

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АГРЕГАТА С РЕГУЛИРОВАНИЕМ ПОПЕРЕЧНОГО УГЛОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ ФРЕЗЕРНОГО БАРАБАНА\*

Д.А. Кацай

Приводится математическая модель малогабаритного фрезерного агрегата с двухосным подвесом инструмента ротационного типа. Агрегат предназначен для выполнения поверхностной обработки асфальтобетонных покрытий. Агрегат обеспечивает формирование поверхности с требуемым поперечным и продольным уклоном. Ротационный тип агрегата позволяет получить высокую производительность при малых усилиях взаимодействия режущих элементов с материалом. Математическая модель агрегата представлена в виде стохастических дифференциальных уравнений. Даны оценки погрешности обрабатываемой поверхности.

*Ключевые слова:* ротационный фрезерный агрегат; стохастическая модель; погрешности обработанной поверхности.

### Введение

Аналогами разрабатываемого агрегата для ротационного фрезерования по функциональному назначению являются дорожные фрезы и фрезеровальные машины. Дорожные фрезы подразделяются на малые и большие [1–3]. Ширина фрезеруемой зоны у малых фрез составляет от 300 до 1200 мм, глубина фрезерования – до 100 мм. Например, дорожная фреза W350 компании Wirtgen (Германия) имеет следующие технические характеристики [2]: ширина фрезеруемой зоны 356 мм, глубина фрезерования 102 мм, вес 4400 кг, объемная производительность 44 м<sup>3</sup>/ч. Удельная производительность фрезы относительно ее веса составляет 0,01 (м<sup>3</sup>/ч)/кг.

Фрезеровальные (роторно-фрезеровальные) машины используются в строительстве для обработки бетонных поверхностей. В последнее время, данное оборудование получило применение также и в дорожном хозяйстве для снятия асфальта, старых дорожных покрытий. В Европе [1] фрезеровальные машины широко применяются в аэропортах при содержании взлетно-посадочных полос для удаления следов торможения; на автомагистралях и улицах – для удаления старой дорожной разметки, а также любых видов материалов: битум, полиуретан, резина, застывший клей на асфальтобетонных покрытиях.

Фрезеровальные машины отличаются по модификациям [2]: бензиновые и электрические (220/380 В). Рабочей частью машины является барабан, содержащий четыре или более осей, на которых расположены в шахматном порядке ламели (металлические звёздочки с впаянными пластинками из твёрдосплавного материала), чередуясь с регулировочными шайбами. С помощью барабана, который крепится на центральном валу машины, происходит фрезерование поверхности («выгрызание» бетона). Рабочая ширина фрезерования составляет 200–350 мм, рабочая глубина снятия материала 3–5 мм, объемная производительность 1–1,5 м<sup>3</sup>/ч, удельная производительность относительно веса машины 0,01–0,015 (м<sup>3</sup>/ч)/кг. По удельной производительности относительно веса легкие фрезеровальные машины не уступают тяжелым дорожным фрезам. Регулировка барабана при работе позволяет изменять глубину фрезерования. Барабан относится к расходным материалам машины и меняется при необходимости. Режущие элементы являются хрупкими, поэтому при выполнении работ необходимо исключить металлические предметы из зоны резания материала. Роторно-фрезеровальные машины часто применяются в закрытых помещениях, поэтому они снабжены специальным выходом для промышленного пылесоса, с помощью которого собирается пыль, образующаяся в процессе выполнения работ по фрезерованию. Взаимодействие режущих элементов с материалом в момент их соприкосновения сопрово-

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере, действующего на основании Положения, утвержденного постановлением Правительства РФ от 03.02.94 г. № 65 по государственному контракту № 7851p/11400 от 16.04.2010 на выполнение научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ.

ждается ударом, поэтому при работе фрезерные машины являются источниками повышенного шума, ухудшающего условия труда оператора.

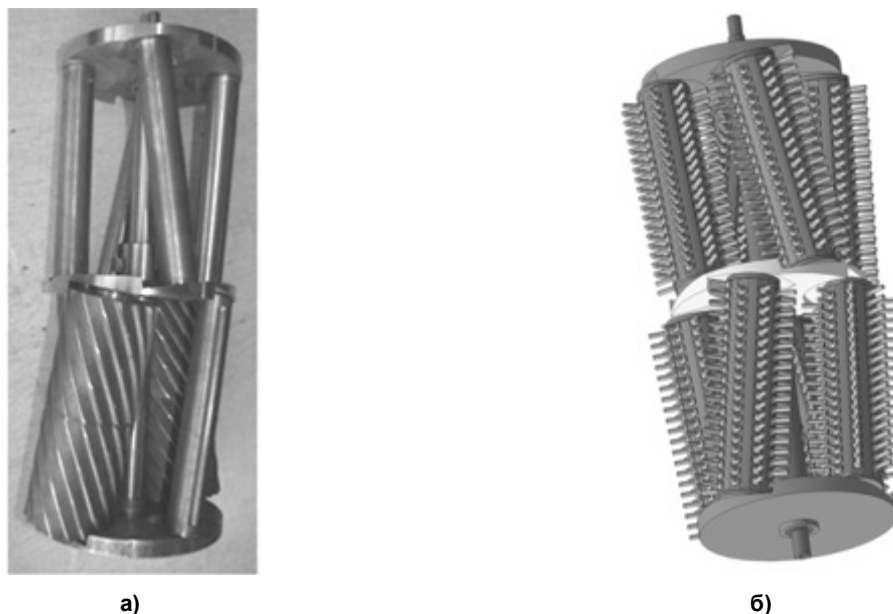
Известны кинематические схемы устройств, используемых для ротационного фрезерования [4–6]. Даны определения ротационного инструмента и особенности его конструктивного исполнения, проведены исследования качества обрабатываемой поверхности, связи свойств материалов инструмента и обрабатываемой поверхности с геометрией инструмента и усилиями, достаточными для резания. Все перечисленные вопросы должны учитываться при разработке конструкции ротационного инструмента, чтобы он получился компактным и легким. В работе [7] приведены результаты лабораторных исследований по фрезерованию асфальта с помощью ротационного инструмента.

Аналогом предлагаемой схемы агрегата являются роторно-фрезероальные машины фирмы VON ARX (Швейцария) [3]. Рабочим инструментом этих машин является инструментальный барабан с фрезами (ламелями), показанный на рис. 1, а. Барабан, показанный на рис. 1, б, состоит из 4, 6, 8 или 12 осей, параллельных его геометрической оси, равномерно распределённых по барабану. Машина предназначена для придания шероховатости поверхности бетона; подготовки кромок и удаления рельефных выступов; удаления краски с бетонной поверхности; удаления выступающих элементов. Обрабатываемая поверхность подвергается интенсивному воздействию инструментов по мере вращения барабана. Фрезы являются сателлитами по отношению к барабану. Когда фреза входит в контакт с обрабатываемой поверхностью, то зубья фрезы врезаются в материал поверхности. В зоне контакта появляется мгновенный центр скоростей, относительно которого происходит поворот фрезы. Фреза-сателлит вместе с барабаном образуют рычажную пару, которая увеличивает деформацию материала в зоне контакта. В процессе обработки поверхности фреза-сателлит периодически обкатывает поверхность. Обработка материала происходит на малой скорости в зоне контакта режущего элемента фрезы с материалом, но при этом вращение барабана относительно оси его подвеса может происходить на большой скорости. В РФ подобную машину выпускает завод Спецоснастки (Москва). Однако у рассматриваемой схемы фрезероальных машин существуют следующие недостатки: 1) зубья всех фрез, расположенных на одной оси, могут одновременно контактировать с обрабатываемой поверхностью, что приводит к уменьшению механических напряжений в зоне контакта, а следовательно и уменьшает производительность машины; 2) первый недостаток компенсируется увеличением веса агрегата, что снижает его эксплуатационные качества, требует больших затрат на его перевозку; 3) образующаяся в процессе обработки материала стружка, крошка, пыль остаются на месте и удаляются дополнительным устройством, например, пылесосом; 4) поперечный уклон поверхности формируется по состоянию самой поверхности и статическим средствам выставки барабана относительно несущей рамы машины.



Рис. 1. Инструментальный барабан фирмы VON ARX (Швейцария)

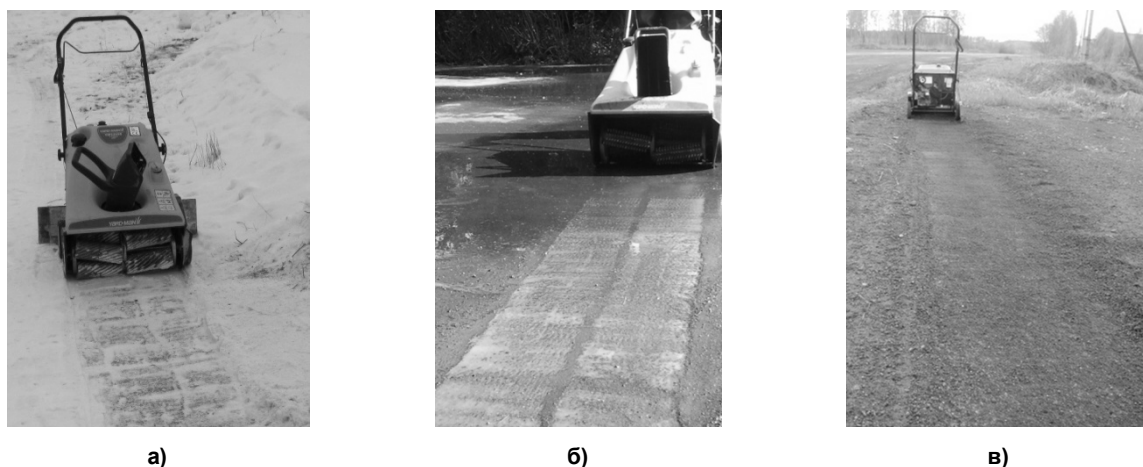
В качестве ротационного инструмента исследуемого фрезерного агрегата используется фрезерный барабан, показанный на рис. 2, конструкция которого защищена патентом [8]. Особенность конструкции барабана в том, что оси фрез развернуты в плоскости, касательной к цилиндрической поверхности барабана, относительно продольной оси барабана и равномерно распределены по окружности.



**Рис. 2. Разработанный фрезерный барабан: а – частично в сборе с червячными фрезами; б – в сборе со столбчатыми режущими элементами**

На рис. 3 показаны испытания агрегата с различными материалами в разные времена года: лед, свежеекатанный и старый асфальт.

Разработанная конструкция агрегата с ручным управлением имеет следующие достоинства перед аналогами из числа роторно-фрезероных машин. Из всех зубьев всех фрез, расположенных на одной оси, может одновременно контактировать с обрабатываемой поверхностью только один зуб, что приводит к увеличению механических напряжений в зоне контакта, и, следовательно, к увеличению производительности машины. Гарантированный контакт с материалом только одного зуба фрезы позволяет снизить вес агрегата, необходимый для создания разрушающего материал напряжения. Поперечный уклон поверхности формируется независимо от состояния самой поверхности с помощью дополнительной рамы, образующей с платформой двухосный подвес барабана. Рабочая ширина фрезерования 400 мм, рабочая глубина 3–5 мм. По результатам испытаний агрегата на старом асфальтовом покрытии максимальная объемная производительность составила 2,5 м<sup>3</sup>/ч, удельная производительность относительно веса машины 0,06 (м<sup>3</sup>/ч)/кг.



**Рис. 3. Испытания агрегата с ручным управлением: а – фрезерование льда; б – фрезерование свежеекатанного асфальта; в – фрезерование старого асфальта**

Задача проводимого исследования состоит в формировании математической модели агрегата, содержащей: а) погрешности обрабатываемой поверхности; б) дифференциальные уравнения поступательного и углового движения агрегата и его составных частей.

### 1. Постановка задачи

На рис. 4 показана кинематическая схема агрегата, в котором фрезерный барабан 1 установлен на платформе 2 в двухступенном кардановом подвесе. Барабан приводится во вращение двигателем Дв1. Подвес образован дополнительно введенной рамой 3. Положение рамы относительно платформы определяется датчиком угла Ду2. Управляющий момент для рамы по крену формируется с помощью двигателя Дв2 по безредукторной схеме. Управление рамой по тангажу осуществляется с помощью опорного узла 4, присоединенного к раме шарнирно. Управляющий момент создается двигателем Дв3 по безредукторной схеме. Взаимное положение платформы и опорного узла определяется с помощью датчика угла Ду3.

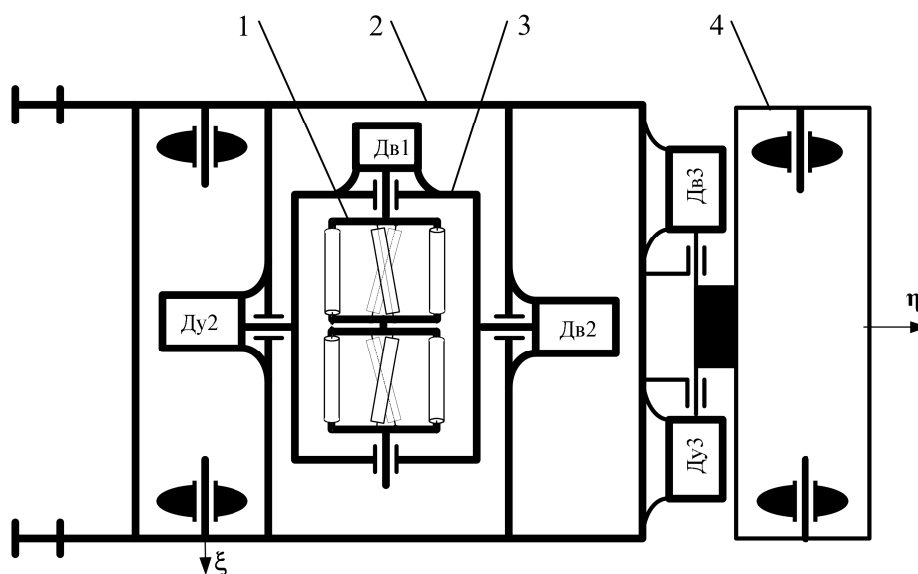


Рис. 4. Кинематическая схема агрегата

На рис. 5 показано положение ротационного инструмента в процессе обработки материала. В крайнем нижнем положении каждой фрезы режущие лезвия оказываются параллельны обрабатываемой поверхности. При подходе фрезы к нижней точке и при выходе из нее расстояние от окружных точек режущих элементов до обрабатываемой поверхности уменьшается по линейной зависимости в направлении от центра фрезы до ее торца. Эффект от изменения расстояния проявится в погрешностях обработанной поверхности, которые будут зависеть от взаимного расположения и геометрических размеров барабана и фрез.

Для вывода уравнений движения фрезерного агрегата на рис. 6 представлены системы координат (СК), связанные с его деталями.

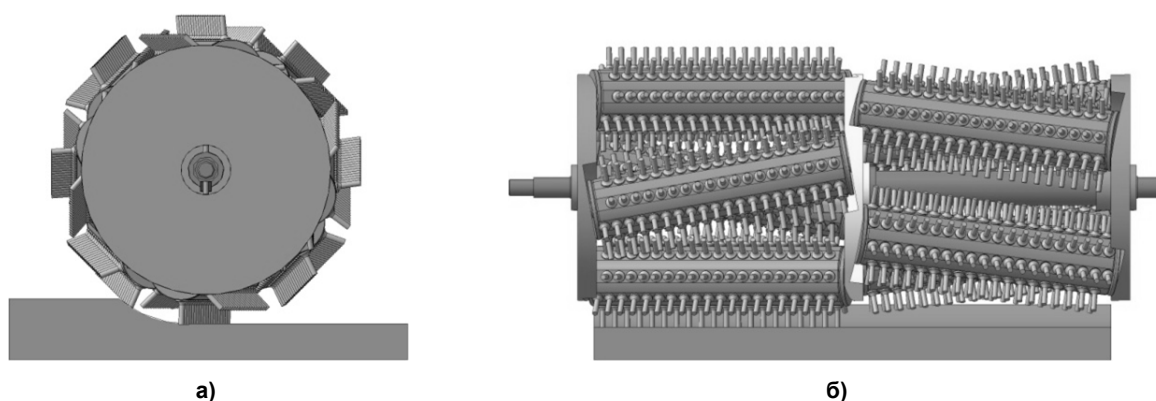


Рис. 5. Положение ротационного инструмента в процессе обработки:  
а – вид с торца барабана; б – вид на цилиндрическую поверхность барабана

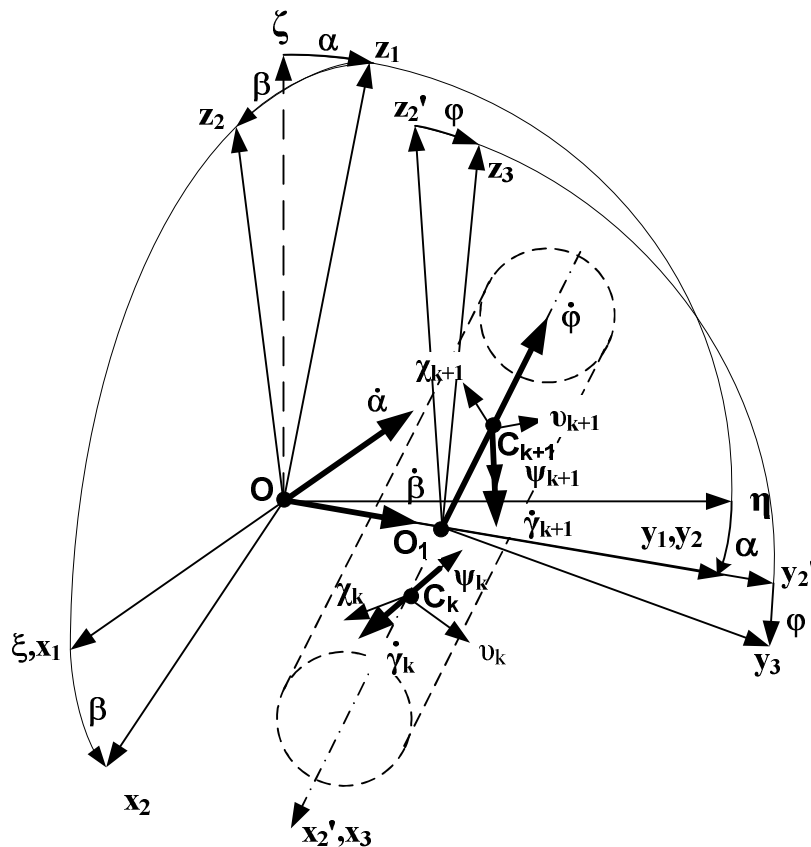


Рис. 6. Системы координат

Связь системы координат с деталями агрегата:  $O\xi\eta\zeta$  – СК, связанная с неподвижной обрабатываемой поверхностью;  $Ox_1y_1z_1$  – СК, связанная с платформой;  $Ox_2y_2z_2$  – СК, связанная с рамой 3;  $Ox_3y_3z_3$  – СК, связанная с барабаном;  $C_k\chi_k\nu_k\psi_k$  – СК, связанная с  $k$ -й фрезой,  $k=1..n$ , где  $n$  – количество фрез, установленных на барабане.

Связь между СК можно представить в виде последовательности поворотов ортогональных трехгранников на углы  $\alpha, \beta, \varphi$  и межцентровом расстоянии  $OO_1$ .

## 2. Погрешности обработанной поверхности

Поперечный профиль полосы, обработанной ротационным инструментом с шевронным расположением фрез, представлен на рис.7.

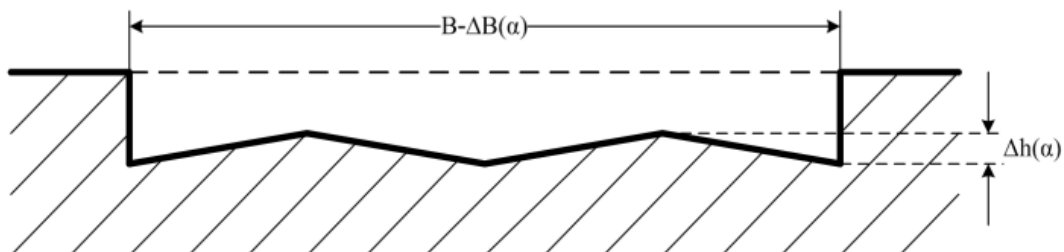


Рис. 7. Профиль полосы, обработанной ротационным инструментом

На рис. 8 показана кинематическая схема ротационного инструмента, фрезы которого развернуты относительно продольной оси барабана на угол  $\gamma$ .

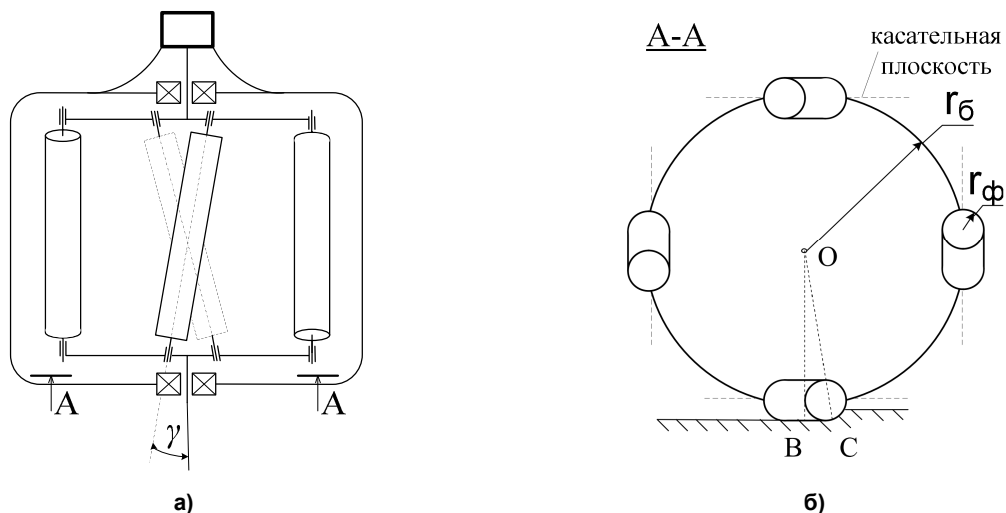


Рис. 8. К определению высоты неровности профиля

Погрешность обработки в виде неплоскостности  $\Delta h(\alpha)$ , показанная на рис. 7, имеет вид:

$$\Delta h(\alpha) = OC - OB = R_{\delta} + R_{\phi} - \sqrt{(R_{\delta} + R_{\phi})^2 + \left(\frac{B_{\phi}}{2} \cdot \sin \alpha\right)^2},$$

где  $B_{\phi}$  – ширина фрезы, связанная с шириной обрабатываемой полосы соотношением  $B = 2B_{\phi}$ .

На рис. 9 показаны графики  $\Delta h(\alpha)$  для различных вариантов радиусов барабанов. Погрешность ширины обрабатываемой полосы  $\Delta B = 2B_{\phi}(1 - \cos \alpha)$ .

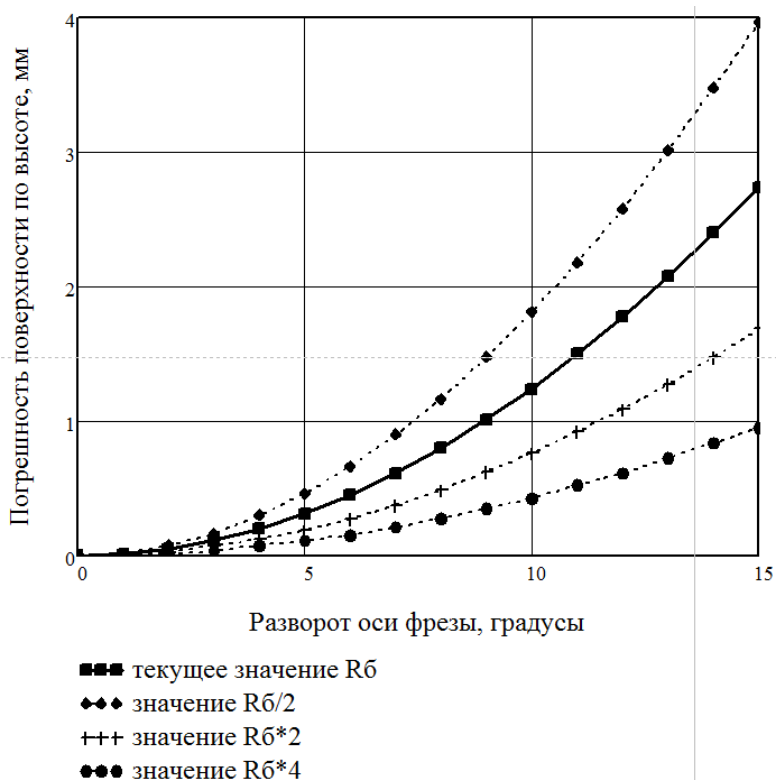


Рис. 9. Погрешность поверхности в зависимости от угла разворота фрезы и радиуса барабана

### 3. Уравнения движения агрегата

Самовращение фрезы с режущими лезвиями происходит за счет контакта режущего лезвия с обрабатываемым материалом. Точка контакта лезвия с материалом в общем случае определяется случайным образом. Точка контакта является мгновенным центром скоростей для режущего лезвия. Реакция связи в точке контакта является движущей силой, приводящей фрезу в угловое движение относительно ее оси вращения. После выхода лезвия из контакта с материалом движения фрезы происходит по инерции. Вследствие сопротивления в опорах фрезы её вращение происходит с замедлением. При следующем контакте фреза получает очередной импульс и разгоняется до согласованной с вращением барабана угловой скорости.

На рис. 10 показана эпюра реакции связи режущих элементов фрезы с материалом в виде распределенной по цилиндрической образующей нагрузки. Сплошной стрелкой выделена текущая точка контакта фрезы с материалом. Пунктирные стрелки означают, что контакт уже был или предстоит в процессе обкатывания фрезы по материалу. Эпюра справедлива для случая идеально плоской обрабатываемой поверхности.

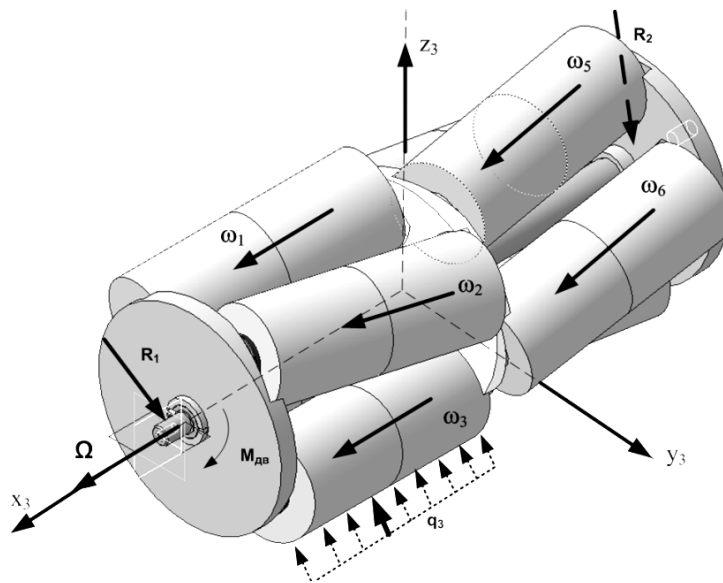


Рис. 10. Эпюра нормальных напряжений на фрезе, контактирующей с материалом

Поступательное движение платформы относительно обрабатываемой поверхности происходит только вдоль оси  $\eta$  – продольной оси платформы, причем колеса катятся по обрабатываемой поверхности без отрыва и проскальзывания. Дифференциальное уравнение движения агрегата в направлении его продольной оси записывается на основании теоремы о движении центра масс:

$$m_{\text{пн}} \cdot \ddot{\eta}(t) = F_{\eta}(t) - R_{\text{пн}}(t, \omega_6, \varphi_6), \quad (1)$$

где  $m_{\text{пн}}$  – суммарная масса платформы и всех установленных на ней деталей и узлов, включая массу опорного узла агрегата;  $\eta(t)$  – координата поступательного перемещения платформы;  $F_{\eta}(t)$  – движущая сила, прикладываемая к платформе через ручки;  $R_{\text{пн}}(t, \omega_6, \varphi_6)$  – реакция связей агрегата с обрабатываемой поверхностью, передаваемая через узлы агрегата, выражения для которой можно представить в виде стохастической функции из статьи [9].

Для получения дифференциальных уравнений углового движения барабана используется теорема об изменении момента количества движения системы твердых тел:

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{K} = \mathbf{M}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{K}$  – вектор кинетического момента;  $\boldsymbol{\omega}$  – вектор абсолютной угловой скорости;  $\mathbf{M}$  – суммарный момент внешних сил.

Для записи векторных величин в соответствующих СК требуются матрицы направляющих косинусов. Связь между СК  $O\xi\eta\zeta$  и СК  $Ox_2y_2z_2$  можно представить в виде последовательности

поворотов ортогональных трехгранников на углы  $\alpha$ ,  $\beta$ . Переход от СК  $O\xi\eta\zeta$  к СК  $Ox_1y_1z_1$  в символьном виде:  $[Ox_1y_1z_1] = \mathbf{A}_\alpha \cdot [O\xi\eta\zeta]$ , где  $\mathbf{A}_\alpha$  – матрица направляющих косинусов:

$$\mathbf{A}_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Следующий переход от СК  $Ox_1y_1z_1$  к СК  $Ox_2y_2z_2$  в символьном виде:  $[Ox_2y_2z_2] = \mathbf{A}_\beta [Ox_1y_1z_1]$ , где

$$\mathbf{A}_\beta = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Линеаризованная матрица направляющих косинусов между СК  $O\xi\eta\zeta$  и  $Ox_2y_2z_2$  при малых углах отклонения платформы и рамы:

$$\mathbf{A}_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\beta \\ 0 & 1 & -\alpha \\ \beta & \alpha & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Матрица обратного перехода в силу ортогональности

$$\mathbf{A}_{\alpha\beta}^{-1} = \mathbf{A}_{\alpha\beta}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \beta \\ 0 & 1 & \alpha \\ -\beta & -\alpha & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Суммарный кинетический момент барабана в предположении малых углов отклонения векторов кинетических моментов фрез в установившемся режиме работы фрез

$$H_{6\Sigma} = H_6 + \sum_n H_{\phi_i}. \quad (7)$$

В векторной форме

$$\mathbf{H}_{6\Sigma} = \begin{pmatrix} -H_{6\Sigma} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

При шевронном расположении фрез сумма проекций кинетических моментов фрез, в установившемся режиме работы, на плоскость, перпендикулярную оси вращения барабана, равна нулю.

Проекция суммарных КМ на оси рамы:

$$\begin{cases} K_{1x_1} = -H_{6\Sigma} \cdot \cos \beta - J_{pp} \cdot \dot{\alpha}; \\ K_{1y_1} = 0; \\ K_{1z_1} = H_{6\Sigma} \cdot \sin \beta. \end{cases} \quad (9)$$

Проекция суммарных КМ на оси платформы

$$\begin{cases} K_{2x_2} = -H_{6\Sigma}; \\ K_{2y_2} = J_{пл} \cdot \dot{\beta}; \\ K_{2z_2} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Проекция абсолютных угловых скоростей рамы на оси  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$ :

$$\begin{cases} \omega_{1x_1} = -\dot{\alpha}; \\ \omega_{1y_1} = 0; \\ \omega_{1z_1} = 0. \end{cases} \quad (11)$$



Проекция абсолютных угловых скоростей платформы на оси  $x_2, y_2, z_2$ :

$$\begin{cases} \omega_{2x_2} = -\dot{\alpha} \cos \beta; \\ \omega_{2y_2} = \dot{\beta}; \\ \omega_{2z_2} = -\dot{\alpha} \sin \beta. \end{cases} \quad (12)$$

Подстановка выражений для кинетических моментов и угловых скоростей в уравнение (2) с последующей линеаризацией тригонометрических функций дает уравнения углового движения рамы и платформы:

$$J_{\text{рп}} \cdot \ddot{\alpha} = M_{\text{дв3}}(\dot{\alpha}) + M(\mathbf{P}) - M_{\alpha}(\varphi, \mathbf{R}, t); \quad (13)$$

$$J_{\text{пп}} \cdot \ddot{\beta} = M_{\text{дв2}}(\dot{\beta}) - M_{\beta}(\varphi, \mathbf{R}, t), \quad (14)$$

где  $M(\mathbf{P})$  – момент от силы тяжести платформы с барабаном относительно оси вращения рамы;  $M_{\alpha}[R(t, x)]$  и  $M_{\beta}[R(t, x)]$  – моменты от взаимодействия режущих элементов фрез с обрабатываемым материалом, выражения для которых можно представить в виде стохастической функции из статьи [9]  $R(t, x) = (R_0(x) + \xi(t) \cdot \sigma(\Delta R(x))) \cdot R_w(t)$ , где  $R_0(x)$  – реакция связи режущего элемента фрезы с обрабатываемым материалом, которая при малой подаче фрезы может быть представлена линейной функцией:  $R_0(x) = b \cdot x + c$ ,  $b, c$  – коэффициенты, зависящие от свойств обрабатываемого материала;  $R_w(t) = \{1, \text{ для } t \leq t_1 \text{ и } 0 \text{ для } t_1 < t \leq T\}$  – периодическая функция, модулирующая случайный процесс  $\xi(t)$ , обусловленная вращением ФБ, несущего на себе  $n$  фрез-сателлитов;  $t_1 = \beta \cdot n / \omega_6$ ,  $\beta$  – угловой размер фрезы-сателлита,  $T = 2\pi / \omega_6$  – период одного оборота барабана,  $\xi(t)$  – нормированный случайный процесс с нормальным законом распределения; дисперсия  $D(\Delta R(x))$  моделируемой реакции  $R(t, x)$  является функцией от подачи ФБ, задаваемой поступательным движением платформы в плоскости дорожного полотна:  $\sigma(\Delta R(x))^2 = D(\Delta R(x)) = (k_D \cdot R_0(x))^2$ , где  $k_D$  – коэффициент, зависящий от свойств обрабатываемого материала и вида фрезы.

## Выводы

Результаты аналитических, численных и натурных исследований показывают эффективность применения принципов ротационного резания в обработке материалов, применяемых для изготовления покрытий асфальтобетонных дорог.

Достоинства предлагаемых в работе решений для реализации в конструкции рабочих органов дорожно-строительной техники состоят в синергетическом сочетании малых габаритов, веса и энергопотребления ротационного инструмента. Перспективы внедрения решений связаны с созданием малогабаритных универсальных дорожных машин, осуществляющих полный цикл подготовительно-восстановительных операций дорожного полотна. Другое направление внедрения связано с изготовлением малых агрегатов для нужд коммунальных служб.

Дифференциальные уравнения движения (1), (13), (14) представляют собой математическую модель объекта, необходимую для построения системы регулирования положения фрезерного барабана при ограничениях на абсолютные величины его подачи и углов отклонения вместе с рамой и платформой.

## Литература

1. Дорожные фрезы. – <http://www.v-transport.ru/articles370.html> (дата обращения: 20.11.2013).
2. Дорожные фрезы, «айболит» дорог. – [http://www.osl.ru/article/road\\_equipment/2004\\_11\\_A\\_2005\\_01\\_17-15\\_17\\_48/](http://www.osl.ru/article/road_equipment/2004_11_A_2005_01_17-15_17_48/) (дата обращения: 20.11.2013).
3. Роторно-фрезероальные машины VON ARX – Швейцария. – [http://rsnvr.ru/mashiny\\_frezeralnye](http://rsnvr.ru/mashiny_frezeralnye) (дата обращения: 20.11.2013).
4. Коновалов, Е.Г. Прогрессивные схемы ротационного резания металлов / Е.Г. Коновалов, В.А. Сидоренко, А.В. Соусь. – Минск: Наука и техника, 1972. – 272 с.
5. Новоселов, Ю.А. Классификация видов ротационного резания / Ю.А. Новоселов, Н.Н. Попок. – Минск: Вышэйшая школа, 1983. – 219 с.
6. Ротационное резание материалов / П.И. Яцерицын, А.В. Борисенко, И.Г. Дривотин, В.Я. Лебедев. – Минск: Наука и техника, 1987. – 229 с.

7. Кацай, Д.А. Ротационное фрезерование асфальта / Д.А. Кацай, П.Г. Мазеин, С.Д. Сметанин // *Процессы и оборудование металлургического производства: межрегион. сб. науч. тр. / под ред. С.И. Платова. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2009. – Вып. 8. – С. 61–66.*

8. Пат. 96875 Российская Федерация, МПК7 E01H 5/12. Устройство для разрушения ледяных и твердых образований на дорожных покрытиях / Д.А. Кацай, И.А. Баранова; заявитель и патентообладатель Юж.-Урал. гос. ун-т. – № 20100113856/21; заявл. 08.04.2010; опубл. 20.08.2010, Бюл. № 23. – 2 с.: ил.

9. Кацай, Д.А. Математическая модель автоматизированной системы управления мобильным агрегатом повышенной энергоэффективности / Д.А. Кацай // *Актуальные проблемы автоматизации и управления: тр. науч.-практ. конф. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2013. – С. 35–39.*

**Кацай Дмитрий Алексеевич**, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры приборостроения, Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск); kdamail@mail.ru.

**Bulletin of the South Ural State University**  
**Series “Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics”**  
**2014, vol. 14, no. 1, pp. 39–49**

## MATHEMATICAL MODEL UNIT WITH REGULATION CROSS ANGULAR POSITION OF THE MILLING DRUM

**D.A. Katsay**, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, kdamail@mail.ru

The article presents a mathematical model of compact milling machine tool hanger biaxial rotary type. The unit is designed for surface treatment of asphalt concrete pavements. The unit ensures the formation of a surface with the desired transverse and longitudinal slope. Rotary type unit provides its high performance at low cutting efforts interaction with the material elements. A mathematical model of the machine is presented in the form of stochastic differential equations. Error estimates are treated surface.

*Keywords: rotary milling unit, a stochastic model, the error of the treated surface.*

### References

1. *Dorozhnye frezy* [Road mills]. Available at: <http://www.v-transport.ru/articles370.html> (accessed 20.11.2013).
2. *Dorozhnye frezy, “aybolit” dorog* [Road Mills, Road Aybolit]. Available at: [http://www.os1.ru/article/road\\_equipment/2004\\_11\\_A\\_2005\\_01\\_17-15\\_17\\_48/](http://www.os1.ru/article/road_equipment/2004_11_A_2005_01_17-15_17_48/) (accessed 20.11.2013).
3. *Rotorno-frezerovnye mashiny VON ARX – Shveytsariya* [Rotor and Milling Cars VON ARX – Switzerland]. Available at: [http://rsnvr.ru/mashiny\\_frezerovnye](http://rsnvr.ru/mashiny_frezerovnye) (accessed 20.11.2013).
4. Konovalov E.G., Sidorenko V.A., Sous' A.V. *Progressivnye shemy rotatsionnogo rezaniya metallov* [Progressive Schemes of Metals Rotational Cutting], Minsk, “Science and Techniques”, 1972, 272 p.
5. Novoselov Ju.A., Novoselov Ju.A., Popok N.N. *Klassifikatsiya vidov rotatsionnogo rezaniya* [Classification of Rotational Cutting Types]. Minsk, High School, 1983, 219 p.
6. Jashchericyн P.I., Borisenko A.V., Jashchericyн P.I., Drivotin I.G., Lebedev V.Ja. *Rotatsionnoe rezanie materialov* [Rotational Cutting of Materials]. Minsk, “Science and Techniques”, 1987, 229 p.
7. Katsay D.A., Mazein P.G., Smetanin S.D. *Rotatsionnoe frezerovanie asfal'ta. Protsestry i oborudovanie metallurgicheskogo proizvodstva: Mezhhregional'nyy sbornik nauchnykh trudov* [Asphalt Rotational Milling. Processes and Equipment of Metallurgical Production: Interregional Collection of Scientific Works]. Magnitogorsk, GOU VPO “MGTU”, 2009, iss. 8, pp. 61–66.

8. Katsay D.A., Baranova I.A. Pat. 96875 Rossiyskaja Federaciya, MPK E01N 5/12. *Ustroystvo dlya razrusheniya ledyanykh i tverdyykh obrazovaniy na dorozhnykh pokrytyakh* [The Device for Destruction of Ice and Firm Formations on Pavings]. №20100113856/21; decl. 08.04.2010; publ. 20.08.2010, Bul. no. 23, pp. 2.

9. Katsay D.A. Mathematical Model of the Automated Control System of Mobile Units Enhanced Energy Efficiency [Matematicheskaya model' avtomatizirovannoy sistemy upravleniya mobil'nyim agregatom povyshennoy energoeffektivnosti]. *Trudy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Aktual'nye problemy avtomatizatsii i upravleniya"* [Proc. Scientific and Practical Conference "The Automation and Control Actual Problems"]. Chelyabinsk, SUSU Publ., 2013, pp. 35–39.

*Поступила в редакцию 29 ноября 2013 г.*