

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

А.Н. Потапов, Л.М. Артемьева



Потапов Александр Николаевич
Челябинск, зав. каф. стр. механики ЮУрГУ, д.т.н., профессор

Артемьева Любовь Михайловна
Челябинск, асп. каф. стр. механики ЮУрГУ

Высотные сооружения испытывают порывы ветра в виде пульсаций, характеризующиеся частотой и интенсивностью воздействия. Частотный диапазон пульсаций лежит в границах от 0,01 до 10 Гц. Интенсивность ветрового воздействия на сооружение зависит от частоты порывов ветра, причем максимум энергии порывов приходится на диапазон частот от 0,01 до 0,1 Гц [1].

Частотный диапазон современных зданий находится в интервале от десятых долей до ста и более Гц. В связи с этим режим пульсаций скоростного напора с диапазоном [0,01; 0,1] Гц не вызывает резонансных колебаний и по своему воздействию на конструкцию близок к статическому. Режим с диапазоном [0,1; 10] Гц является резонансным, так как в этом случае спектры собственных частот здания и порывов ветра пересекаются между собой, что при совпадении частот создает опасность возникновения резонанса.

Анализ ветрограмм [2, 3] показывает, что профили ветра имеют вид треугольных зубчиков различных размеров и плотности распределения. Поэтому в качестве пульсационной составляющей ветровой нагрузки можно принять нагрузку треугольного вида (рис. 1а). При этом наибольшую опасность для здания представляют порывы ветра с регулярным характером пульсаций (рис. 1б). Так как средняя продолжительность одной пульсации

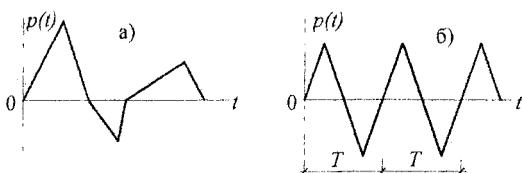


Рис. 1. Треугольная нагрузка:
а) с произвольными параметрами зубчика;
б) регулярного типа

Проведено исследование динамической реакции дискретной диссипативной системы при действии периодической нагрузки треугольной формы. Методом временного анализа выполнен упругий расчет каркасного многоэтажного здания на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки.

в резонансном режиме соизмерима с периодом собственных колебаний, отвечающим основному тону либо одной из ближайших низших частот конструкции, то можно считать, что треугольная нагрузка носит импульсный характер.

1. Общая информация

Уравнения движения дискретной диссипативной конструкции (система ОДУ с постоянными коэффициентами) и их алгебраический аналог - уравнения движения собственных форм (характеристическое матричное квадратное уравнение) представляются в виде

$$M\ddot{Y} + C\dot{Y} + KY = P(t), \quad (1)$$

$$MS^2 + CS + K = 0, \quad (2)$$

где M, C, K - положительно определенные матрицы масс, демпфирования и жесткости соответственно; $Y(t), P(t)$ - векторы искомых перемещений и заданных нагрузок; S - матрица внутренних динамических характеристик системы.

Для матрицы S , отвечающей за внутренние динамические параметры системы, справедливо разложение $S_{1,2} = M^{-1}(-C + V \pm U)/2$, где $V = -V^T, U = U^T \in M_n$. Если диссипация системы мала, то $V = \text{Re } V, U = i \text{Im } U$ и тогда матричные корни являются комплексно-сопряженными $S_1 = S, S_2 = \bar{S}$. Значения матриц V, U отыскиваются с помощью итерационного алгоритма [4].

После нахождения матричных корней и построения фундаментальных решений: $\text{Re} [\Phi(t)A]$, где A - вектор постоянных интегрирования, $\Phi(t) = e^{St}$ - фундаментальная матрица, аналитические решения неоднородного ОДУ (1) представляются в виде векторов перемещений и скоростей соответственно

$$Y(t) = 2 \text{Re}\{Y_i^0(t) + Y_i^p(t)\}, \quad (3)$$

$$\dot{Y}(t) = 2 \text{Re}\{S[Y_i^0(t) + Y_i^p(t)]\}, \quad (3)$$

где

$$Y_i^0(t) = \Phi(t - t_i)U^{-1}M[-\bar{S}Y_0 + \dot{Y}_0], \quad (4)$$

$$Y_i^p(t) = U^{-1} \int_{t_i}^t \Phi(t - \tau)^T P(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Теоретические исследования

Здесь $U = 2l M \text{Im } S$; t_i – время начала действия внешней нагрузки $P(t)$; Y_0, \dot{Y}_0 – векторы начальных условий.

2. Действие периодической треугольной нагрузки

Пусть в узлах дискретной системы действуют знакопеременяющиеся импульсы сил симметричной треугольной формы (рис. 2). Пульсации независимо от номера узла имеют одинаковую периодичность T , вследствие чего параметры $t_1, t_2, \dots, t_k, \dots$ нагрузки $p_j(t)$ ($j = 1, \dots, n$) для всех узлов системы одинаковы. Амплитуды p_{0j} в различных узлах, в общем случае, различны и определяются вектором $P_0 = [p_{01}, \dots, p_{0n}]^T$.

Вектор-функция $P(t)$ на первом участке ($t \in [t_0, t_1]$), на нисходящих ($t \in [t_k, t_l], l = k + 1$) и на

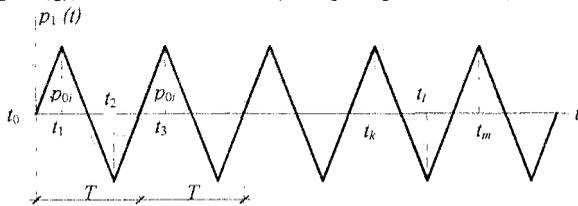


Рис. 2. Треугольная нагрузка регулярного типа

восходящих ($t \in [t_l, t_m], m = l + 1$) фазах действия нагрузки выражаются следующими законами:

$$P(t) = P_0 t / t_l, P(t) = P_0 (a_k + b_k t), P(t) = P_0 (a_l + b_l t), \quad (6)$$

где $a_k = 2(t_k + t_l)/T$; $b_l = -b_k = 4/T$; $a_l = -2(t_l + t_m)/T$.

Для вычисления интеграла (5) с вектор-функциями (6) необходимо получить аналитические выражения вспомогательных интегралов:

$$I_l(t) = \int_{t_i}^t \Phi(t - \tau) d\tau, J_l(t) = \int_{t_i}^t \Phi(t - \tau) \tau d\tau. \quad (7)$$

Первый интеграл $I_l(t)$ в (7) имеет вид

$$I_l(t) = -S^{-1} \Phi(t - \tau) \Big|_{t_i}^t = [\Phi(t - t_i) - E] S^{-1}. \quad (8)$$

где E – единичная матрица. Во втором интеграле в (7) выполним интегрирование по частям ($u = \tau, du = d\tau; dv = \Phi(t - \tau) d\tau, v = -S^{-1} \Phi(t - \tau)$):

$$\begin{aligned} J_l(t) &= \int_{t_i}^t \Phi(t - \tau) \tau d\tau = \{vu \Big|_{t_i}^t - \int v du\} = \\ &= [\Phi(t - t_i) t_i - E t] S^{-1} + [\Phi(t - t_i) - E] S^{-2}. \end{aligned}$$

После несложных преобразований получим

$$J_l(t) = \{[\Phi(t - t_i) - E][t_i S^{-1} + S^{-2}] - (t - t_i) S^{-1}\}. \quad (9)$$

На первом участке (при $P(t) = P_0 t / t_1$ в (6)) интеграл (5) при $t_i = t_0$ с учетом формул (7), (9) и свойства $U^{-1} \Phi(t)^T = \Phi(t) U^{-1}$ [4] принимает вид:

$$\begin{aligned} Y_k^p(t) &= J_0(t) U^{-1} P_0 / t_1 = \\ &= \{[\Phi(t - t_0) - E][S t_0 + E] - (t - t_0) S\} (US^2)^{-1} P_0 / t_1. \end{aligned} \quad (10)$$

Отсюда, учитывая $Y_0 = \dot{Y}_0 = 0$ ($t \in [t_0, t_1]$), получаем уравнения полной реакции системы (3)–(5)

$$\begin{cases} Y(t) = 2 \text{Re} \{[\Phi(t) - E - St](US^2)^{-1}\} P_0 / t_1, \\ \dot{Y}(t) = 2 \text{Re} \{[\Phi(t) - E](US)^{-1}\} P_0 / t_1. \end{cases} \quad (11)$$

При движении системы на интервале $t \in [t_k, t_l]$ внешние силы подчиняются закону, определяемому средней формулой в (6). Интеграл (5) с учетом (7), (8), (9) и замены t_i на t_k , записывается так:

$$\begin{aligned} Y_k^p(t) &= I_k(t) U^{-1} P_0 a_k + J_k(t) U^{-1} P_0 b_k = \\ &= \{[\Phi(t - t_k) - E][S + b_k E] - b_k(t - t_k) S\} (US^2)^{-1} P_0. \end{aligned} \quad (12)$$

Для получения уравнений полной реакции системы (3) необходимо добавить составляющую при свободных колебаниях (4) при $t_i = t_k$

$$Y_k^0(t) = \Phi(t - t_k) U^{-1} M [-S \bar{Y}_0 + \dot{Y}_0], \quad (13)$$

где векторы начальных условий вычисляются по уравнениям реакции системы в конце предыдущего участка $[t_{k-1}, t_k]$ при $t = t_k$.

На интервале времени $t \in [t_l, t_m]$, где закон динамического воздействия определяется последней формулой в (6), уравнения реакции (3) выводятся по аналогии с предыдущим (при $t_i = t_l$):

$$\begin{aligned} Y_l^p &= -\{[\Phi(t - t_l) - E][S - b_l E] + b_l(t - t_l) S\} (US^2)^{-1} P_0, \\ Y_l^0(t) &= \Phi(t - t_l) U^{-1} M [-S \bar{Y}_0 + Y_0]. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, по уравнениям (11)–(14) можно в аналитическом виде вычислить параметры динамической реакции ДДС (3) при действии периодической треугольной нагрузки.

3. Численная реализация

Проведем оценку колебаний каркасного железобетонного 15-этажного здания постоянной жесткости при действии треугольных знакопеременных импульсов (рис. 2). План этажа здания представлен на рис. 3.

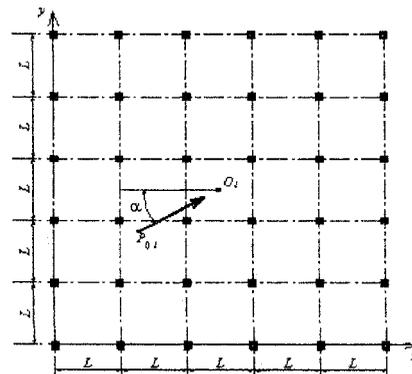


Рис. 3. План этажа

Шаг колонн $L = 6$ м, высота этажа $h = 3,3$ м. Плотность материала конструкций $2,2 \text{ т/м}^3$; модуль упругости $2,05 \cdot 10^7 \text{ кН/м}^2$. Согласно сдвиговой модели здания его массы сосредоточены в уровнях перекрытий, колонны считаются невесомыми, РДМ здания представлена системой с 45-ю степенями свободы: каждое перекрытие этажа имеет в горизонтальной плоскости три независимых перемещения (два линейных и одно угловое). Сечения

колонн – 40 x 40 см; массы перекрытий – 340 т (1-й этаж), 319 т (2–14-й этажи), 298 т (15-й этаж).

На основе геометрических, физических и динамических характеристик системы строятся матрицы инерции и жесткости РДМ здания. Внутреннее трение материала учитывается моделью неоднородного демпфирования [4]: $C = KT$, где T – диагональная матрица, элементы которой зависят от динамических параметров соответствующей консервативной системы.

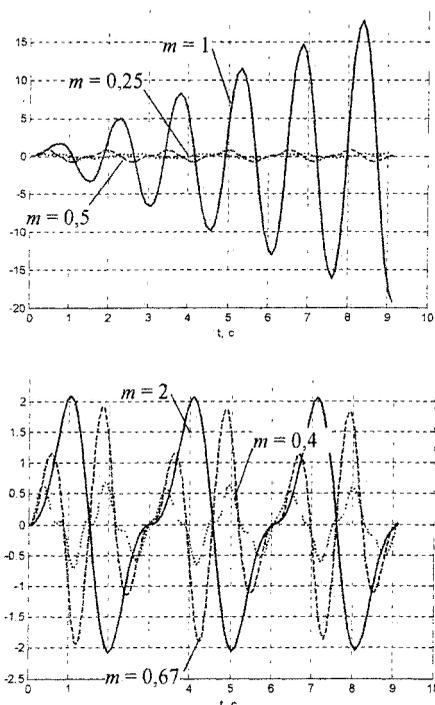


Рис. 4. Осциллограммы относительных смещений (мм) центра тяжести перекрытия 1-го этажа при различных значениях t

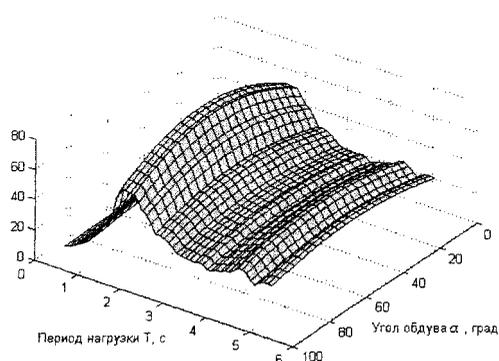


Рис. 5. Поверхность максимальных абсолютных смещений (мм) центра тяжести перекрытия 15-го этажа

Амплитуды периодической нагрузки прикладываются в уровне перекрытий каждого этажа здания и определяются по характеристикам нормативного давления ветра в соответствии с [5] (III-й ветровой район, тип местности А). При $\alpha = 0$ первые 15 компонент вектора амплитуд $P_0 = [p_{0i}]$ составили:

$p_{01} = 28,2$ кН; $p_{02} = p_{03} = 37,6$ кН; $p_{04} = \dots = p_{06} = 47,0$ кН, $p_{07} = \dots = p_{012} = 56,4$ кН, $p_{013} = \dots = p_{015} = 64,0$ кН.

Низшая частота собственных колебаний каркаса составила 0.657 Гц, что соответствует наибольшему периоду собственных колебаний – $T_1 = 1,522$ с.

Для оценки режимов работы каркаса введем величину $m = T / T_1$ (T – период внешних сил). На рис. 4 приведены некоторые параметры реакции здания для 1-го этажа при $\alpha = 0$ в дорезонансном режиме ($m < 1$), при резонансе ($m = 1$) и $m > 1$.

На рис. 5 приведена поверхность максимальных перемещений центра тяжести перекрытия верхнего (15-го) этажа здания, построенная при варьировании параметров внешней ветровой нагрузки: периодичности T и угла обдува α здания (рис. 5). Шаг цикла при построении сеточной поверхности для периода T принимался, равным $\Delta T = 0,1$ с, для угла $\alpha - \Delta \alpha = 4$ град.

Из графика следует, что наибольшие абсолютные перемещения возникают при значении угла обдува $\alpha = 45^\circ$. Резонансный пик на поверхности перемещений образуется при $T = 1,522$ с, т.е. при совпадении частоты пульсаций ветра с основным тоном колебаний здания.

Выводы

В замкнутом виде построено уравнение динамической реакции дискретной системы с упруговязким сопротивлением колебаниям при действии периодической нагрузки треугольной формы.

Выполнен временной анализ РДМ каркасного 15-этажного здания на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки. Построены параметры динамической реакции каркаса для различных режимов работы расчетной модели, включая резонансный режим.

Литература

1. Остроумов, Б. В. О квазистатической составляющей реакции сооружений на порывы ветра / Б. В. Остроумов // *Промышленное и гражданское строительство-2006.-№ 2.* - С. 24-25.
2. Масленников, А.М. Расчет башен на импульсную нагрузку / А.М. Масленников // *Строительная механика и расчет сооружений.-1985.-№5.* -С. 36-39.
3. Соколов, А.Г. *Металлические конструкции антенных устройств* / А.Г. Соколов. - М.: Стройиздат – 1971 -240 с.
4. Потапов, А.Н. *Динамический анализ дискретных диссипативных систем при нестационарных воздействиях: монография* / А.Н. Потапов. - Челябинск: Изд-во ЮУрГУ.- 2003. - 167 с.
5. СНиП 2.01.07-85* *Нагрузки и воздействия*, М.: ФГУП ЦПП.- 2006. - 44 с.