УДК 697.3

ОБЛАСТИ КАЧЕСТВА ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ЗДАНИЯ

Е.А. Алёшин

Рассматриваются вопросы построения односвязных, выпуклых и ограниченных областей качества функционирования системы теплопотребления как по экспериментальным данным, так и на основе построения математических моделей теплового режима здания.

Ключевые слова: область качества, тепловой режим, функция желательности, система теплопотребления.

На практике при разработке алгоритмов управления довольно часто возникает случай, когда зависимость $F = F(x_1, \dots, x_n)$ между показателем качества теплового режима (внутренняя температура воздуха в помещениях) и входными и выходными факторами неизвестна, а имеются только значения параметров, полученные в результате контроля качества функционирования процесса. Поэтому возникает необходимость построить область допустимых вариаций параметров системы теплоснабжения (область качества) непосредственно по данным эксперимента без нахождения зависимости $F = F(x_1, \dots, x_n)$ [1].

Пусть состояние системы теплопотребления описывается вектором входа $\mathbf{X} = \left(x_1, \dots, x_j, \dots, x_n\right)$ $\left(j = 1, \dots, n\right)$ и выходом $\mathbf{Y}$ (температура внутреннего воздуха). Для построения оценки области качества по результатам эксперимента разбиваем множество наблюдений вектора $\mathbf{X}$ на два подмножества:

$$\mathbf{X}' = \left\{\mathbf{X}^i / F(\mathbf{X}) \le \varepsilon;\ i = 1,\ \ldots,\ N'\right\} \text{ и } \mathbf{X}'' = \left\{\mathbf{X}^\gamma / F(\mathbf{X}) > \varepsilon;\ \gamma = 1,\ \ldots,\ N''\right\},$$

где ε – допустимая ошибка выходной координаты $\mathbf{Y}$.

Решение задачи построения границы области качества в общем случае может быть затруднительно, поэтому среди всех возможных областей рассмотрим такие, которые с достаточной степенью точности могут быть аппроксимированы поверхностями второго порядка эллипсоидальной формы. Для построения эллипсоидов применяем метод последовательной проекции наблюдений на ортогональные подпространства уменьшающейся размерности [1].

Предполагаем, что область D является односвязной, выпуклой и ограниченной. В этом случае для построения эллипсоида достаточно определить его центр $\mathbf{X_0}$, направление осей $\mathrm{U}_1,\ \ldots,\ \mathrm{U}_\mathrm{n}$ и их длины $\mu_1,\ \ldots,\ \mu_\mathrm{n}$.

Алгоритм построения оценки области качества сверху заключается в следующем.

1. За центр эллипсоида возьмем среднее арифметическое всех векторов множества $\mathbf{X}'$: $\mathbf{X_0} = \sum\limits_{i=1}^{N'} \mathbf{X}^i \Big/ N'$.

2. Находим точку X^{S_1}, максимально удаленную от центра $\mathbf{X_0}$: $\max\limits_{\mathrm{X}^i \in \mathrm{X}'} \left\| \mathbf{X}^i - \mathbf{X_0} \right\| = \left\| \mathrm{X}^{S_1} - \mathbf{X_0} \right\| = \mu_1$. Величина μ_1 – длина первой полуоси эллипсоида, а вектор $\mathbf{U_1} = \left(\mathbf{X}^{S_1} - \mathbf{X_0}\right) / \mu_1$ – направление этой полуоси.

3. Проектируем все точки подмножества $\mathbf{X}'$ на подпространство размерности $n-1$, ортогональное вектору $\mathbf{U_1}$, находим точку X^{S_2}, такую, что:

$$\max_{\mathrm{X}^i \in \mathrm{X}'} \left\| \mathbf{X}^i - \mathbf{X_0} - \left(\mathbf{X}^i - \mathbf{X_0}, \mathbf{U_1}\right)\mathbf{U_1} \right\| = \left\| \mathrm{X}^{S_2} - \mathbf{X_0} - \left(\mathrm{X}^{S_2} - \mathbf{X_0}, \mathbf{U_1}\right)\mathbf{U_1} \right\| = \mu_2 .$$

Величина μ_2 – длина следующей по значению полуоси эллипсоида, а вектор $\mathbf{U_2} = \left[\mathrm{X}^{S_2} - \mathbf{X_0} - \left(\mathrm{X}^{S_2} - \mathbf{X_0},\ \mathbf{U_1}\right)\mathbf{U_1}\right] / \mu_2$ – направление этой полуоси.

Далее проектируем все подмножество наблюдений на подпространство размерности $n-2$, ортогональное векторам $\mathbf{U_1}$ и $\mathbf{U_2}$ и т.д.

Длину k-й полуоси определяем как:

$$\max_{\mathrm{X}^i \in \mathrm{X}'} \left\| \mathbf{X}^i - \mathbf{X_0} - \sum_{j=1}^{k-1} \left(\mathbf{X}^i - \mathbf{X_0}, \mathbf{U_j}\right)\mathbf{U_j} \right\| = \left\| \mathrm{X}^{S_k} - \mathbf{X_0} - \sum_{j=1}^{k-1} \left(\mathrm{X}^{S_k} - \mathbf{X_0}, \mathbf{U_j}\right)\mathbf{U_j} \right\| = \mu_k ,$$

а ее направление определяется вектором:

$$\mathbf{U_k} = \left[\mathrm{X}^{S_k} - \mathbf{X_0} - \sum_{j=1}^{k-1} \left(\mathrm{X}^{S_k} - \mathbf{X_0},\ \mathbf{U_j}\right)\mathbf{U_j} \right] \Big/ \mu_\mathrm{k} .$$

Процесс решения заканчивается нахождением последнего вектора $\mathbf{U_n}$.

Эллипсоид $(\mathbf{X}-\mathbf{X_0})^{\mathbf{T}}\mathbf{U}^{\mathbf{T}}\mathbf{MU}(\mathbf{X}-\mathbf{X_0})=\mathbf{C}$, где $\mathbf{M}$ – диагональная матрица полуосей μ_j, построен по самым дальним удовлетворительным точкам и, следовательно, будет содержать и неудовлетворительные точки. Данный эллипсоид является оценкой области качества сверху.

Для оценки области качества снизу применяем алгоритм построения эллипсоида [1], содержащего только удовлетворительные точки.

1. Найдем точку $\mathrm{X}^{P_1}\in\mathbf{X}''$, минимально удаленную от центра $\mathbf{X_0}$, т.е.:

$$\min_{\mathrm{X}^{\gamma_i}\in\mathrm{X}''}\left\|\mathbf{X}^{\gamma}-\mathbf{X_0}\right\|=\left\|\mathrm{X}^{P_1}-\mathbf{X_0}\right\|=\mu_1.$$

2. Принимаем вектор $\mathbf{U_1}=\left(\mathrm{X}^{P_1}-\mathbf{X_0}\right)/\mu_1$ за направление полуоси μ_1. Очевидно, что все наблюдения $\mathbf{X}''$ лежат вне шара: $\sum_{j=1}^{n}\left(x_j^{\gamma}-x_{j0}\right)^2\Big/\mu_1^2\geq 1$.

3. Растягиваем шар по ортогональным направлениям так, чтобы в него входили только удовлетворительные точки, т.е. находим:

$$\min_{\mathrm{X}^{\gamma}\in\mathrm{X}''}\frac{\left\|\mathbf{X}^{\gamma}-\mathbf{X_0}-\sum_{j=1}^{k-1}\left(\mathbf{X}^{\gamma}-\mathbf{X_0},\mathbf{U_j}\right)\mathbf{U_j}\right\|^2}{1-\sum_{j=1}^{k-1}\left(\mathbf{X}^{\gamma}-\mathbf{X_0},\mathbf{U_j}\right)^2\Big/\mu_j^2}=\frac{\left\|\mathrm{X}^{P_k}-\mathbf{X_0}-\sum_{j=1}^{k-1}\left(\mathrm{X}^{P_k}-\mathbf{X_0},\mathbf{U_j}\right)\mathbf{U_j}\right\|^2}{1-\sum_{j=1}^{k-1}\left(\mathrm{X}^{P_k}-\mathbf{X_0},\mathbf{U_j}\right)^2\Big/\mu_j^2},$$

а вектор $\mathbf{U_k}=\left[\mathrm{X}^{P_k}-\mathbf{X_0}-\sum_{j=1}^{k-1}\left(\mathrm{X}^{P_k}-\mathbf{X_0},\ \mathbf{U_j}\right)\mathbf{U_j}\right]\Big/\mu_k$ примем за направление полуоси μ_k. Построенный таким образом эллипсоид будет сдержать только удовлетворительные точки и давать оценку области качества функционирования системы теплопотребления снизу.

Построение детерминированной математической модели теплового режима здания проводим на основе методики [2]. Здесь управляющие параметры – расход теплоносителя Q и задание на температуру воды в обратном трубопроводе t_2. Возмущающими параметрами являются скорость ветра V, интенсивность солнечной радиации R, температура наружного воздуха $t_{\text{Н}}$. Задача состоит в том, чтобы построить математическую модель, связывающую значение внутренней температуры $t_{\text{В}}$ в помещениях южного и северного фасада здания с параметрами, воздействующими на исследуемый объект.

Т.к. перебор всех возможных регрессионных уравнений и выбор наилучшего из них довольно затруднителен и требует больших временных затрат, для построения оптимальной модели теплового режима здания применяем специальные алгоритмы регрессионного анализа (методы включения, исключения, шаговый метод). Качество прогноза внутренней температуры и управления тепловым режимом можно существенно повысить, если применить для этой цели нелинейную регрессионную модель, в которой, кроме линейных эффектов связи вход-выход, учитываются и эффекты второго порядка, а также эффекты взаимосвязи факторов, влияющих на тепловой режим здания, между собой.

Полученные модели теплового режима здания используются в дальнейшем для прогнозирования и синтеза обобщенного критерия оптимальности на основе обобщенной функции желательности:

$$D = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} d_i}\text{, где } d_i \text{ – частные функции желательности.}$$

Обобщенная функция желательности является количественным, однозначным, единым, универсальным, адекватным, статистически чувствительным и эффективным показателем качества теплового режима здания, что обуславливает ее использование в качестве критерия оптимизации.

Путем совмещения линий равного значения функции отклика $D = f\left(\vec{X}, \vec{U}\right)$, полученных для различных соотношений параметров внешней среды $\vec{X}$, учитывая ограничения на факторы $t_{\text{обр}}$ и Q, строится область качества $D_1^{\text{н}}$. Расположенные в этой области номиналы режимных параметров $U_1^{\text{н}}$ и $U_2^{\text{н}}$ (расход воды и температура в обратном трубопроводе) в пределах области $D_1^{\text{н}}$ удовлетворяют требуемому тепловому режиму при минимальных энергозатратах на отопление. Аппроксимируя область качества $D_1^{\text{н}}$ вписанным прямоугольником, определяем номиналы и допуска на режимные параметры $U_1^{\text{н}} \pm \Delta U_1^{\text{н}}$ и $U_2^{\text{н}} \pm \Delta U_2^{\text{н}}$. Эффективность управления тепловым режимом здания в условиях неопределенности оценивается согласно методике [3, 4], а критерий оптимальности, таким образом, приобретает свойства максимальной параметрической нечувствительности и помехоустойчивости к колебаниям контролируемых и неконтролируемых возмущений в *k*-факторном пространстве.

В работе [3] показано, что процесс взаимодействия теплового режима жилого здания с окружающей средой можно рассматривать как процесс взаимодействия двух подсистем: подсистемы «внешняя среда» и подсистемы «тепловой режим здания».

На входе подсистемы «тепловой режим здания» наряду с управляемыми входными параметрами присутствует некоторое число неуправляемых параметров. Управление тепловым режимом здания в таких условиях является сложной задачей. Поэтому лучшее, что можно сделать в такой сложной ситуации, это разработать некоторую оптимальную стратегию управления, пригодную для всех случаев. Задача определения такой оптимальной стратегии формализована и решается с применением аппарата теории игр [4].

Библиографический список

1. Горячев, Л.В. Построение областей качества по результатам наблюдений / Л.В. Горячев, В.В. Здор // Качество и надежность систем управления. – Владивосток, 1977. – С. 104–110.

2. Чистович, С.А. Автоматизированные системы теплоснабжения и отопления / С.А. Чистович, В.К. Аверьянов, Ю.Я. Темпель. – Л.: Стройиздат, 1987. – 248 с.

3. Глухов, В.Н. Алгоритм энергосберегающего управления тепловым режимом здания в условиях неопределенности / В.Н. Глухов, Е.А. Алёшин // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2007. – № 23(95). – С. 53–54.

4. Глухов, В.Н. Энергосберегающая система автоматического регулирования теплового режима в зданиях / В.Н. Глухов, Е.А. Алёшин // Системы управления и информационные технологии: сб. науч. тр. – Воронеж: ВГТУ, 1998. – С. 190–197.