

## РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИЕ СХЕМЫ В ЗАДАЧАХ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ АНТЕНН ПО ИЗМЕРЕНИЯМ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ\*

**А.Б. Хашимов**

Задача восстановления диаграммы направленности антенной системы в строгой электродинамической постановке сформулирована в виде системы функциональных уравнений I рода. Решение этой системы определяет распределение токов антенной системы, с помощью которых вычисляется асимптотическое представление диаграммы направленности в дальней зоне, при этом поле излучения антенной системы определяется с учетом влияния элементов конструкции (рефлектора) и взаимного влияния излучателей. Предложен метод численного решения системы уравнений по ограниченному множеству результатов измерений амплитудно-фазового распределения поля в ближней зоне. Для совпадения размерностей определяемых распределений токов и результатов измерений предложены эффективные интерполяционные схемы. Применение итеративной регуляризирующей процедуры позволяет получить устойчивые решения некорректной задачи с приемлемой точностью при наличии случайных погрешностей измерений.

*Ключевые слова:* сплайн-интерполяция, функциональные уравнения, итеративная регуляризирующая схема.

Определение диаграммы направленности (ДН), поляризационных свойств, коэффициента направленного действия (КНД) антенн в заданной полосе частот амплифазометрическим (радиолографическим) методом основано на применении целого комплекса мер по преобразованию результатов измерения ближнего поля антенны в поле излучения в дальней зоне [1]. Это и обоснование электродинамических основ метода, математические формулировки алгоритмов преобразования, оценки пределов применимости различных допущений, принятых при практической реализации. Кроме того, сюда включаются и вопросы разработки эффективного программного обеспечения, выбора соответствующих технических средств и оборудования измерительного комплекса. Техническое оборудование и конструкции механизмов измерительных комплексов для безэховых помещений обычно ориентированы на проведение измерений на некоторой измерительной поверхности. Наиболее просто реализуются измерения на плоской и цилиндрической поверхности [1]. Измерения на сферической поверхности, наиболее полно отвечающей требованиям ограниченной замкнутой поверхности измерений, технически можно реализовать только для относительно небольших по размерам антенн. В ряде случаев измерение ближнего поля крупногабаритных антенных систем, таких как фазированные антенные решетки (ФАР), гибридные зеркальные антенны, встречает серьезные организационные и технические трудности, связанные с ограниченными размерами измерительной поверхности, недостаточными для проведения полного цикла измерений ближнего поля. Размеры измерительной поверхности и координаты узлов позиционирования измерительного зонда зависят от вида измерительной поверхности и точности восстановления ДН в дальней зоне [1]. Следовательно, поиск оптимальных алгоритмов восстановления ДН антенн в дальней зоне по измерениям в ближней зоне на поверхностях, вид и форма которых определяются специфическими свойствами измеряемой антенны и условиями измерений, может значительно расширить возможности радиолографического метода.

\* Работа выполнялась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках комплексного проекта «Создание высокотехнологичного производства антенн и аппаратных модулей для двухчастотного радиомаячного комплекса системы посадки метрового диапазона формата ILS III категории ICAO для аэродромов гражданской авиации, включая аэродромы с высоким уровнем снежного покрова и сложным рельефом местности» по договору № 02.G25.31.0046 между Министерством образования и науки Российской Федерации и Открытым акционерным обществом «Челябинский радиозавод «Полёт» в кооперации с головным исполнителем НИОКТР – Федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего профессионального образования «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет).

Для построения математической модели (ММ) задачи восстановления ДН в дальней зоне и определения амплитудно-фазового распределения (АФР) возбуждения антенны по результатам измерений поля излучения в ближней зоне будем использовать строгие электродинамические соотношения. Это позволяет значительно повысить точность восстановления ДН по основной и кросс-поляризации, так как влияние помеховых полей рассеяния от измерительного зонда и элементов конструкции комплекса, случайных погрешностей измерения на общую матрицу отсчетов в узлах заданной пространственной измерительной сетки непосредственно входит в структуру функциональных уравнений восстановления. В этом случае нет необходимости использования различных асимптотических представлений измеряемого поля, требующих определенного соотношения электрического размера антенны и размерности измерительной сетки, их взаимного расположения. Наиболее актуальны эти вопросы при измерении поля антенн с низким уровнем бокового излучения, сканирующих ФАР с большим количеством излучателей.

Рассмотрим метод восстановления ДН в дальней зоне по результатам измерений в ближней зоне, основанный на прямом решении системы строгих функциональных уравнений. В отличие от радиолографического, в этом методе объектом исследований является АФР токов антенны, по которым в дальнейшем рассчитывается (восстанавливается) ДН в дальней зоне. Такие задачи в электродинамике относятся к классу обратных задач, но с одной очень важной особенностью – все геометрические размеры измерительной схемы считаются известными с заданными пределами погрешностей их определения. Кроме того, при построении ММ необходимо учитывать, что задачи восстановления АФР имеют принципиальную особенность – результаты измерения полей определяются экспериментально, поэтому они искажены помеховыми полями и измерительными погрешностями, которые имеют случайный характер, статистические характеристики которых зачастую неизвестны. Это означает, что функциональные уравнения восстановления АФР антенны и ДН в дальней зоне относятся к некорректным уравнениям [2], для решения которых должны быть использованы методы регуляризации. Таким образом, ММ задачи восстановления должны быть основаны на эффективных методах решения некорректных задач, когда численное исследование ММ дает возможность получения критериев устойчивости решения и оценку погрешности восстановления для различных статистических характеристик помеховых составляющих результатов измерений.

Будем считать, что на произвольной незамкнутой поверхности  $S_d$  задано множество точек с координатами  $(x_n, y_n, z_n), n = \overline{1:N}$ , при этом координаты точек определены со случайными ошибками  $(\Delta x_n, \Delta y_n, \Delta z_n)$ . Тогда  $(x_n, y_n, z_n) = (x_n^e, y_n^e, z_n^e) + (\Delta x_n, \Delta y_n, \Delta z_n)$ , где  $(x_n^e, y_n^e, z_n^e)$  – точные координаты. Это множество точек определяет измерительную сетку. Рассмотрим вариант построения измерительной схемы, когда в качестве зонда используется электрический диполь. В [1] показано, что в этом случае ток и напряжение, возбужденные в диполе, пропорциональны напряженности той компоненты вектора электрического поля, вдоль которой ориентирована ось диполя. Такой зонд позволяет непосредственно измерить относительное распределение компонент тангенциальной составляющей  $E_\tau$  к поверхности  $S_d$ . При этом зонд необходимо располагать так, чтобы в каждой точке поверхности измерений  $S_d$  его ось лежала в плоскости, касательной к этой поверхности, и была ориентирована соответственно поляризации измеряемого поля. При расположении зонда на расстоянии несколько длин волн от антенны его влияние на результаты измерений пренебрежимо мало [1]. Необходимо отметить, в рассматриваемой измерительной схеме фактически измеряются не составляющие вектора поля в ближней зоне, а комплексные амплитуды сигнала зонда, соединенного со входом приемника [1]. Это требует дополнительного преобразования результатов измерений с учетом характеристик самого зонда.

Пусть в точках  $(x_n, y_n, z_n)$  с помощью зонда измерены АФР составляющих вектора напряженности электрического поля  $E_{xn}, E_{yn}, E_{zn}$ , также определяемые со случайными ошибками:  $(E_{xn}, E_{yn}, E_{zn}) = (E_{xn}^e, E_{yn}^e, E_{zn}^e) + (\Delta E_{xn}, \Delta E_{yn}, \Delta E_{zn})$ , где  $(E_{xn}^e, E_{yn}^e, E_{zn}^e)$  – точное значение поля. Без ограничения общности будем считать, что исследуемая антенна представляет собой идеально проводящую поверхность  $S_a$ , на которой распределен поверхностный ток  $\mathbf{j}$ . В случае сложной

антенной системы поверхность  $S_a$  представляет собой совокупность нескольких поверхностей. Введем координаты точек  $(x'_m, y'_m, z'_m)$  на поверхности  $S_a$ , которые определяются с погрешностью  $(\Delta x'_m, \Delta y'_m, \Delta z'_m)$ :  $(x'_m, y'_m, z'_m) = (x_m^{te}, y_m^{te}, z_m^{te}) + (\Delta x'_m, \Delta y'_m, \Delta z'_m), m = \overline{1:M}$ , где  $(x_m^{te}, y_m^{te}, z_m^{te})$  – точные координаты. В этих точках будут определяться составляющие поверхностного тока  $(j_{xn}, j_{yn}, j_{zn})$ . Отметим, что по условиям рассматриваемой задачи восстановления всегда  $N \neq M$ , при этом  $N < M$ , так как известные критерии оценки точности численного решения краевых задач электродинамики требуют декомпозиции поверхности  $S_a$  на конечные элементы с размерами сторон не менее  $\lambda/10 \dots \lambda/15$ , что для антенн больших электрических размеров может приводить к числу измерений  $N$  в несколько тысяч. Реализовать такие измерительные схемы технически очень сложно, поэтому необходимо применение таких методов восстановления, когда размерность цифровых массивов результатов измерений ограничена и не зависит от общей размерности дискретной ММ антенны.

Введем функциональные уравнения следующего вида [3]:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{Z_c}{ik} \int_{S_a} \left[ j_x \left( 2B_r + \frac{r_x^2 + r_z^2}{r} D_r \right) - j_y \frac{r_x r_y}{r} D_r - j_z \frac{r_x r_z}{r} D_r \right] ds'; \\ E_y &= \frac{Z_c}{ik} \int_{S_a} \left[ -j_x \frac{r_x r_y}{r} D_r + j_y \left( 2B_r + \frac{r_x^2 + r_z^2}{r} D_r \right) - j_z \frac{r_y r_z}{r} D_r \right] ds'; \\ E_z &= \frac{Z_c}{ik} \int_{S_a} \left[ -j_x \frac{r_x r_z}{r} D_r - j_y \frac{r_y r_z}{r} D_r + j_z \left( 2B_r + \frac{r_x^2 + r_y^2}{r} D_r \right) \right] ds', \end{aligned} \quad (1)$$

связывающие составляющие АФР восстанавливаемого поверхностного тока  $\mathbf{j}$  с измеренными составляющими вектора напряженности электрического поля, где  $Z_c = \sqrt{\mu_a/\epsilon_a}$  – волновое сопротивление среды;  $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$ ;  $r_x = x - x'$ ;  $r_y = y - y'$ ;  $r_z = z - z'$ ;  $(x, y, z), (x', y', z')$  – координаты точек наблюдения и интегрирования, соответственно;  $B_r = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{ik}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \varphi$ ;

$D_r = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{k^2}{r} - \frac{3ik}{r^2} - \frac{3}{r^3} \right) \varphi$ ;  $\varphi = \exp(-ikr)/r$ . Подчеркнем, что в системе (1) поверхность измерений  $S_d$  может быть произвольной и незамкнутой, а для радиолографического метода эта поверхность принципиально должна быть замкнутой, с вектором нормали к ней в произвольной точке удовлетворяющим условию непрерывности Ляпунова. Кроме того, в системе (1) уравнения являются не интегральными, а функциональными, так как области определения решения и известной левой части не совпадают, следовательно, операторы задачи не являются фредгольмовыми. Таким образом, ММ задачи восстановления АФР поверхностного тока по заданному распределению вектора напряженности электрического поля на поверхности  $S_d$  формулируется в виде системы функциональных уравнений I рода с гиперсингулярными ядрами. Для численного исследования ММ рассматриваемой задачи необходим выбор метода дискретизации системы (1), приводящего к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Этот метод должен учитывать еще одну специфическую особенность ММ, связанную с необходимостью использования квадратурных формул высокой точности, например, Гаусса-Лежандра с числом узлов не менее 16 и выше. Это требуется для обеспечения необходимой устойчивости численного решения, в значительной степени зависящей от случайных факторов задачи. Поэтому любое повышение точности вычислительных процедур в конечном итоге приводит к дополнительной стабилизации математического моделирования. Для построения дискретной ММ задачи восстановления используем метод моментов [3], в котором выбор базисных и весовых функций соответствуют варианту метода коллокаций. Применение этого метода для численного решения электродинамических

задач показывает его высокую эффективность и результативность, удобство для программной реализации.

Важное практическое значение в методах восстановления ДН в дальней зоне по результатам измерений в ближней зоне отводится вопросам организации рациональных интерполяционных схем. Это связано с необходимостью согласования большого количества неизвестных значений АФР распределения токов в правой части (1) – до нескольких тысяч, с ограниченным массивом цифровой радиоголограммы в левой части – не более 300...500. Следовательно, численное решение (1) должно быть построено с использованием такой интерполяционной схемы, которая учитывает как априорную информацию о степени гладкости функции АФР ближнего поля, так и влияние случайных погрешностей измерений в заданных узлах пространственной сетки. Численные эксперименты показали неэффективность алгебраической интерполяции Лагранжа и Ньютона–Грегори, требующих использования полиномов высокой степени. Наилучшие результаты с точки зрения точности приближения и скорости вычислений показали схемы сплайн-интерполяции. С их помощью размерность массива цифровой радиоголограммы с шагом координатной сетки измерений  $0,25...0,5\lambda$  может достигать всего несколько десятков при использовании кубических сплайнов. Численные эксперименты для тестовых задач показали приемлемую точность восстановления ДН при небольших затратах компьютерного времени.

Система функциональных уравнений (1) с учетом особенностей дискретизации ММ приводит к СЛАУ следующего вида:

$$\begin{aligned} E_{xm} &= \sum_{n=1}^N (j_{xn} K_{xx'}^{mn} + j_{yn} K_{yx'}^{mn} + j_{zn} K_{zx'}^{mn}); \\ E_{ym} &= \sum_{n=1}^N (j_{xn} K_{xy'}^{mn} + j_{yn} K_{yy'}^{mn} + j_{zn} K_{zy'}^{mn}); \\ E_{zm} &= \sum_{n=1}^N (j_{xn} K_{xz'}^{mn} + j_{yn} K_{yz'}^{mn} + j_{zn} K_{zz'}^{mn}); \quad m = \overline{1:N}, \end{aligned} \quad (2)$$

где коэффициенты СЛАУ определяются численным интегрированием соответствующих функциональных зависимостей ядра системы уравнений (1) по поверхностям конечных элементов. Необходимо отметить, что для трехмерных задач большой электрической размерности СЛАУ может иметь очень высокий порядок. В этом случае компьютерные ресурсы являются естественным ограничением возможностей математического моделирования задач восстановления в строгой электродинамической постановке.

На практике достаточно часто встречаются задачи, в которых трехмерные асимптотические представления ДН антенны в дальней зоне соответствуют ДН в плоскости, перпендикулярной оси эквивалентных двумерных излучателей – случай  $E$ -поляризации [4]. Например, для модуля ФАР в виде линейной решетки вибраторов вертикальной поляризации, расположенных над протяженным экраном, соответствующий двумерный аналог имеет вид линейной решетки бесконечно протяженных нитей электрических токов над двумерной идеально проводящей полосой, контур которой образован сечением экрана плоскостью, перпендикулярной оси вибраторов и проходящей через их центры. Тогда в этой плоскости асимптотические представления ДН в дальней зоне будут одинаковыми для этих излучающих систем. Такой частный случай приводит к значительному упрощению системы (1), которая может быть представлена одним уравнением. Будем считать, что ось  $z$  совпадает с продольной осью вибраторов, тогда

$$E_z(x, y) = -\frac{i}{4} \int_L j_z(x', y') H_0^2(kr) dl', \quad (3)$$

где  $L$  – контур, образованный сечением антенны плоскостью, перпендикулярной оси  $z$ ;  $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$ ;  $H_0^2(kr)$  – функция Ганкеля второго рода нулевого порядка. В идеализированной постановке, когда отсутствуют погрешности определения поля излучения и координат точек, в которых находятся АФР токов, численное решение уравнения (3) может быть получено как прямыми, так и итерационными методами.

Особенностью функциональных уравнений (1), (3) является ярко выраженная неустойчивость численного решения, характерная для некорректных задач. Это подтверждает следующий

численный пример. Пусть исследуемая антенна представляет собой линейную ФАР, излучатели – 64 вибратора вертикальной поляризации, расстояние между излучателями  $d = 0,62\lambda$ , излучатели расположены на расстоянии  $h = 0,25\lambda$  от идеально проводящего экрана, размеры которого  $40,8\lambda \times 0,72\lambda \times 0,08\lambda$ . Переходя к модели эквивалентной двумерной антенны, будем считать, что контур  $L$  представляет собой прямоугольник, размеры которого  $40,8\lambda \times 0,08\lambda$ , а излучатели представляют собой нити электрических токов, расположение и АФР которых совпадает с расположением и АФР линейки вибраторных излучателей. Введем интервал дискретизации контура  $\Delta = 0,12\lambda$ , в процессе моделирования эта величина может меняться с учетом условий устойчивого численного решения и достижения заданной точности восстановления АФР. На первом этапе будем считать, что все исходные данные определяются точно, то есть все погрешности отсутствуют. Интервал  $\Delta$  и число излучателей определяют общую размерность ММ. Введем некоторую вспомогательную линию  $L_d$ , на которой расположены точки измерений поля излучения антенны, пусть число точек совпадает с размерностью ММ. Подчеркнем, что расположение линии измерений и ее форма могут быть произвольными, например, в [2] предложена схема измерений на линии, перпендикулярной контуру  $L$  и расположенной в стороне от него. Введем исходное возбуждение излучателей ФАР в виде равноамплитудного синфазного распределения. Тогда численное решение ИУ (3) для заданного возбуждения определяет АФР тока на контуре  $L$ , при этом точки наблюдения и точки источников принадлежат  $L$ . С помощью этого тока в заданных точках  $L_d$  можно определить составляющую поля излучения антенны  $E_z$ . Пусть  $L_d$  без ограничения общности представляет собой прямую, расположенную параллельно контуру  $L$  на расстоянии  $4\lambda$ , расстояние между точками измерений  $0,1\lambda$ . Будем считать, что это поле является исходным для решения обратной задачи восстановления. В отсутствии погрешностей относительное изменение нормы токов прямой и обратной задачи не превышает величины  $10^{-6}$ , что позволяет считать такую задачу устойчивой. На втором этапе введем случайные изменения амплитуды и фазы заданного поля  $E_z$ . Будем считать, что случайные изменения имеют равномерный закон распределения. С помощью генератора случайных чисел *rand* и процедуры масштабирования введем аддитивные случайные изменения амплитуды и фазы с относительной погрешностью  $10^{-8}$ . Норма тока в этом случае имеет порядок  $10^6$  относительно той же величины для устойчивой задачи. Если относительные случайные изменения значений поля имеют величину порядка  $10^{-2}$ , что соответствует практическим методам измерений с повышенной точностью в сверхвысокочастотном диапазоне, то норма восстановленного тока имеет порядок  $10^{11}$ . Следовательно, рассматриваемая задача восстановления АФР тока может быть решена только с использованием методов регуляризации.

Для детализации постановки задачи введем на паре линейных нормированных пространств  $X, Y$  линейное операторное уравнение I рода:

$$Ax = y, \tag{4}$$

которое в условиях нарушения корректности по Адамару предполагает, что  $A^{-1}$  разрывное (многозначное) отображение. Исходные данные задачи – пара  $(A; x)$  известны приближенно с уровнем погрешности  $\delta, h$ :

$$\|y - y_\delta\| \leq \delta, \|A - A_h\| \leq \eta(h, x), \tag{5}$$

где  $\eta(h, x) \rightarrow 0$  при  $h \rightarrow 0$  на каждом ограниченном подмножестве  $D \subset X$ . Нам необходимо построить регуляризованное (устойчивое к возмущениям исходных данных) семейство приближенных решений. Обозначим через  $U$  множество допустимых возмущений линейного ограниченного оператора. Тогда семейство отображений  $R_{\delta h} : Y \times U \rightarrow X$  называется регуляризирующим алгоритмом (РА) для решения уравнения (4), если [5]:

$$\sup_{\substack{\|y - y_\delta\| \leq \delta \\ y_\delta \in Y}} \text{dist} \left\{ R_{\delta h}(y_\delta, h), A^{-1}y \right\} \rightarrow 0 \tag{6}$$

$$\sup_{A_h \in U} \|A - A_h\| \leq h$$

при  $\delta, h \rightarrow 0$  для любого  $y \in R(A) = A(X), A \in L(X, Y)$ , тогда

$$\{R_{\delta h}(y_{\delta}, A_h), 0 < \delta \leq \delta_0, 0 < h \leq h_0\} \quad (7)$$

называется регуляризованным семейством приближенных решений.

Привлечение априорных сведений при конструировании приближенного решения принципиально необходимо, так как знание уровня погрешностей в (7) достаточно для построения РА в смысле А.Н. Тихонова, устойчивого к возмущениям [6]. Для рассматриваемой задачи восстановления такими априорными сведениями являются допустимые пределы погрешности позиционирования зонда, точностные характеристики измерительной аппаратуры для определения комплексной амплитуды поля в узлах измерительной сетки. Однако сходимость РА может быть сколь угодно медленной, и приближенное решение может плохо аппроксимировать точное.

Широкое применение для приближенного решения некорректной задачи (4) получили одношаговые линейные итерационные схемы [5–7]. Важным преимуществом итерационных схем является возможность адаптивного выбора параметров регуляризации по результатам пошаговой сходимости, а также удобные численные процедуры организации останова итерационной схемы по заданным критериям с возможностью оперативной коррекции исходных данных, например, изменением параметров и размерности измерительной сетки. Кроме того, при проведении однотипных измерений (проверка соответствия ДН серии исследуемых антенн заданной), набор оптимальных параметров итерационной схемы определяется только один раз, и может считаться базовым и для других типов исследуемых антенн. Общая линейная итерационная схема имеет следующий вид [5]:

$$x_{n+1} = x_n - \mu A_h^{\delta} (A_h x_n - y_{\delta}), \quad x_0 = 0, \quad 0 < \mu < 2/\|A_h\|, \quad (8)$$

где  $\mu$  – параметр итеративной регуляризации, зависящий от спектра оператора;  $A_h^*$  – оператор, сопряженный к  $A_h$ .

Большое количество вычислительных экспериментов численного решения задачи (4) с помощью схемы (8) позволяет предложить следующую методику определения оптимального параметра  $\mu$ .

1. Вводится серия параметров  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ . Для рассматриваемой задачи эксперименты показывают, что эти значения находятся в интервале  $2 \dots 5$ .

2. Для этой серии параметров  $\mu$  последовательно применяется схема (8) для одинакового числа итераций  $m$ . Для каждого параметра  $\mu$  из серии находится невязка квазирешения  $\|x_m - x_{m-1}\|$ .

3. Из серии вычислительных экспериментов находится оптимальный параметр  $\mu_{opt} \rightarrow \min \|x_m - x_{m-1}\|$ , например, методом интерполяции сеточной функции кубическими сплайнами.

4. Для  $\mu_{opt}$  проводится прогонка итеративной регуляризирующей схемы с введенным правилом останова, если до его выполнения не произошло прерывание процесса при условии достижения заданной точности восстановления  $\|x_i - x_{i-1}\|/x_{max} < \Delta$ .

С учетом свойств линейного ограниченного оператора задачи (3) получим:

$$A_h^* A_h z = \int_L j_z(x_{\xi}, y_{\xi}) K(r, r_{\xi}) dl_{\xi}; \quad K(r, r_{\xi}) = \frac{1}{16} \int_{L_d} H_0^{(1)}(kr) H_0^{(2)}(kr_{\xi}) ds; \quad (9)$$

$$A_h^* u = \frac{i}{4} \int_{L_d} E_z(x, y) H_0^{(1)}(kr) ds,$$

где  $(x', y') \in L$ ;  $(x_{\xi}, y_{\xi}) \in L$ ;  $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$ ;  $r_{\xi} = \sqrt{(x-x_{\xi})^2 + (y-y_{\xi})^2}$ .

Тогда итеративная регуляризирующая схема записывается следующим образом:

$$j_{z,n+1} = j_{z,n} - \mu \left[ \int_L j_{z,n} K(r, r_{\xi}) dl_{\xi} - \frac{i}{4} \int_{L_d} E_z H_0^{(1)}(kr) ds \right]; \quad j_{z,0} = 0; \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

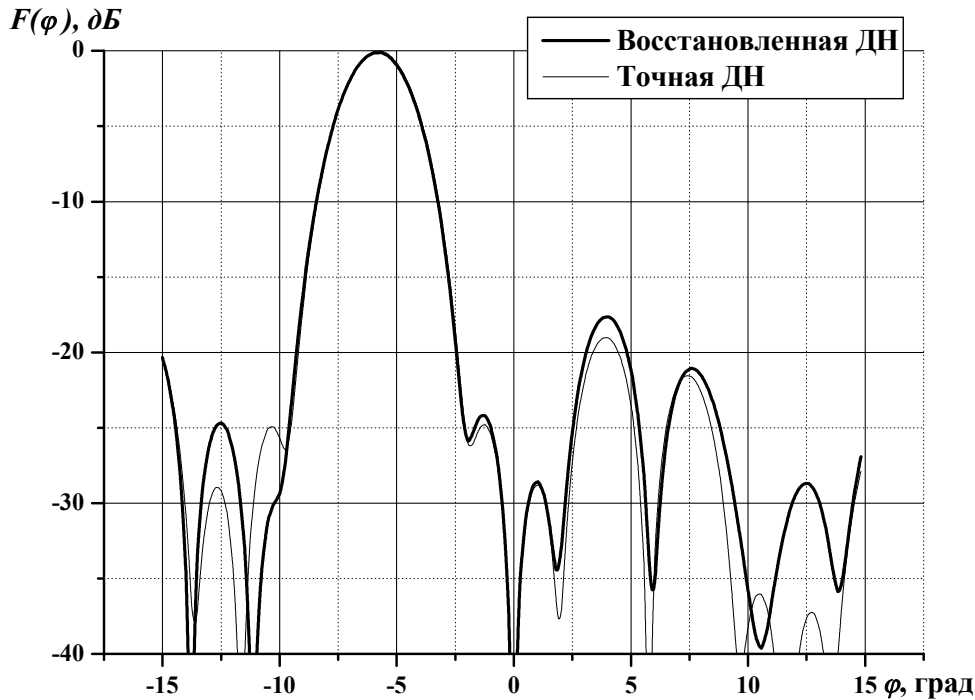
Рассмотрим два примера практического применения предложенной итеративной регуляризующей схемы.

**Пример 1.** Исследуемая антенна – линейная эквидистантная ФАР, число излучателей 32. Частота поля излучения  $f = 1125$  МГц,  $\lambda = 0,267$  м. Для тестирования предложенной регуляризующей схемы выберем ступенчатое амплитудное распределение возбуждения следующего вида:  $I_n = 0,5$ ;  $n = \overline{1,8}$ ;  $n = \overline{25,32}$ ;  $I_n = 1$ ;  $n = \overline{9,24}$ . Фазовое распределение возбуждения – дискретное, линейное,  $\psi_n = (n-1)\pi/8$ ;  $n = \overline{1,32}$ . Такое фазовое распределение отклоняет главный лепесток ДН на  $-5,8^\circ$ . Выберем расстояние между излучателями  $0,67\lambda$ . Излучатели располагаются на расстоянии  $0,25\lambda$  от идеально проводящего плоского рефлектора, длина которого  $22,4\lambda$ , толщина  $0,06\lambda$ . Интервал дискретизации рефлектора выберем равным  $\lambda/12,3$ . Тогда численное решение интегрального уравнения (3) для заданного АФР возбуждения определяет распределение тока на рефлекторе. Порядок СЛАУ, к которой редуцируется интегральное уравнение (3), равен 366. Введем систему узлов измерительной сетки, расположенных на прямой, шаг сетки  $0,5\lambda$ , число узлов 48. Измерительная сетка расположена параллельно и симметрично линейной ФАР на расстоянии  $4\lambda$ . С помощью полученных результатов на основе строгих электродинамических соотношений можно рассчитать поле излучения исследуемой антенны в произвольных точках. С целью оценки эффективности интерполяционных схем на измерительной сетке рассчитывались точные АФР поля на измерительной сетке, затем по известной размерности СЛАУ вводился «длинный» вектор для интерполяции узловых значений измеренного поля – «короткий» вектор. На рис. 1 представлены распределения амплитуды измеряемого поля на линии  $L_d$ , тонкая линия соответствует точному (исходному) АФР, толстая линия – зашумленному АФР, которое моделирует условия проведения измерений с заданным уровнем погрешности. Для генерации случайных погрешностей измерения использовались программы *rand* и *randn* с масштабированием интервалов изменения случайных величин. В качестве примера использовались следующие параметры комплексных погрешностей измерения: для амплитудного распределения – до 20 % относительно отсчета поля в конкретном узле сетки; для фазового распределения рекомендуемые погрешности не превышают половины дискрета фазирования, то есть до  $15^\circ$ . Из рис. 1 видно, что выбранная схема интерполяции кубическими сплайнами достаточно точно аппроксимирует АФР поля излучения на  $L_d$ .



Рис. 1. Амплитудные распределения на линии измерений

На рис. 2 толстая линия представляет результаты восстановления ДН антенны в дальней зоне с помощью итеративной регуляризирующей схемы (10). Для сравнения приведены результаты строгого решения задачи восстановления при отсутствии погрешностей исходных данных – тонкая линия. Полученные результаты показывают высокую точность восстановления, особенно в области главного лепестка ДН. Небольшое отличие наблюдается только для дальних боковых лепестков, не имеющих существенного влияния на характеристики исследуемой антенны.



**Рис. 2. Результаты восстановления ДН антенны в дальней зоне**

Число итераций для различных статистических выборок при относительной точности восстановления  $10^{-3}$  не превышает 200, оптимальный параметр  $\mu = 3,12$ .

**Пример 2.** Исследуемая антенна – дуговая эквидистантная ФАР, число излучателей 16. Частота поля излучения  $f = 937,5$  МГц,  $\lambda = 0,32$  м. Выберем следующее заданное АФР возбуждения: амплитудное распределение –  $I_n = 0,5; n = \overline{1,2}; n = \overline{7,10}; n = \overline{15,16}; I_n = 1; n = \overline{3,6}; I_n = 1; n = \overline{11,14}$ . Дискретное фазовое распределение предназначено для формирования разностной ДН, характерной для радионавигационных азимутальных систем, дискрет фазирования  $\pi/8$  соответствует младшему разряду дискретного фазовращателя. Угловое расстояние между излучателями  $5,625^\circ$ , ФАР занимает угловой сектор  $90^\circ$ . Излучатели располагаются на расстоянии  $0,25\lambda$  от идеально проводящего дугового рефлектора, радиус которого 2 м, длина 3,4 м, толщина  $0,06\lambda$ . Интервал дискретизации рефлектора выберем равным  $\lambda/12,3$ . Численное решение интегрального уравнения (3) для заданного АФР возбуждения определяет распределение тока на рефлекторе, порядок СЛАУ, к которой редуцируется интегральное уравнение, равен 218. Введем систему узлов измерительной сетки, расположенных на дуге, шаг сетки  $0,5\lambda$ , число узлов 28. Измерительная сетка расположена симметрично дуговой ФАР, радиус дуги сетки 4,2 м, угловой сектор дуги  $106^\circ$ . Используем интерполяционную схему, аналогичную примеру 1. На рис. 3 представлены распределения амплитуды измеряемого поля на линии  $L_d$ , тонкая линия соответствует точному (исходному) АФР, толстая линия – зашумленному АФР, которое моделирует условия проведения измерений с заданным уровнем погрешности. В качестве примера использовались следующие параметры комплексных погрешностей измерения: для амплитудного распределения – до 24 % относительно отсчета поля в конкретном узле сетки; для фазового распределения – до  $23^\circ$ .



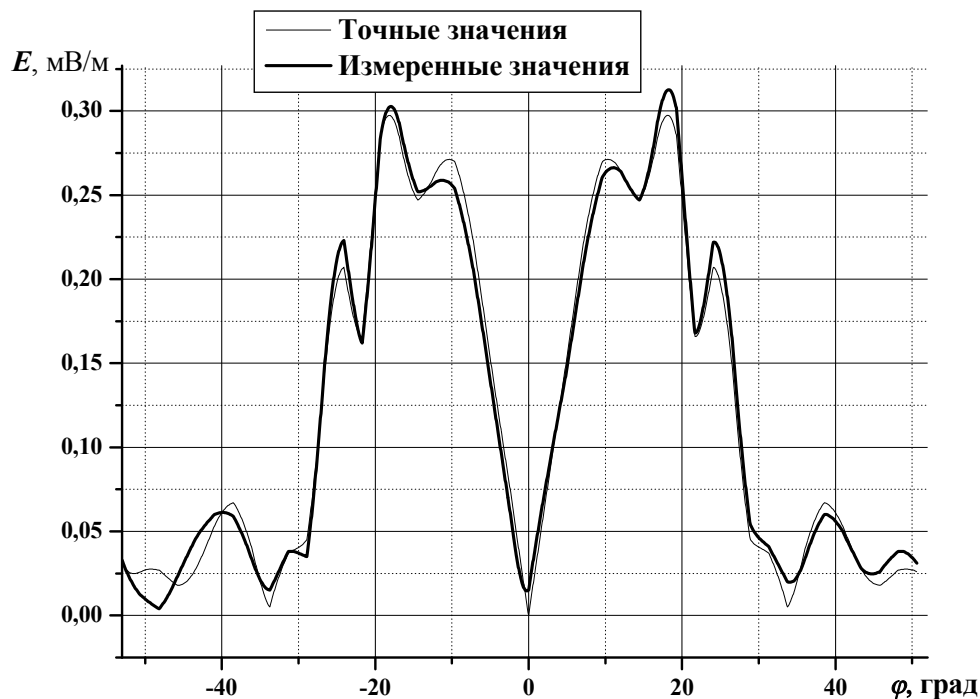


Рис. 3. Амплитудные распределения на линии измерений

Из рис. 3 видно, что выбранная схема интерполяции кубическими сплайнами достаточно точно аппроксимирует АФР поля излучения на  $L_d$ .

На рис. 4 толстая линия представляет результаты восстановления ДН антенны в дальней зоне с помощью итеративной регуляризирующей схемы (10). Для сравнения приведены результаты строгого решения задачи восстановления при отсутствии погрешностей исходных данных — тонкая линия. Полученные результаты показывают высокую точность восстановления, особенно в области главного лепестка ДН. Здесь также наблюдается небольшое отличие для боковых лепестков, не имеющих существенного влияния на характеристики исследуемой антенны. Число итераций для различных статистических выборок при относительной точности восстановления  $10^{-3}$  не превышает 240, оптимальный параметр  $\mu = 4,21$ .

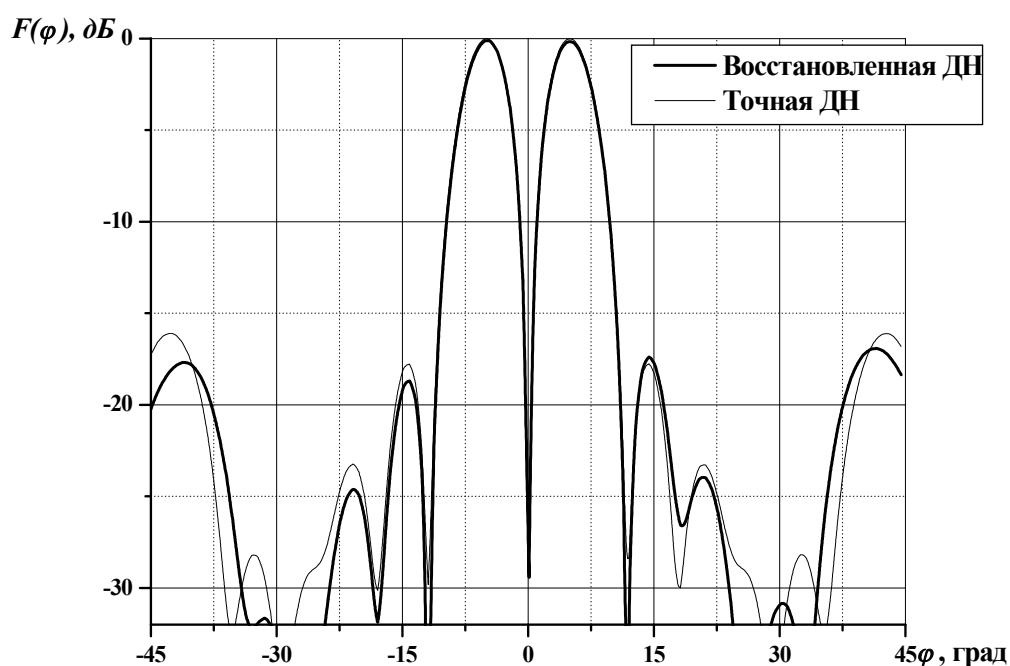


Рис. 4. Результаты восстановления ДН антенны в дальней зоне

Для исследуемой антенны важное практическое значение имеет глубина пеленгационного направления ДН. Для точной ДН эта величина равна  $-31,2$  дБ, для восстановленной ДН  $-28,4$  дБ, что вполне соответствует техническим характеристикам радионавигационных систем.

### **Выводы**

1. Для решения обратных задач восстановления АФР токов исследуемых антенн по неточно заданным исходным данным для напряженности электрического поля принципиально необходимо использование итеративных регуляризирующих схем [6]. Применение прямых методов в этом случае приводит к недопустимо высоким ошибкам восстановления. Переход к двумерным задачам особенно эффективен для случая  $E$ -поляризации, для этих задач значительно расширяются возможности математического моделирования сложных антенных систем.

2. Полученные результаты восстановления ДН в дальней зоне показывают высокую эффективность и универсальность предложенных ММ.

3. Характерной особенностью итеративных регуляризирующих схем является необходимость тщательного выбора параметра регуляризации  $\mu$ , зависящего как от свойств исходных данных, так и от свойств дискретной ММ. При решении ряда практических задач это может приводить к большому объему предварительных вычислительных экспериментов.

### **Литература**

1. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне / Л.Д. Бахрах, С.Д. Кременецкий, А.П. Курочкин и др. – Л.: Наука, 1985. – 272 с.

2. Гармаш, В.Н. Численные методы решения некоторых обратных задач восстановления характеристик излучающих систем по измеренным полям в дальней и ближней зонах / В.Н. Гармаш, Н.П. Малакишинов, В.Ф. Пузанков // Сборник научно-методических статей по прикладной электродинамике. – М.: Высш. шк., 1983. – Вып. 5. – С. 98–130.

3. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митры. – М.: Мир, 1977. – 588 с.

4. Войтович, Н.И. О соответствии асимптотических решений двумерных и трехмерных задач в антенной технике / Н.И. Войтович, А.Б. Хашимов // Радиотехника и электроника. – 2010. – Т. 55, № 12. – С. 1471–1476.

5. Васин, В.В. Некорректные задачи с априорной информацией / В.В. Васин, А.Л. Агеев. – Екатеринбург: Урал. издат. фирма «Наука», 1993. – 263 с.

6. Бакушинский, А.Б. Итеративные методы решения некорректных задач / А.Б. Бакушинский, А.В. Гончарский. – М.: Наука, 1989. – 128 с.

7. Вайникко, Г.М. Итерационные процедуры в некорректных задачах / Г.М. Вайникко, А.Ю. Веретенников. – М.: Наука, 1986. – 183 с.

**Хашимов Амур Бариевич**, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры конструирования и производства радиоаппаратуры, Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск); xab@kipr.susu.ac.ru.

*Поступила в редакцию 3 марта 2014 г.*

## REGULARIZATION TECHNIQUES FOR RECONSTRUCTION OF ANTENNA RADIATED FIELD BY NEAR FIELD MEASUREMENTS

**A.B. Khashimov**, *South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,*  
*xab@kipr.susu.ac.ru*

The problem of reconstructing of the direction characteristic of antenna system is formulated as a system of the functional equations of the I kind in strict electrodynamic principles. Result of solving this system determines distribution of currents of antenna system and provides the calculation of asymptotic submission of the direction characteristic in a distant zone. Thus, radiation field of antenna system is defined with taking into account the influence of construction elements (reflector) and mutual coupling of radiators. The method of the numerical decision of equation system on a limited set of measurement results of the amplitude-phase field distribution in a short-range zone is offered. Effective interpolation diagrams are offered for coincidence of dimensionalities of defined distributions of currents and results of measurements. Application of iterative regularizing procedure allows to receive the stable results for ill-posed problem with an acceptable accuracy in the presence of random errors of measurements.

*Keywords: spline interpolation, functional equations, iterative regularizing technique.*

### References

1. Bakhrakh L.D., Kremenetsky S.D., Kurochkin A.P., Usin V.A., Shifrin Ya.S. *Metody ismereniy-parametrov izluchayushikh sistem v blizhney zone* [Measurement Methods for the Parameters of Radiating Systems in Near Field]. Leningrad, Nauka Publ., 1985. 272 p.
2. Garmash V.N., Malakshinov N.P., Puzankov V.F. *Chislennyye metody resheniya nekotorykh obratnykh zadach vosstanovleniya kharakteristik izluchayushikh sistem po izmerennym polyam v dalney i blizhney zonakh* [Numerical Methods for Solving Some Inverse Problems of Reconstruction Characteristics of Radiating Systems using Measurement of Fields in Far and Near Zones]. *Sbornik nauchno-metodicheskikh statey po prikladnoy elektrodinamike* [Collection of Scientific and Methodical Articles in Applied Electromagnetic]. Moscow, High School Publ., 1983, vol. 5, pp. 98–130.
3. *Computer Techniques for Electromagnetics*. Edited by R. Mittra. Pergamon Press, Oxford, New York, Toronto, Sydney, Braunschweig, 1973. 488 p.
4. Voitovich N.I., Khashimov A.B. [On the Correspondence of Asymptotic Solutions to 2D and 3D Problems in Antenna Engineering]. *Radio Engineering and Electronics*, 2010, vol. 55, no 12, pp. 1471–1476. (in Russ.)
5. Vasin V.V., Ageev A.L. *Nekorrektnyye zadachi s apriornoy informatsiey* [Ill-posed Problems with Apriory Information]. Ekaterinburg, Ural Publ. Firm «Science», 1993. 263 p.
6. Bakushinsky A.B., Goncharsky A.V. *Iterativnyye metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Iterative Methods for Ill-Posed Problems]. Moscow, Science Publ., 1989, 128 p.
7. Vaynikko G.M., Veretennikov A.Ya. *Iteratsionnyye protsedury v nekorrektnykh zadachakh* [Iterative Procedures for Ill-Posed Problems]. Moscow, Science Publ., 1986. 183 p.

*Received 3 March 2014*