости тела человека относительно земли и относительно заземленной металлоконструкции вызывает определенные трудности, ток, протекающий через тело человека, определяется площадью его поверхности, тело человека заменим цилиндром высотой $l = 1,8$ м и

радиусом $r_0 = 0,25$ м, а заземленную металлоконструкцию - однородной проводящей поверхностью.

Определим емкость боковой поверхности указанного цилиндра, относительно плоскости земли. Фигура расположена на расстоянии d от земли (рис. 2).

Для расчета емкости сложных систем широко используется приближенный метод, предложенный Хоу [2].

Введем отображение цилиндрической поверхности в плоскости земли. При вычислении потенциала примем, что заряды отображенной поверхности распределены с одинаковой линейной плотностью на её оси.

Потенциал в точке y на оси фигуры l от заряда

$\frac{q}{l} d\xi$ равен:

$$dU_{y1} = \frac{qd\xi}{4\pi\epsilon_0 lr} \quad (1)$$

Потенциал в той же точке y от заряда на элементе $d\xi$ зеркального отображения равен:

$$dU_{y2} = -\frac{qd\xi}{4\pi\epsilon_0 lr_1} \quad (2)$$

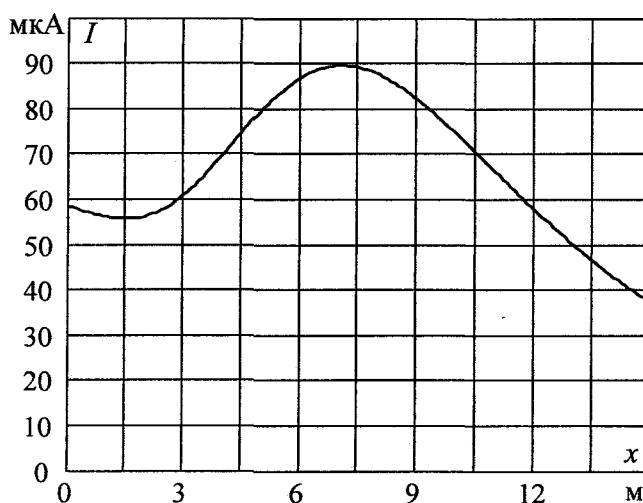


Рис. 1. Зависимость тока утечки на землю через тело человека, находящегося под трехфазной линией электропередачи

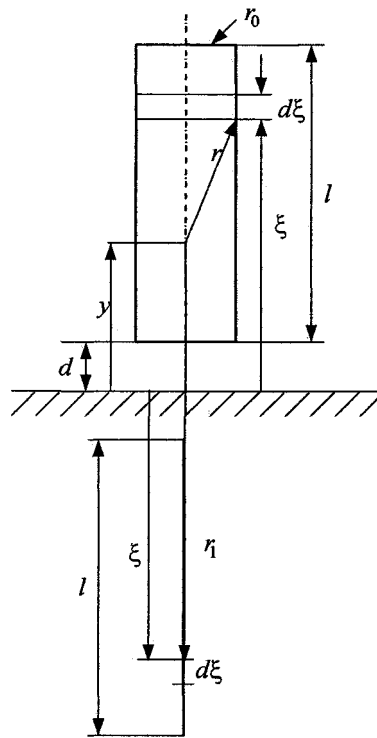


Рис. 2. Расчетная схема для вычисления емкости цилиндрической фигуры относительно земли

Полный элементарный потенциал в рассматриваемой точке равен:

$$dU_y = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right). \quad (3)$$

Отсюда получаем

$$U_y = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \int_d^{d+l} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) d\xi. \quad (4)$$

Расстояния r и r_1 соответственно равны $r = \sqrt{r_0^2 + (y - \xi)^2}$; $r_1 = y + \xi$.

Обозначим:

$$J_1 = \int_d^{d+l} \frac{d\xi}{\sqrt{r_0^2 + (y - \xi)^2}}; \quad J_2 = \int_d^{d+l} \frac{d\xi}{y + \xi}.$$

В интеграле J_1 делаем замену переменной: $z = y - \xi$, следовательно $dz = -d\xi$, при $\xi = d$, $z = y - d$; $\xi = d + l$, $z = y - d - l$.

Находим

$$J_1 = \int_{y-d}^{y-d-l} \frac{-dz}{\sqrt{r_0^2 + z^2}} = \text{Arsh} \left(\frac{z}{r_0} \right) \Big|_{y-d-l}^{y-d} = \text{Arsh} \left(\frac{y-d}{r_0} \right) - \text{Arsh} \left(\frac{y-d-l}{r_0} \right). \quad (5)$$

В интеграле J_2 делаем замену переменной $z = y + \xi$, следовательно $dz = d\xi$, при $\xi = d$, $z = y + d$; $\xi = d + l$, $z = y + d + l$.

Находим

$$J_2 = \int_{y+d}^{y+d+l} \frac{dz}{z} = \ln \frac{y+d+l}{y+d}. \quad (6)$$

Подставляя (5), (6) в формулу (4) получаем потенциал

$$U_y = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \left(\text{Arsh} \left(\frac{y-d}{r_0} \right) - \text{Arsh} \left(\frac{y-d-l}{r_0} \right) - \ln \frac{y+d+l}{y+d} \right). \quad (7)$$

Среднее значение потенциала определяется по формуле:

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{l} \int_d^{d+l} U_y dy = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l^2} \left\{ \int_d^{d+l} \left(\text{Arsh} \left(\frac{y-d}{r_0} \right) - \text{Arsh} \left(\frac{y-d-l}{r_0} \right) - \ln \frac{y+d+l}{y+d} \right) dy \right\}. \quad (8)$$

Интеграл

$$\int_d^{d+l} \left(\text{Arsh} \left(\frac{y-d}{r_0} \right) - \text{Arsh} \left(\frac{y-d-l}{r_0} \right) \right) dy = - \int_d^{d+l} \left(\text{Arsh} \left(\frac{y-d-l}{r_0} \right) - \text{Arsh} \left(\frac{y-d}{r_0} \right) \right) dy, \quad (9)$$

тогда

$$\left\{ \int_d^{d+l} \left(\text{Arsh} \left(\frac{y-d}{r_0} \right) - \text{Arsh} \left(\frac{y-d-l}{r_0} \right) \right) dy - \int_d^{d+l} \left(\text{Arsh} \left(\frac{y-d-l}{r_0} \right) - \text{Arsh} \left(\frac{y-d}{r_0} \right) \right) dy \right\} = 2 \int_d^{d+l} \left(\text{Arsh} \left(\frac{y-d}{r_0} \right) \right) dy. \quad (10)$$

Следовательно

$$U_{cp} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l^2} \left\{ 2 \int_d^{l+d} \operatorname{Arsh} \left(\frac{y-d}{r_0} \right) dy - \int_d^{l+d} \ln \frac{y+d+l}{y+d} dy \right\}. \quad (11)$$

Интеграл

$$2 \int_d^{l+d} \operatorname{Arsh} \left(\frac{y-d}{r_0} \right) dy = 2 \left[l \cdot \ln \left(\frac{l + \sqrt{r_0^2 + l^2}}{r_0} \right) - \sqrt{r_0^2 + l^2} + r_0 \right] \quad (12)$$

не зависит от d .

Интеграл

$$\int_d^{l+d} \ln \frac{y+d+l}{y+d} dy = 2(d+l) \ln \left(\frac{l+d}{l+2d} \right) + 2d \ln \left(\frac{d}{l+2d} \right) + 2(2d+l) \ln(2). \quad (13)$$

Для упрощения обозначим:

$$\alpha_{11} = \frac{\left[l \cdot \ln \left(\frac{l + \sqrt{r_0^2 + l^2}}{r_0} \right) - \sqrt{r_0^2 + l^2} + r_0 \right]}{l^2}; \quad (14)$$

$$\alpha_{12} = \frac{(d+l) \ln \left(\frac{l+d}{l+2d} \right) + d \ln \left(\frac{d}{l+2d} \right) + (2d+l) \ln(2)}{l^2}, \quad (15)$$

получим

$$U_{cp} = (\alpha_{11} - \alpha_{12}) \frac{q}{2\pi\epsilon_0}. \quad (16)$$

Емкость боковой поверхности цилиндрической фигуры относительно плоскости земли определяется по выражению

$$C(d) = q/U_{cp}, \quad (17)$$

следовательно

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\alpha_{11} - \alpha_{12}}. \quad (18)$$

Подставляя в формулу (18) с учетом (14) и (15) длину l цилиндрической поверхности, равной высоте роста среднего человека $h = 1,8$ м и радиусом $r_0 = 0,25$ м, получаем зависимость $C(d)$ (рис. 3). В данном случае расстояние до земли $d \neq 0$.

Чтобы учесть возникающую емкостную связь с металлоконструкцией, определяем емкость боковой поверхности цилиндрической фигуры длиной l , радиусом r_0 относительно плоскости земли.

Как и в первом случае, цилиндрическая фигура расположена на расстоянии d от земли, но на расстоянии a от оси фигуры расположена заземленная проводящая поверхность (рис. 4). Полагается также, что суммарный заряд q распределен по длине фигуры l равномерно.

Введем отображения цилиндрической поверхности. При вычислении потенциала примем, что заряды отображающих поверхностей распределены с одинаковой линейной плотностью на их осях.

Потенциал в точке y на оси фигуры l от заряда

$\frac{q}{l} d\xi$ равен:

$$dU_{y11} = \frac{qd\xi}{4\pi\epsilon_0 lr}. \quad (19)$$

Потенциалы в той же точке y от заряда $\frac{q}{l} d\xi$

зеркальных отображений соответственно равны:

$$dU_{y12} = -\frac{qd\xi}{4\pi\epsilon_0 lr_1}; \quad (20)$$

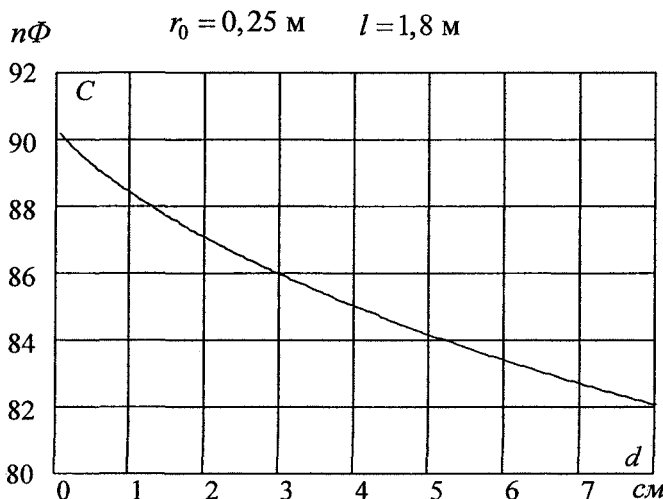


Рис. 3. Зависимость емкости боковой поверхности цилиндра относительно земли от расстояния до земли d

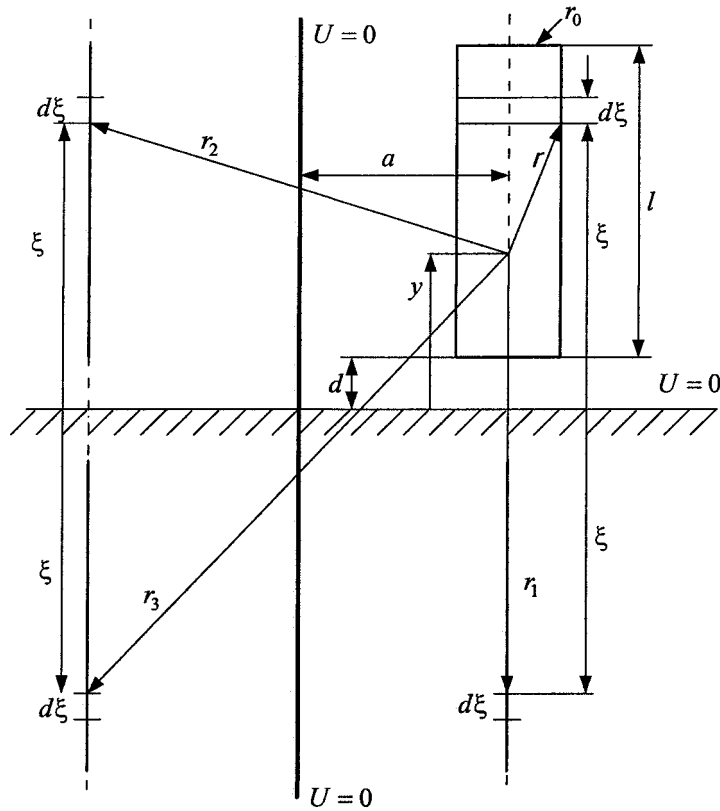


Рис. 4. Расчетная схема для вычисления емкости цилиндрической фигуры относительно земли с учетом заземленной проводящей поверхности

$$dU_{y2} = -\frac{qd\xi}{4\pi\epsilon_0 r_2}; \quad (21)$$

$$dU_{y3} = \frac{qd\xi}{4\pi\epsilon_0 r_3}. \quad (22)$$

Расстояния r , r_1 , r_2 и r_3 соответственно равны

$$r = \sqrt{r_0^2 + (y - \xi)^2}; \quad r_1 = y + \xi;$$

$$r_2 = \sqrt{(2a)^2 + (y - \xi)^2}; \quad r_3 = \sqrt{(2a)^2 + (y + \xi)^2}.$$

Полный элементарный потенциал в рассматриваемой точке равен:

$$dU_y = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right). \quad (23)$$

Отсюда получаем

$$\begin{aligned} U_y &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \int_d^{d+l} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right) d\xi = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \int_d^{d+l} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) d\xi - \\ &- \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \int_d^{d+l} \left(\frac{1}{r_2} \right) d\xi + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \int_d^{d+l} \left(\frac{1}{r_3} \right) d\xi = \\ &= U_{y1} - U_{y2} + U_{y3}, \end{aligned} \quad (24)$$

где U_{y1} – вклад в среднее значение от dU_{y11} и dU_{y12} .

Среднее значение потенциала определяется по формуле

$$U_{cp} = \frac{1}{l} \int_d^{d+l} U_y dy = \frac{1}{l} \int_d^{d+l} (U_{y1} - U_{y2} + U_{y3}) dy. \quad (25)$$

Вклад в среднее значение от потенциала U_{y1} определенный по формуле (7):

$$U_{cp1} = \frac{1}{l} \int_d^{d+l} U_{y1} dy = [\alpha_{11} - \alpha_{12}(d)] \frac{q}{2\pi\epsilon_0}. \quad (26)$$

Интеграл

$$J_2 = \int_d^{d+l} \left(\frac{1}{r_2} \right) d\xi = \int_d^{d+l} \left(\frac{1}{\sqrt{(2a)^2 + (y - \xi)^2}} \right) d\xi, \quad (27)$$

после замены $2a$ на r_0 приводим к интегралу J_1 , следовательно

$$J_2 = \int_d^{d+l} \frac{d\xi}{\sqrt{(2a)^2 + (y - \xi)^2}} = 2 \operatorname{Arsh} \left(\frac{y - d}{2a} \right). \quad (28)$$

$$\begin{aligned} U_{cp2} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l^2} \int_d^{d+l} U_{y2} dy = \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l^2} \left[l \cdot \ln \left(\frac{l + \sqrt{(2a)^2 + l^2}}{2a} \right) - \sqrt{(2a)^2 + l^2} + 2a \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Для упрощения обозначим

$$\alpha_{13} = 2 \frac{l \cdot \ln \left[\frac{l + \sqrt{(2a)^2 + l^2}}{2a} \right] - \sqrt{(2a)^2 + l^2} + 2a}{l^2}, \quad (30)$$

получим

$$U_{cp2} = \frac{\alpha_{13}}{2\pi\epsilon_0} q. \quad (31)$$

В интеграле

$$J_3 = \int_d^{d+l} \frac{d\xi}{r_3} = \int_d^{d+l} \frac{d\xi}{\sqrt{(2a)^2 + (y+\xi)^2}} \text{ делаем за-}$$

мену переменной $z = y + \xi$. Теперь $dz = d\xi$, при $\xi = d$, $z = y + d$; $\xi = d + l$, $z = y + d + l$, следовательно

$$J_3 = \int_{y+d}^{y+d+l} \frac{dz}{\sqrt{(2a)^2 + z^2}} = \text{Arsh} \left(\frac{y+d+l}{2a} \right) - \text{Arsh} \left(\frac{y+d}{2a} \right). \quad (32)$$

Среднее значение потенциала

$$U_{cp3} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l^2} \int_d^{d+l} U_{y3} dy = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l^2} \left\{ (d+l) \text{Arsh} \left(\frac{d+l}{a} \right) - \sqrt{a^2 + (d+l)^2} - (2d+l) \text{Arsh} \left(\frac{2d+l}{2a} \right) + \sqrt{4a^2 + (2d+l)^2} + d \text{Arsh} \left(\frac{d}{a} \right) - \sqrt{a^2 + d^2} \right\}. \quad (33)$$

Учитывая, что расстояние до земли много меньше расстояния до проводящей поверхности $d \ll a$, после преобразований получим

$$U_{cp3} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l^2} \int_d^{d+l} U_{y3} dy = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l^2} \left[l \cdot \ln \left[2 \frac{l + \sqrt{a^2 + l^2}}{l + \sqrt{(2a)^2 + l^2}} \right] - \sqrt{a^2 + l^2} + \sqrt{(2a)^2 + l^2} - a \right]. \quad (34)$$

Для упрощения обозначим

$$\alpha_{14} = \frac{2 \left[l \cdot \ln \left[2 \frac{l + \sqrt{a^2 + l^2}}{l + \sqrt{(2a)^2 + l^2}} \right] - \sqrt{a^2 + l^2} + \sqrt{(2a)^2 + l^2} - a \right]}{l^2}, \quad (35)$$

найдем

$$U_{cp3} = \frac{\alpha_{14}}{2\pi\epsilon_0} q. \quad (36)$$

Емкость боковой поверхности цилиндрической фигуры относительно плоскости земли с учетом влияния проводящей поверхности равна

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\alpha_{11} - \alpha_{12} - \alpha_{13} + \alpha_{14}}. \quad (37)$$

По формуле (37) с учетом (14), (15), (30) и (35) вычислим зависимости емкости боковой поверхности цилиндрической фигуры $C(d)$ длиной $l = 1,8$ м, радиусом $r_0 = 0,25$ м, относительно плоскости земли (рис. 5), задавая расстояния до заземленной проводящей поверхности равными $a = 1$ м, $1,5$ м и 2 м соответственно.

На рис. 1 максимальное значение тока, протекающего через тело человека, находящегося под трехфазной линией электропередачи, составляет 90 мкА. На примере данной величины тока утечки вычислим составляющие величины тока при наличии емкостной связи цилиндрической

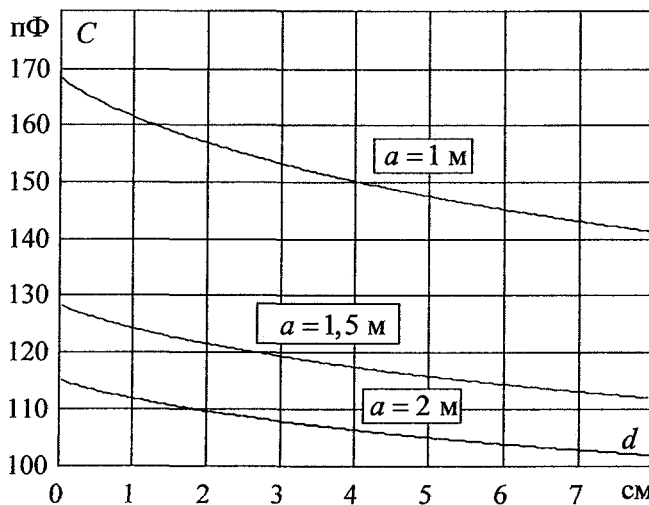


Рис. 5. Зависимости емкости боковой поверхности цилиндра относительно земли от расстояния до земли d для различных расстояний до проводящей поверхности a

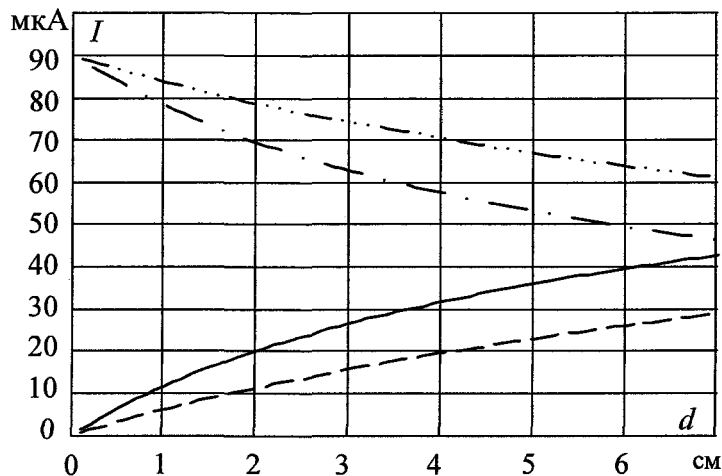


Рис. 6. Величина тока утечки при емкостной связи цилиндрической поверхности относительно земли и заземленной металлоконструкции от расстояния d

- . . . — составляющая тока утечки, протекающего через дно цилиндра с учетом при отсутствии заземленной металлоконструкции;
- . . — составляющая тока утечки, протекающего через дно цилиндра с учетом заземленной металлоконструкции;
- — — составляющая тока утечки, протекающего через боковую поверхность цилиндра с учетом заземленной металлоконструкции;
- — — составляющая тока утечки, протекающего через боковую поверхность цилиндра при отсутствии заземленной металлоконструкции

поверхности с землей и заземленной металлоконструкцией (рис. 6). Принимая, что полное значение емкостного тока утечки остается неизменным [3].

Выводы

1. Получены формулы для расчета тока утечки через тело человека при наличии и отсутствии гальванической связи между телом человека и землей.

2. На основании полученных формул проведены расчеты для разных условий контакта с грунтом. Сопоставление полученных данных с результатами экспериментальных исследований показывают хорошую сходимость.

Литература

1. Калинина, А.С. Аналитическое исследование плотности тока электрического смещения и распределения напряженности электрического поля под линией электропередач / А.С. Калинина, В.Н. Непопалов, А.И. Сидоров // *Электробезопасность*. - 2005. - № 3-4. - С. 60-67.
2. Нейман, Л.Р. Теоретические основы электротехники / Л.Р. Нейман, КС. Демирчян, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. — СПб.: Питер, 2003. - 462 с.
3. Долин, П.А. Основы техники безопасности в электроустановках / П.А. Долин. — М.: Энергия, 1979. - С. 306-320.

Калинина Алиса Сергеевна - аспирант кафедры «Безопасность жизнедеятельности» Южно-Уральского государственного университета.

Сидоров Александр Иванович - д.т.н., профессор, проректор по учебной работе Южно-Уральского государственного университета.

Непопалов Валерий Николаевич - к.т.н., доцент кафедры «Электроснабжение» Южно-Уральского государственного университета.