УДК 621.316.17

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТОКОВ МОЩНОСТИ И ЭНЕРГИИ В ПИТАЮЩИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ

В.С. Павлюков, СВ. Павлюков
г. Челябинск, ЮУрГУ

Рассмотрены две математические модели расчета потоков мощности и энергии при заданных в узлах разнородных нагрузках в виде функций времени на отрезке [О, Т]. Модели дают возможность определения потоков электрической энергии в элементах схемы питающей сети при детерминированных и вероятностных режимных данных.

Решение задачи определения потерь электроэнергии для питающих электрических сетей при помощи узловых уравнений в форме баланса мощностей связано с громоздкими матричными преобразованиями и вычислениями на ЭВМ. Рассмотрим решение данной задачи на базе расчета режима сети методом коэффициентов распределения [1]. Результатом расчета для нахождения потерь мощности или энергии должны быть потоки активной P_{iv} и реактивной Q_{iv} мощностей по ветвям iv всей сети и уровни напряжений в узлах $i=\overline{1,n}$ схемы электрической сети (и - число независимых узлов).

Для определения режима воспользуемся в матричной форме уравнением баланса вектор-функции токов в ветвях дерева схемы сети в виде [2]

$$\underline{\mathbf{W}}\left(\underline{\mathbf{I}}_\alpha(t)\right)=\underline{\mathbf{I}}_\alpha(t)-$$

$$-\underline{\mathbf{C}}_\alpha \mathbf{diag}\left(\underline{\mathbf{U}}_\text{Б}\mathbf{e}-\underline{\mathbf{C}}_\mathbf{o}^\mathbf{T}\overset{*}{\underline{\mathbf{Z}}}_{\mathbf{B}\alpha}\overset{*}{\underline{\mathbf{I}}}_\alpha(t)\right)^{-1}\mathbf{diag}\underline{\mathbf{s}}(t), \quad (1)$$

где $\underline{\mathbf{C}}_\alpha=\mathbf{C}'_\alpha+\mathbf{j}\mathbf{C}''_\alpha$ – матрица коэффициентов распределения для ветвей дерева; $\underline{\mathbf{U}}_\text{Б}$ – напряжение балансирующего узла; $\mathbf{e}$ – вектор, содержащий n единиц; $\mathbf{C}_\mathbf{o}=\mathbf{M}_\alpha^{-1}$ ($\mathbf{M}$ – матрица соединений ветвей в узлах схемы сети); $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{B}\alpha}=\mathbf{r}_{\mathbf{B}\alpha}+\mathbf{j}\mathbf{x}_{\mathbf{B}\alpha}$ – диагональная матрица сопротивлений ветвей дерева; $\underline{\mathbf{s}}(t)=\left[\underline{s}_i(t)\right]=\mathbf{p}(t)+\mathbf{j}\mathbf{q}(t)$ – вектор-столбец полных задающих мощностей в независимых узлах питающей сети. В работе [2] нагрузки узлов i питающей сети моделируются графиками мощностей $\underline{s}_i(t)=p_i(t)+jq_i(t)$. Графики активных $p_i(t)$ и реактивных $q_i(t)$ мощностей представляются в виде произведения

$$p_i(t)=p_i f_i^p(t), \quad q_i(t)=q_i f_i^q(t),$$

соответствующих средних значений p_i, q_i за период времени T и функций $f_i^p(t)$, $f_i^q(t)$, средние значения которых на отрезке времени [0, T] равны единице.

Для данной многомерной задачи математическая модель, связывающая, как правило, случайные задающие режимные параметры с искомыми, является нелинейной и решить ее можно путем введения упрощающих допущений или линеаризацией, используя разложение нелинейной вектор-функции (1) в ряд Тейлора. Дифференцируя модель (1) в окрестности установившегося режима для математического ожидания, обеспечивающего небаланс токов в независимых узлах с заданной точностью, получим

$$J\left(\underline{\mathbf{I}}_\alpha^{(\mathbf{k}-1)}\right)\Delta\underline{\mathbf{I}}_\alpha^{(\mathbf{k})}=-\underline{\mathbf{W}}\left(\underline{\mathbf{I}}_\alpha^{(\mathbf{k}-1)}\right), \quad (2)$$

где $J\left(\underline{\mathbf{I}}_\alpha^{(\mathbf{k}-1)}\right)$ – матрица Якоби; $\mathbf{k}$ – номер итерационного цикла; $\Delta\underline{\mathbf{I}}_\alpha^{(\mathbf{k})}$ – приращения (поправки) вектора неизвестных; $\underline{\mathbf{W}}\left(\underline{\mathbf{I}}_\alpha^{(\mathbf{k}-1)}\right)$ – вектор невязок или небалансов токов схемы сети.

Матрица Якоби $J\left(\underline{\mathbf{I}}_\alpha^{(\mathbf{k}-1)}\right)$ содержит элементы линеаризованного уравнения (1) j_{ii} и j_{ij}, которые в общем виде определяются как

$$j_{ii}=\frac{\partial\underline{\mathbf{W}}\left(\underline{\mathbf{I}}_\alpha\right)_i}{\partial I_{\alpha_i}}, \qquad j_{ij}=\frac{\partial\underline{\mathbf{W}}\left(\underline{\mathbf{I}}_\alpha\right)_i}{\partial I_{\alpha_j}}$$

производные вектора невязок токов ветвей схемы уравнения баланса (1) по составляющим вектора токов I_{α_i}. Определение математических ожиданий токов ветвей предполагает, что задающие параметры модели (1) представляются их средними значениями за выделенный интервал времени. Оценки данных значений активных узловых мощностей нагрузок дают диспетчерские ведомости на основании о замерах пропусков электрической энергии за некоторый период времени

$$p_k=\sum_{\mu=1}^{M}p_{k_\mu}\Big/M, \quad (3)$$

где p_k, k=1, 2, …, N – компоненты вектора p активных мощностей; p_{k_μ}, μ=1, 2, …, M – их значения в μ-й серии замеров; M – период в рассматриваемом технологическом процессе замеров и по требованию может охватызать характерные сутки, сезонные замеры и другие большие временные периоды. Математические ожидания реактивных мощностей q могут определяться по потреблению в узлах, зафиксированному в диспетчерской ведомости или воспроизводиться с учетом $\mathrm{tg}\varphi$ нагрузки [3].

Для генерирующих узлов математические ожидания мощностей как управляемых параметров, должны находится не по выражению (3), а решением задачи оптимизации при значениях величин нагрузок в узлах, равным их средним значениям за период *T*.

Итерационный процесс для выражения (2) сводится к решению на каждом k-*м* шаге линеаризованного уравнения относительно приращения $\Delta\underline{\mathbf{I}}_\alpha$ вектор-столбца токов $\underline{\mathbf{I}}_\alpha(t)$ ветвей дерева схемы сети.

Далее определяются вероятностные характеристики уровней напряжений по формуле

$$\underline{\mathbf{U}}_\Delta = \mathbf{C}_o^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{B}\alpha} \underline{\mathbf{I}}_\alpha . \tag{4}$$

По найденным вероятностным величинам из уравнений (2) и (4) вычисляются потоки мощностей в ветвях схемы сети.

Уровни напряжений вероятностного характера также можно рассчитать с использованием средних значений узловых мощностей $\underline{\mathbf{s}(t)}$ по выражению

$$\underline{\mathbf{U}}_\Delta = \frac{1}{\mathbf{U}_\text{Б}} \mathbf{C}_o^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{B}\alpha} \underline{\mathbf{C}}_\alpha \mathbf{s} \tag{5}$$

или

$$\underline{\mathbf{U}}_\Delta = \underline{\mathbf{C}}_{\mathrm{U}} \mathbf{s} , \tag{6}$$

где $\underline{\mathbf{C}}_{\mathrm{U}} = \mathbf{C}'_{\mathrm{U}} + \mathbf{j}\mathbf{C}''_{\mathrm{U}} = \frac{1}{\mathbf{U}_\text{Б}} \mathbf{C}_o^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{B}\alpha} \underline{\mathbf{C}}_\alpha$ – представляет матрицу коэффициентов распределения мощностей по напряжениям узлов [1].

В соответствии с уравнениями (5) и (6) действительная и мнимая составляющие узлового напряжения вычисляются по формулам

$$\underline{\mathbf{U}}' = \underline{\mathbf{C}}_{\mathrm{U}'} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} + \mathbf{U}_\text{Б} \underline{\mathbf{e}} \quad \text{и} \quad \underline{\mathbf{U}}'' = \underline{\mathbf{C}}_{\mathrm{U}''} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

где $\mathbf{C}_{\mathrm{U}'} = \frac{1}{\mathbf{U}_\text{Б}} \mathbf{C}_o^{\mathrm{T}} \left(\mathbf{r}_\alpha \mathbf{C}'_\alpha - \mathbf{x}_\alpha \mathbf{C}''_\alpha + \mathbf{r}_\alpha \mathbf{C}''_\alpha + \mathbf{x}_\alpha \mathbf{C}'_\alpha \right)$ – действительная составляющая матрицы $\underline{\mathbf{C}}_{\mathrm{U}}$;

$\mathbf{C}_{\mathrm{U}''} = \frac{1}{\mathbf{U}_\text{Б}} \mathbf{C}_o^{\mathrm{T}} \left(\mathbf{r}_\alpha \mathbf{C}''_\alpha + \mathbf{x}_\alpha \mathbf{C}'_\alpha - \mathbf{r}_\alpha \mathbf{C}'_\alpha + \mathbf{x}_\alpha \mathbf{C}''_\alpha \right)$ – мнимая составляющая матрицы $\underline{\mathbf{C}}_{\mathrm{U}}$.

Математические ожидания потоков активных и реактивных мощностей по схеме сети можно определить как с использованием решения уравнения (2), так и на основе средних задающих мощностей $\underline{s}_i = p_i + jq_i$ в узлах по выражениям [3]

$$\mathbf{P} = \mathbf{C}_{\mathrm{P}} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad \mathbf{Q} = \mathbf{C}_{\mathrm{q}} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

где $\underline{\mathbf{C}}_{\mathrm{p}} = \left[\mathbf{C}' \ \ \mathbf{C}'' \right]$, $\underline{\mathbf{C}}_{\mathrm{q}} = \left[-\mathbf{C}' \ \ \mathbf{C}'' \right]$ - соответственно матрица коэффициентов распределения для потоков активной и реактивной мощностей по ветвям схемы электрической сети; $\mathbf{C}'$ и $\mathbf{C}''$ - подблоки соответственно действительной и мнимой составляющих матрицы коэффициентов распределения.

Если графики нагрузок узлов рассматривать как детерминированные, то рассчитанные величины потоков мощностей при средних задающих режимных параметров корректируются множителями в виде скалярных произведений относительных графиков в узлах сети [3]. Рассматривая узловые параметры в вероятностном пространстве за время *T,* зафиксированные в i-м эксплуатационном измерении, данную задачу решают с учетом коррекции математических ожиданий потоков мощностей дисперсионной составляющей. Со второй составляющей потоков связано определение корреляционных матриц потоков мощностей в ветвях сети по выражениям

$$\mathbf{K}_{\mathrm{P}} = \mathbf{C}_{\mathrm{P}} \mathbf{K} \mathbf{C}_{\mathrm{P}}^{\mathrm{T}}, \quad \mathbf{K}_{\mathrm{Q}} = \mathbf{C}_{\mathrm{Q}} \mathbf{K} \mathbf{C}_{\mathrm{Q}}^{\mathrm{T}},$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{PQ}} = \mathbf{K}_{\mathrm{QP}}^{\mathrm{T}} = \mathbf{C}_{\mathrm{P}} \mathbf{K} \mathbf{C}_{\mathrm{Q}}^{\mathrm{T}}, \tag{9}$$

где $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{p}} & \mathbf{K}_{\mathrm{pq}} \\ \mathbf{K}_{\mathrm{qp}} & \mathbf{K}_{\mathrm{q}} \end{bmatrix}$ – корреляционная матрица задающих режимных параметров, элементы которой находятся по статистическим данным [4]

$$k_{p_i p_j} = \sum_{\mu=1}^{M} \left(p_{i\mu} - p_i \right)\left(p_{j\mu} - p_j \right) \Big/ (M-1) .$$

Оценку дисперсионной составляющей и корреляционной матрицы в выражениях (9) можно осуществить на базе линеаризованного уравнения (2) относительно отклонений режимных параметров от средних за тот же временной интервал.

Применение матричного уравнения (2) позволяет выполнить итерационный процесс вычисления непосредственно токов в ветвях схемы сети. При решении узловых уравнений ток в ветвях будет определяться с помощью разности напряжений в ее конечных узлах и на начальных приближениях величина тока будет весьма приближенной изза большой погрешности напряжений узлов. Процесс получения токов или потоков можно существенно ускорить, если использовать безытеративный расчет потокораспределения по формулам (8). Скорость расчета превосходит другие приближенные методы и позволяет получить гарантированное решение и при неудовлетворительных режимных исходных данных.

Модели определения потоков, потерь мощностей или энергии работоспособны с использованием как детерминированных, так и вероятностных исходных данных, учитывая, что в реальных условиях постоянная регистрация режимной информации проводится только для самых ответственных узлов энергосистемы, а для большинства других - контрольные замеры в зимний максимум и летний минимум нагрузок.

Изменение условий управления электроэнергетическими процессами и формирующегося рынка продажи электроэнергии генерирующими компаниями, определение потерь мощности, энергии при разнохарактерных нагрузках достаточно сложная и актуальная задача, как отмечается выше, решение которой гарантируется с помощью описанных моделей, если нагрузки узлов потребления воспроизводить с учетом выражения (3), а мощности генерирующих узлов находить путем оптимизации режима, в котором узловая нагрузка потребления выражена средними значениями.

Литература

1. Жуков Л.А., Стратан И.П. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем: Методы расчетов. - М.: Энергия, 1979. - 416 с.

2. Павлюков В.С., Фомин НИ. Математические модели для расчета потерь и относительных приростов потерь электроэнергии в питающих сетях// Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». - 2002. -Вып. 2. -№ 7(16). - С. 12-13.

3. Фомин Н.И., Павлюков В.С. Модели расчета потерь электроэнергии в питающей сети для задачи оптимизации эксплуатационных схем распределительных электрических сетей// Современные энергетические системы и комплексы и управления ими: Материалы IV Междунар. науч.-практ. конф., г. Новочеркасск, 28 мая 2004 г.: В 2 ч./ Юж.-Рос. гос. техн. ун-т(НПИ). — Новочеркасск: ЮРГТУ, 2004. - Ч. 1.-С. 11-15.

4. Липес А. В. Применение методов математической статистики для решения электроэнергетических задач: Уч. пособие. - Свердловск: Изд-во УПИ им. СМ. Кирова, 1983. - 88 с.

Павлюков Валерий Сергеевич в 1961 г. окончил Челябинский политехнический институт. С 1966 г. по 1978 г. работал на кафедре теоретических основ электротехники. С 1978 г. по настоящее время работает на кафедре электрических станций, сетей и систем. Канд. техн. наук, доцент. Научные интересы связаны с расчетами питающих и распределительных сетей.

Павлюков Сергей Валерьевич в 2001 г. окончил Южно-Уральский государственный университет. Научные интересы связаны с исследованиями математической модели балансирующего рынка и прогнозом электропотребления в РЭЭС.