

# РЕКОНСТРУКЦИЯ ОБЪЕМНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В РЕНТГЕНОВСКОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

**Е.Н. Симонов, К.Н. Кузнецов**

Сформулированы варианты решения обратной задачи рентгеновской томографии по реконструкции внутренней структуры объектов с применением голограммических методов визуализации объемных изображений. Рассматривается вариант решения: томографическая реконструкция внутренней структуры сечений объекта в рентгеновских лучах (показателя поглощения) на основе двумерного преобразования Радона с последующим получением голограмм этих сечений для оптической реконструкции объемного изображения (для макрообъектов исследования). Для решения задачи проведено численное моделирование по получению томограмм (слоев) математического фантома на разработанном программном реконструкторе томографических изображений с последующим получением цифровых голограмм этих слоев и синтезированием из них объемного изображения. Исследования показали возможность получения объемных изображений на основе томографической реконструкции внутренней структуры сечений объекта в рентгеновских лучах (показателя поглощения) с применением двумерного преобразования Радона с последующим получением цифровых голограмм этих сечений.

*Ключевые слова:* синтез томограмм, синтез голограмм, реконструкция изображений, суммарная голограмма.

## Введение

Можно выделить общие черты в томографическом и голографическом методах получения изображения и их принципиальные отличия.

Томографические и голографические методы получения изображения имеют общие черты: в тех и других методах решается обратная задача по реконструкции (визуализации) изображения некоторых физических параметров объекта исследования.

Эти методы имеют и принципиальное различие.

Томографические методы решают обратную задачу получения изображения внутренней среды объекта. Они основаны на восстановлении (определении) некоторой физической функции на линиях или плоскостях внутреннего сечения объекта по множеству ракурсов облучения объекта с применением преобразования Радона. Например, для рентгеновской компьютерной томографии этой функцией является линейный коэффициент ослабления рентгеновского излучения точки сечения объекта, который интегрально «связывает» интенсивности излучения до объекта и после по закону Бугера – Ламберта – Бера. Лучевые суммы линейного коэффициента ослабления по многим ракурсам облучения объекта посредством преобразования Радона дают возможность определить (реконструировать) в любой точке сечения (объема) объекта линейный коэффициент ослабления, тем самым решить обратную задачу получения изображения внутренней среды объекта.

Оптические голографические методы восстанавливают распределение физической функции поверхности объекта исследования, например, интенсивности рассеянного от объекта излучения, с одного ракурса облучения на основе восстановления фронта объектной волны, предварительно записывая объектную волну на голограмму в виде поля, описываемого интегралом Кирхгофа. Восстановление распределения физической функции на основе поля, записанного на голограмму (это и есть решение обратной задачи в классической голографии), как правило, проводится оптическими (аппаратными) методами, в отличие от томографии, где решение обратной задачи проводится математическими (вычислительными) методами.

Наиболее близко с голографией связаны методы дифракционной томографии [1].

Помимо чисто схемных совпадений, таких, как многоракурсное освещение (зондирование) объекта, регистрация рассеянного поля голографическим способом, накопление информации и последующее восстановление, существует связь, заключающаяся в том, что в обоих случаях

(в голограмии и дифракционной томографии) решается задача обращения поля, рассеянного объектом. Однако различие в исследуемых характеристиках объектов и, как следствие, особенности алгоритмов обработки разделили эти методы.

В голограмии простота оптической реализации восстановления практически вытеснила цифровое восстановление голограмм. Успехи компьютерной томографии, в свою очередь, сузили область применения оптического восстановления изображений внутренней структуры.

Можно отметить основные задачи, возникающие при восстановлении томограммы, которых нет в голографическом отображении информации.

Прежде всего, голограмма, полученная под одним ракурсом, позволяет восстановить трехмерное изображение. При увеличении числа ракурсов только расширяется поле зрения и возникает эффект кругового обзора. При этом каждая голограмма отвечает за свой участок объекта. В томографии для восстановления принципиально необходимо многоракурсное зондирование, так как размерность проекции всегда меньше восстанавливаемой функции. Для получения томограммы необходимы все проекции одновременно, так как каждая из них участвует в восстановлении сечения. По-видимому, это принципиальное отличие голограмии от томографии, которое порождает основные трудности при оптической реализации восстановления внутренней структуры объекта.

Ставится вопрос: возможно ли математическое и физическое сочетание этих двух методов для получения изображения физической величины (или нескольких величин) в сечении или объеме объекта исследования, например, для рентгеновского излучения? Иными словами, возможно ли одновременное решение двух обратных задач по восстановлению (реконструкции) физической функции в сечении и на поверхности объекта, как бы «раздевая» объект по объемным слоям?

Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо было рассмотреть следующие варианты решения обратной задачи рентгеновской томографии по реконструкции внутренней структуры объектов с применением голографических методов визуализации объемных изображений.

Вариант № 1. Томографическая реконструкция внутренней структуры сечений объекта в рентгеновских лучах (показателя поглощения) на основе двумерного преобразований Радона с последующим получением голограмм этих сечений для оптической реконструкции объемного изображения (для макрообъектов исследования).

Вариант № 2. Реконструкция внутренней структуры сечений объекта в фазоконтрастной рентгеновской томографии (показатель преломления) на основе трехмерного преобразования Радона с применением осевой голограмии по принципу Габора (для микрообъектов).

В настоящей статье показаны вычислительные алгоритмы для первого варианта получения объемных голограмм, позволяющие проводить математическое моделирование процесса реконструкции томографических и голографических изображений.

Для решения задачи была разработана математическая модель фантома (рис. 1).

Проекционные данные (рис. 2) сечений модели фантома были получены на основании следующей формулы:

$$P(l, \theta) = \int_{L(l; \theta)} \mu(x, y) dl, \quad (1)$$

т. е. на основании преобразования Радона над функцией  $\mu(x, y)$ , где  $\mu(x, y)$  – линейный коэффициент ослабления рентгеновского излучения в точке  $(x, y)$  сечения.

На основе проекционных данных, решая обратную задачу томографии [2, 3] с применением формулы обращения двумерного преобразования Радона

$$\mu(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial P(l, \theta)}{(l - l_1) \partial l} dl, \quad (2)$$

получены модельные томографические изображения фантома. Вычисления по формуле (2) проводились с использованием разработанного программного реконструктора томографических изображений.

На рис. 3 показана восстановленная реконструктором томограмма одного из сечений модели фантома.

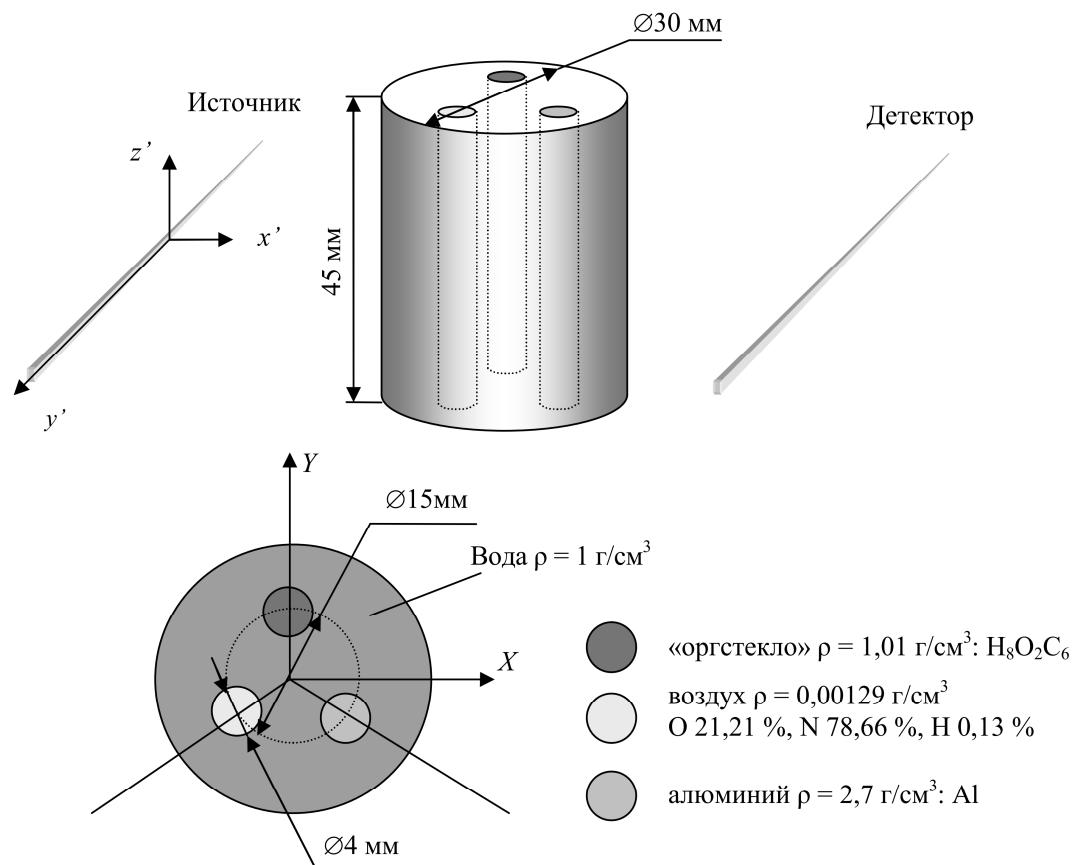
Суммированием томограмм можно получить объемное изображение фантома (рис. 4).

По томограммам сечений модели фантома были получены цифровые голограммы Фурье этих томограмм (рис. 5), по следующей формуле [4]:

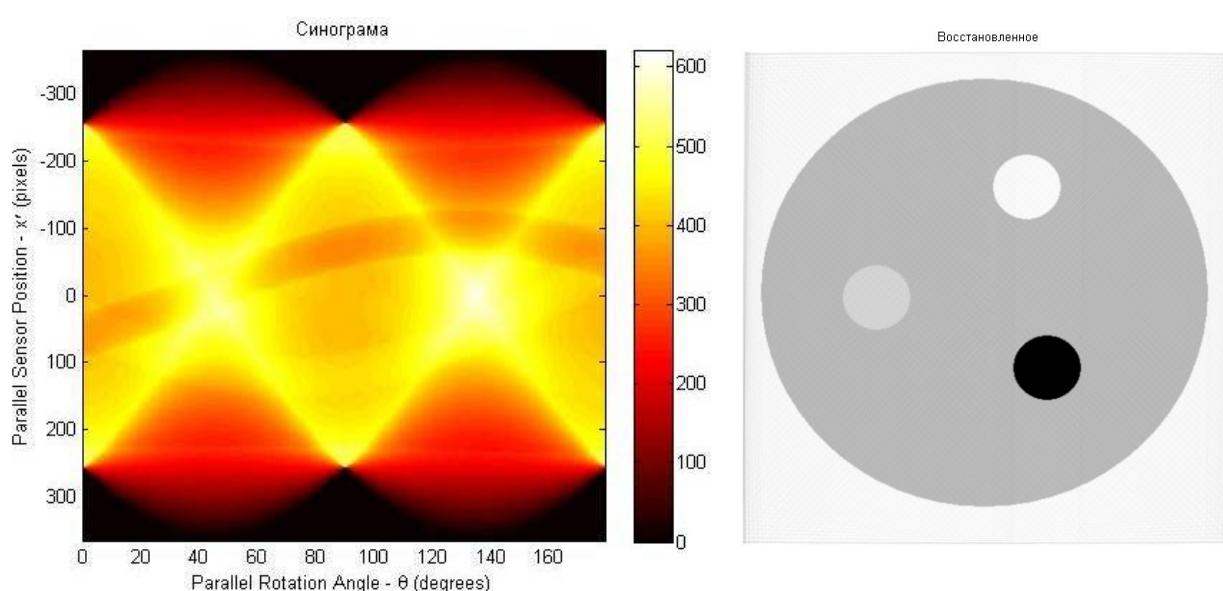
$$\Gamma(\xi, \eta) = \int_{(x,y)} \mu(x,y) \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda d}(x\xi + y\eta)\right] dx dy, \quad (3)$$

где  $\lambda$  – длина волны излучения,  $d$  – расстояние.

Поскольку голограммы были синтезированы в среде Matlab, был использован алгоритм быстрого преобразования Фурье.



**Рис. 1. Модель фантома**



**Рис. 2. Проекционные данные сечения модели фантома**

**Рис. 3. Реконструированная томограмма  
одного из сечений модели фантома**

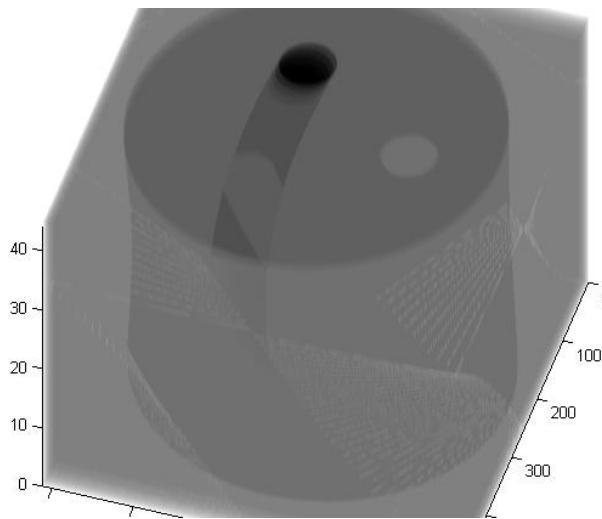


Рис. 4. Объемное изображение модели фантома, полученное по томограммам сечений

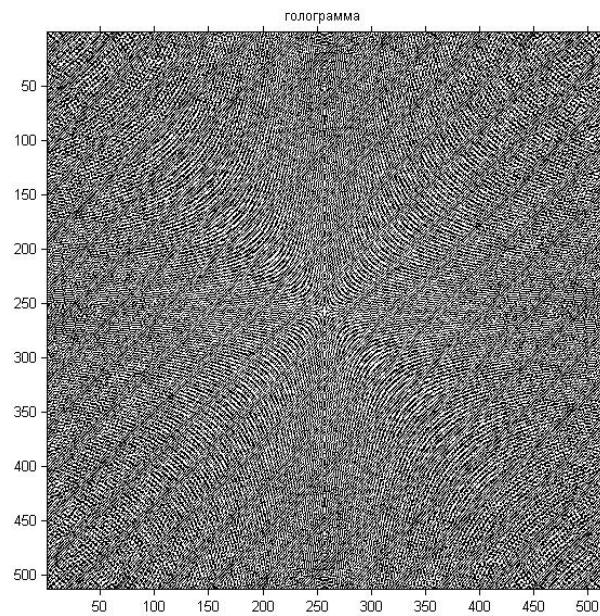


Рис. 5. Цифровая голограмма Фурье одной из томограмм модели фантома

Из цифровых голограмм для томограмм сечений модели фантома путем «сложения» волновых полей [4, 5] была получена «суммарная» голограмма модели фантома (рис. 6):

$$\Gamma_n(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^M \Gamma_n(\xi, \eta, z_n). \quad (4)$$

Из «суммарной» цифровой голограммы путем обратного преобразования Френеля получено объемное (трехмерное) изображение модели фантома с отражением внутренней его структуры (рис. 7).

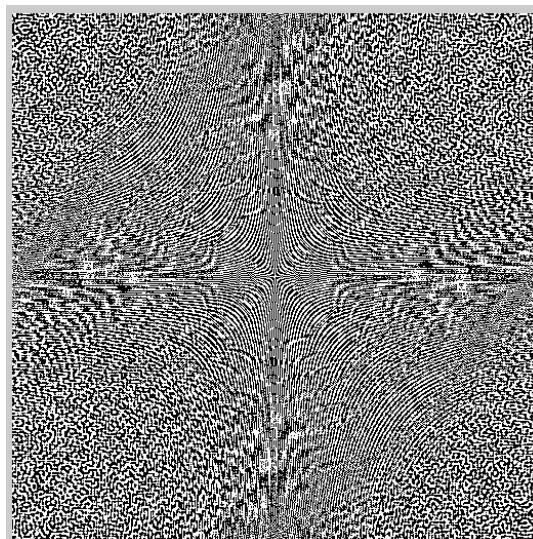


Рис. 6. Цифровая «суммарная» голограмма модели фантома

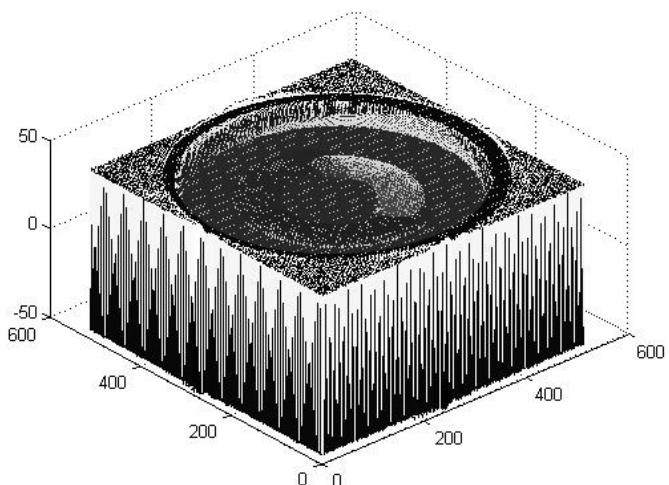


Рис. 7. Объемное изображение модели фантома, полученное по голограммам сечений

Сравнение объемных изображений, полученных путем суммирования томограмм и восстановления «суммарной» цифровой голограммы (рисунки 4 и 7), показывает достаточную идентичность методов.

В ходе численного эксперимента с моделью фантома были синтезированы проекционные данные для 45 сечений объекта исследования, по ним восстановлены томограммы этих сечений.

Для каждой из 45 томограмм в среде Matlab была получена цифровая голограмма Фурье, из которых была получена «суммарная» голограмма.

### **Выводы**

Результаты исследований показали, что томографическая реконструкция внутренней структуры сечений объекта в рентгеновских лучах (показателя поглощения) на основе двумерного преобразования Радона с последующим получением голограмм этих сечений для оптической реконструкции объемного изображения, разработанные алгоритмы и программное обеспечение (реконструктор томографических изображений) позволяют для макрообъектов:

- получать томографические рентгеновские изображения;
- преобразовывать томографические изображения в цифровые голограммы на основе преобразования Френеля или Фраунгофера;
- проводить «сложение» цифровых голограмм (по амплитуде или по фазе) отдельных цифровых голограмм отдельных томограмм (сечений) с целью получения «суммарной» цифровой голограммы для последующей ее визуализации в виде объемного изображения с выделением внутренней структуры объекта (фантома);
- визуализировать объемное изображение из «суммарной» цифровой голограммы путем математической реконструкции на основе обратного преобразования Френеля или Фраунгофера.

### **Литература**

1. Bronnikov, A.V. *Theory of quantitative phase-contrast computed tomography* / A.V. Bronnikov // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2002. – Vol. 19, no. 3/March. – P. 472–480.
2. Симонов, Е.Н. *Рентгеновская компьютерная томография: моногр.* / Е.Н. Симонов. – Снежинск: Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ, 2002. – 364 с.
3. Симонов, Е.Н. *Физика визуализации изображений в рентгеновской компьютерной томографии* / Е.Н. Симонов. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2013. – 505 с. – В печати.
4. Ярославский, Л.П. *Цифровая голограмма* / Л.П. Ярославский, Н.С. Мерзляков. – М.: Наука, 1982. – 219 с.
5. Левин, Г.Г. *Оптическая томография* / Г.Г. Левин, Г.Н. Вишняков. – М.: Радио и связь, 1989. – 256 с.

**Симонов Евгений Николаевич**, д-р техн. наук, профессор кафедры радиотехники, Южно-Уральский государственный университет, филиал в г. Кыштыме; e.n.simonov@yandex.ru.

**Кузнецов Константин Николаевич**, сотрудник, «НПП ТомоКвант» (г. Снежинск); k.kostya.ne@gmail.com.

---

*Bulletin of the South Ural State University  
Series “Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics”  
2013, vol. 13, no. 3, pp. 77–82*

---

## **THE RECONSTRUCTION OF THREE-DIMENSIONAL IMAGES IN X-RAY COMPUTED TOMOGRAPHY USING HOLOGRAPHIC METHODS**

**E.N. Simonov**, Branch of South Ural State University in Kyshtym, Russian Federation,  
e.n.simonov@yandex.ru,

**K.N. Kuznetsov**, “NPP TomoKvant”, Sнежинск, Russian Federation, k.kostya.ne@gmail.com

The article investigates the version of solution of the inverse problem of X-ray tomography for reconstructing the internal structure of macroscopic objects using holographic methods for visualization of volumetric images. Considered the following solution: tomographic reconstruction of the internal structure of the object sections in X-rays (absorption index) based on the two-dimensional Radon transform, with subsequent obtaining holo-

grams of these sections for optical three-dimensional image reconstruction (for macroscopic objects). To solve the problem, there was numerical simulation to obtain tomograms of the mathematical phantom in developed programmatic reconstructor of tomographic images with subsequent receipt of digital holograms of these layers and synthesis of volumetric image from these layers. Researches have shown the possibility of obtaining volumetric images based on the tomographic reconstruction of the internal structure of the object sections in X-rays (absorption index) using two-dimensional Radon transform followed by obtaining digital holograms of these sections.

*Keywords:* *synthesis of tomograms, synthesis of holograms, image reconstruction, cumulative hologram.*

### **References**

1. Bronnikov A.V. Theory of Quantitative Phase-contrast Computed Tomography. *J. Opt. Soc. Am. A*, March 2002, vol. 19, no. 3, pp. 472–480.
2. Simonov E.N. *Rentgenovskaya kom'yuternaya tomografia* [X-ray Computer Tomography]. Snezhinsk, Izdatel'stvo RFYATS-VNIITF, 2002. 364 p.
3. Simonov E.N. *Fizika vizualizatsii izobrazheniy v rentgenovskoy kom'yuternoy tomografi* [Physics of Imaging Visualization in X-ray Computer Tomography]. Chelyabinsk, Publishing Center of SUSU, 2013. 505 p. In print.
4. Yaroslavskiy L.P., Merzlyakov L.S. *Tsifrovaya golografia* [Digital Golography]. Moscow, Nauka, 1982. 219 p.
5. Levin G.G., Vishnyakov G.N. *Opticheskaya tomografia* [Optic Tomography]. Moscow, Radoi i svyaz', 1989. 256 p.

*Поступила в редакцию 8 апреля 2013 г.*