УДК 681.5.015.4

О КОРРЕКЦИИ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ УПРУГОЙ НАГРУЗКИ

Т.К. Подлинева

Упругие деформации звеньев механических конструкций и передач являются одним из факторов, препятствующих повышению эффективности управления электромеханическими объектами и подлежащих подавлению средствами управления. Особенности синтеза корректирующего устройства исполнительных систем для упругой нагрузки и структурная схема устройства предлагаются в докладе.

Ключевые слова: корректирующий фильтр, оптимальная фильтрация, структурная схема.

Возможности линейной коррекции в решении задачи синтеза в системах с упругой нагрузкой достаточно ограничены, в особенности при наличии интенсивных помех в выходном сигнале системы. Эти ограничения привели к использованию нелинейных корректирующих устройств. Удовлетворение требованиям точности и качества исполнительной системы (ИС) достигается формированием определенного вида выходного сигнала разомкнутой ИС путем выбора соответствующих корректирующих устройств. Одним из таких устройств является корректирующий фильтр, методика синтеза которого излагается в работе [1].

В качестве характеристики выходного сигнала ИС принята спектральная плотность, полностью описывающая частотные свойства линеаризованной системы при ее минимальнофазовости Такой подход к синтезу корректирующего устройства родственен частотному методу. За располагаемый выходной сигнал ИС с резонансными свойствами принимаем сигнал, описываемый уравнением:

$$\xi(t)=x(t)+\xi_A(t)+n(t), \tag{1}$$

где $x(t)$ – желаемый выходной сигнал; $\xi_A(t)$ – сосредоточенная помеха; $n(t)$ – широкополосный белый гауссовый шум со спектральной плотностью $N_0/2$. Сигнал сосредоточенной помехи при достаточной узкополосности ($\omega_p \gg \Delta\omega$), является квазигармонической флуктуацией, случайно модулированной по амплитуде, частоте и фазе:

$$\xi_A(t)=A(t)\cos[\omega_p(t)t+\varphi(t)] \quad \text{или} \quad \xi_A(t)=A(t)\cos[\omega_0 t+\psi(t)], \tag{2}$$

здесь ω_0 – среднее значение частоты ω_p; $\psi(t) = \varphi(t)+\int_0^t(\omega_p - \omega_0)d\tau$.

Для решения задачи синтеза корректирующего устройства в [1] использована теория оптимальной фильтрации информационного сигнала $x(t)$ из аддитивной смеси (1). При решении задачи фильтрации учитывается зависимость наблюдаемого сообщения $\xi(t)$ не только от информационного процесса $x(t)$, но и трех сопровождающих случайных параметров: $A(t)$, $\psi(t)$, $\omega_p(t)$, поэтому необходимая точность обеспечивается при синтезе многомерного алгоритма фильтрации вектора $\overline{\lambda}_t = \{x(t), A(t), \psi(t), \omega_p(t)\}$.

Большинство работ по синтезу оптимальных фильтров использует теорию линейной фильтрации Колмогорова – Винера, рассматривающую полезный сигнал и шум $n(t)$ как нормальные случайные процессы, что, в таких случаях как рассматриваемый, является некорректным. Это привело к широкому использованию для многокомпонентных сообщений теории нелинейной фильтрации, рассматривающей любой случайный процесс в виде многомерной марковской модели [2].

Для решения поставленной задачи оптимальной фильтрации информационного процесса $x(t)$ из аддитивной смеси его с узкополосной и широкополосной помехами (1), учитывается нелинейная зависимость сигнала $\xi_A(t)$ от двух его случайных параметров (2), марковские, в общем случае многомерные, модели параметров. Для упрощения задачи синтеза в [1] фильтруемые процессы описываются линейными стохастическими дифференциальными уравнениями вида:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\alpha x + n_\alpha(t), \\ \dot{A} = -\beta A + n_\beta(t), \\ \dot{\psi} = (\omega_p - \omega_0) + n_\varphi(t), \\ \dot{\omega}_p = -\gamma(\omega_p - \omega_0) + n_\gamma(t), \end{cases} \tag{3}$$

где n_α, n_β, n_φ, n_γ – нормальные белые шумы с нулевыми средними значениями и односторонними спектральными плотностями N_α, N_β, N_φ, N_γ, соответственно. Нормальный характер полезного процесса и компонент сосредоточенной помехи соответствует физике работы системы, полагаемой линейной или нелинейной, но с нормализующим оконечным каскадом. Задаваясь, помимо априорных стохастических уравнений (3), начальными и граничными условиями для компонент векторного случайного процесса $\overline{\lambda}_t$, можно найти его финальное апостериорное распределение, удовлетворяющее интегро-дифференциальному уравнению Стратоновича [2]. Решение уравнения значительно упрощается при переходе от финальной апостериорной плотности вероятности фильтруемого процесса к его оценке, в качестве которой принимаются значения, соответствующие максимуму апостериорного распределения. При больших отношениях ρ=сигнал/шум и большом времени наблюдения апостериорную плотность вероятности считают приближенно нормальной, при этом оценки информационного и сопровождающих параметров являются несмещенными и эффективными, а апостериорные дисперсии характеризуют текущие ошибки фильтрации. Алгоритм фильтрации случайного процесса $\bar{\lambda}_t$, квазиоптимальный и квазилинейный, с учетом (3), описывается системой уравнений (4), где $x^*, \mathrm{A}^*, \psi^*, \omega_\text{р}^*$ обозначены оценочные значения фильтруемых параметров, а K_{ij}^* – усредненные по значениям шума $n(t)$ значения кумулянтов.

$$\begin{cases} \dot{x}^* = -\alpha x^* + K_{xx}^* F_x + K_{x\mathrm{A}}^* F_\mathrm{A} + K_{x\psi}^* F_\psi, \\ \dot{\mathrm{A}}^* = -\beta \mathrm{A}^* + K_{x\mathrm{A}}^* F_x + K_{\mathrm{AA}}^* F_\mathrm{A} + K_{\mathrm{A}\psi}^* F_\psi, \\ \dot{\psi}^* = (\omega_\text{р}^* - \omega_0) + K_{x\psi}^* F_x + K_{\mathrm{A}\psi}^* F_\mathrm{A} + K_{\psi\psi}^* F_\psi, \\ \dot{\omega}_\text{р}^* = -\gamma(\omega_\text{р}^* - \omega_0) + K_{x\omega_\text{р}}^* F_x + K_{\mathrm{A}\omega_\text{р}}^* F_\mathrm{A} + K_{\psi\omega_\text{р}}^* F_\psi. \end{cases} \tag{4}$$

Уравнения кумулянтов, например, для параметра x:

$$\begin{cases} \dot{K}_{xx}^* = \frac{1}{2} N_\alpha - 2\alpha K_{xx}^* + \sum\limits_{i,j=x,\mathrm{A},\psi} K_{xi}^* K_{jx}^* \partial^2 F^* / \partial i \partial j, \\ \dot{K}_{x\mathrm{A}}^* = -(\alpha+\beta) K_{x\mathrm{A}}^* + \sum\limits_{i,j} K_{xi}^* K_{j\mathrm{A}}^* \partial^2 F^* / \partial i \partial j, \\ \dot{K}_{x\psi}^* = -\alpha K_{x\psi}^* + K_{x\omega_\text{р}}^* + \sum\limits_{i,j} K_{xi}^* K_{j\psi}^* \partial^2 F^* / \partial i \partial j, \end{cases} \tag{5}$$

Функция $F(t, \bar{\lambda}_t)$, производная от логарифма функции правдоподобия, определяется уравнением:

$$F(t, \bar{\lambda}_t) = -\frac{1}{N_0} [\xi(t) - S(t, \bar{\lambda}_t)]^2, \tag{6}$$

где полезный сигнал $S(t, \bar{\lambda}_t) = x(t) + \mathrm{A}(t) \cos(\omega_0 t + \psi(t))$.

В системе (4) через F_i обозначены первые производные функции по параметрам в окрестности оценочной точки, а в уравнениях кумулянтов (5) использованы вторые производные функции $F(t, \bar{\lambda}_t)$, предварительно усредненные по значениям шума n_0. Такое усреднение справедливо при больших ρ или, что то же самое, при высокой апостериорной точности фильтруемых параметров. Введенные усреднения отражены индексом – звездочкой, производные взяты в окрестности оценочной точки. С учетом фильтрующих свойств синтезируемого нелинейного устройства получим уравнения функции $F(t, \bar{\lambda}_t)$ и ее первых производных:

$$F(t,\bar{\lambda}_t)=\frac{1}{N_0}[2\xi(t)(x+\mathrm{A}\cos(\omega_0 t+\psi))-x^2-\frac{\mathrm{A}^2}{2}-2\mathrm{A}x\cos(\omega_0 t+\psi)], \quad (7)$$

$$\begin{cases} F_x=\left.\dfrac{\partial F}{\partial x}\right|_{\bar{\lambda}_t=\bar{\lambda}_t^*}=\dfrac{2}{N_0}[\xi(t)-x^*-\mathrm{A}^*\cos(\omega_0 t+\psi^*)], \\ F_{\mathrm{A}}=\left.\dfrac{\partial F}{\partial \mathrm{A}}\right|_{\bar{\lambda}_t=\bar{\lambda}_t^*}=\dfrac{2}{N_0}[\xi(t)\cos(\omega_0 t+\psi^*)-\dfrac{\mathrm{A}^*}{2}-x^*\cos(\omega_0 t+\psi^*)], \\ F_\psi=\left.\dfrac{\partial F}{\partial \psi}\right|_{\bar{\lambda}_t=\bar{\lambda}_t^*}=\dfrac{2}{N_0}[-\xi(t)\mathrm{A}^*\sin(\omega_0 t+\psi^*)+\mathrm{A}^*x^*\sin(\omega_0 t+\psi^*)]. \end{cases} \quad (8)$$

Усредненные по n_0 значения вторых производных функции $F(t,\bar{\lambda}_t)$:

$$\begin{cases} F_{xx}^*=-\dfrac{2}{N_0}, \quad F_{\mathrm{AA}}^*=-\dfrac{1}{N_0}, \quad F_{\psi\psi}^*=-\dfrac{(\mathrm{A}^*)^2}{N_0}, \\ F_{x\mathrm{A}}^*=-\dfrac{2}{N_0}\cos(\omega_0 t+\psi^*), \quad F_{x\psi}^*=\dfrac{2}{N_0}\mathrm{A}^*\sin(\omega_0 t+\psi^*), \\ F_{\mathrm{A}\psi}^*=-\dfrac{2}{N_0}\mathrm{A}^*\sin^2(\omega_0 t+\psi^*). \end{cases} \quad (9)$$

Устройство, моделирующее уравнения (4,5) с учетом (8,9), воспроизводит информационный сигнал $x^*(t)$ с минимальной среднеквадратической погрешностью. Однако структура оптимального фильтра чрезмерно сложна, упрощение возможно, если перейти к квазистационарному алгоритму фильтрации, при больших отношениях ρ кумулянты K_{ij}^*, характеризующие статистическую зависимость оценок параметров, по истечении времени переходного процесса стремятся к своим стационарным значениям: $K_{ij}^*(t)=\bar{K}_{ij}^*$. Время установления стационарного состояния обратно пропорционально квадратному корню из ρ. Из (9) усредненные по времени вторые производные $F_{ij}^*(t,\bar{\lambda}_t)$ определяются уравнениями:

$$F_{xx}^*=-\frac{2}{N_0}, \quad F_{\mathrm{AA}}^*=-\frac{1}{N_0}, \quad F_{\psi\psi}^*=-\frac{\sigma_{\mathrm{A}}^2}{N_0}, F_{x\mathrm{A}}^*=F_{x\psi}^*=F_{\mathrm{A}\psi}^*=0, \quad (10)$$

σ_{A}^2 – дисперсия случайного параметра A(t).

Условиями апостериорной статистической независимости оценок компонент λ_i^* и λ_j^* являются: их априорная независимость и сигнальная ортогональность и такими условиями обладают, например, амплитуда и фаза квазигармонического сигнала. С учетом этой особенности параметров сигнала система уравнений кумулянтов (5) упрощается:

$$\begin{cases} N_\alpha / 2 - 2\alpha \overline{K}^*_{xx} + (\overline{K}^*_{xx})^2 \overline{F}^*_{xx} = 0, \\ N_\beta / 2 - 2\beta \overline{K}^*_{\mathrm{AA}} + (\overline{K}^*_{\mathrm{AA}})^2 \overline{F}^*_{\mathrm{AA}} = 0, \\ N_\varphi / 2 + 2\overline{K}^*_{\psi\omega_\mathrm{p}} + (\overline{K}^*_{\psi\psi})^2 \overline{F}^*_{\psi\psi} = 0, \\ \overline{K}^*_{\omega_\mathrm{p}\omega_\mathrm{p}} - \gamma \overline{K}^*_{\psi\omega_\mathrm{p}} + \overline{K}^*_{\psi\psi} \overline{K}^*_{\psi\omega_p} \overline{F}^*_{\psi\psi} = 0, \\ N_\gamma / 2 - 2\gamma \overline{K}^*_{\omega_\mathrm{p}\omega_\mathrm{p}} + (\overline{K}^*_{\psi\omega_\mathrm{p}})^2 \overline{F}^*_{\psi\psi} = 0, \\ \overline{K}^*_{\mathrm{A}\psi} = \overline{K}^*_{\mathrm{A}\omega_\mathrm{p}} = \overline{K}^*_{x\psi} = \overline{K}^*_{x\mathrm{A}} = \overline{K}^*_{x\omega_\mathrm{p}} = 0. \end{cases} \tag{11}$$

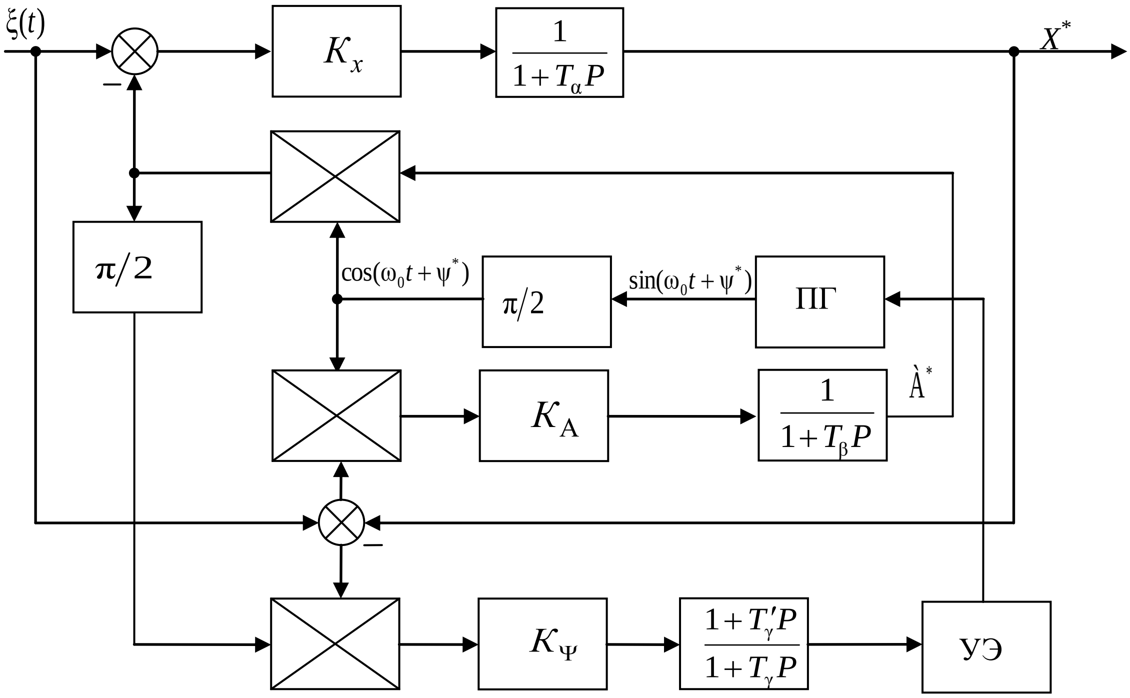
Из (11) находим стационарные значения кумулянтов и на основании (4,8,10) получаем систему уравнений квазистационарного и квазилинейного оптимального фильтра:

$$\begin{cases} x^* = \dfrac{K_x}{T_\alpha p + 1}[\xi(t) - \mathrm{A}^* \cos(\omega_0 t + \psi^*)], \\ \mathrm{A}^* = \dfrac{K_\mathrm{A}}{T_\beta p + 1}(\xi(t) - x^*) \cos(\omega_0 t + \psi^*), \\ \dot{\psi}^* = K_\psi \dfrac{T'_\gamma p + 1}{T_\gamma p + 1}(x^* - \xi(t)) \mathrm{A}^* \sin(\omega_0 t + \psi^*), \end{cases} \tag{12}$$

где

$$\begin{cases} K_x = 2\overline{K}^*_{xx} T_\alpha / N_0, \quad K_\mathrm{A} = 2\overline{K}^*_{\mathrm{AA}} T_\beta / N_0, \\ K_\psi = 2\left(\overline{K}^*_{\psi\psi} + T_\gamma \overline{K}^*_{\psi\omega_p}\right) / N_0, \quad T_\alpha = 1/(\alpha + 2\overline{K}^*_{xx} / N_0), \\ T_\beta = 1/(\beta + 2\overline{K}^*_{\mathrm{AA}} / N_0), \quad T_\gamma = 1/\gamma, \quad T'_\gamma = \overline{K}^*_{\psi\psi} T_\gamma / (T_\gamma \overline{K}^*_{\psi\omega_\mathrm{p}} + \overline{K}^*_{\psi\psi}), \end{cases}$$

Структурная схема оптимального корректирующего фильтра (12), воспроизводящего желаемый выходной сигнал системы с минимальной среднеквадратической ошибкой, представлена на рисунке, где ПГ – подстраиваемый по частоте генератор, УЭ – управляющий элемент.



Структурная схема оптимального корректирующего устройства

Оптимум по быстродействию является существенным аргументом в защиту использования нестационарной схемы корректирующего устройства (рис.), т.к. необходимые усложнения схемы оправдываются значительным улучшением качества скорректированной системы. Но и упрощенный квазиоптимальный вариант схемы, на базе стационарных значений кумулянтов K_{ij}, позволяет получить очень хорошие результаты, что убедительно продемонстрировано в [3] на примере коррекции исполнительной системы, работающей на упругую нагрузку.

Библиографический список

1. Подлинева, Т.К. Особенности синтеза управляемого привода с инерционной обратной связью / Т.К. Подлинева // Наука ЮУрГУ: материалы 61-й научной конференции. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2009. – Т.2. – С. 18.

2. Тихонов, В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – 2-е изд., перераб.и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.

3. Подлинева, Т.К. Вопросы синтеза исполнительной системы для упругой нагрузки / Т.К. Подлинева // Труды научно-практической конференции «Актуальные проблемы автоматизации и управления». – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2013. – С. 58.

К содержанию