УДК 629.76: 519.8: 623.454.244: 621.373.8: 681.7.068: 519.8

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ ИНИЦИИРОВАНИЯ ПИРОСРЕДСТВ РАКЕТНОГО КОМПЛЕКСА ПО МЕТОДУ БЕЛМАНА-ЗАДЕ

М.И. Решетников, В.Г. Зезин

В работе описана методика, использующая нечеткий логический вывод с применением принципа Беллмана-Заде, позволяющая осуществить многокритериальный анализ для выбора типа системы инициирования пироэнергосредств на начальном этапе проектирования.

Ключевые слова: нечеткое множество, принцип Беллмана-Заде, система инициирования пиросредств, многокритериальный анализ.

В настоящее время при выборе наилучшего варианта конструктивно-схемного исполнения вспомогательных ракетных систем все еще достаточно широко распространен традиционный подход, когда производится сравнение различных вариантов по одному – двум критериям, имеющим надежно определяемое численное выражение (например, масса, вероятность безотказной работы). Непосредственно же решение о выборе принимается конструктором, по существу, субъективно эвристически с учетом, по возможности, и других критериев, характеризуемых качественно (например, безопасность, стойкость к внешним факторам, степень отработки).

Вместе с тем постоянно возрастающие требования к качеству разработки ракетно-космической техники при ужесточении финансирования обуславливают необходимость использования многокритериального анализа с формированием единого, обобщенного показателя, характеризующего качество системы в целом с учетом всех частных критериев. Именно этого требует современная идеология системного подхода к разработке.

Рассмотрим начальную стадию проектирования ракетного комплекса, когда облик ракеты еще окончательно не сформирован и такие характеристики систем, как масса, надежность и т.п. не могут быть определены с достаточной степенью достоверности. Вследствие этого многокритериальный анализ при выборе наилучшего варианта приходится делать в условиях значительной степени неопределенности.

Методология многокритериального анализа в настоящее время достаточно хорошо разработана для решения задач в экономической и социальной сферах [1, 2, 3]. Для описания неопределенности современная теория принятия решений широко применяет аппарат теории нечетких множеств, в рамках которой, задачи, подобные рассматриваемой нами, часто решаются с использованием принципа Беллмана-Заде [4, 5]. В настоящей работе показано, каким образом указанный метод может быть применен для решения задачи выбора типа системы инициирования.

В общем случае задача многокритериального анализа заключается в следующем. Рассматривается множество альтернатив $\boldsymbol{S}=\{S_1,S_2,...S_k\}$ (в нашем случае это множество типов систем инициирования), каждая из которых должна удовлетворять множеству ограничений $\boldsymbol{G}=\{G_1,G_2,...,G_n\}$ и оценивается по критериям сравнения из множества $\boldsymbol{C}=\{C_1,C_2,...,C_m\}$. Комплексная оценка качества *j*-ой альтернативы формируется как результат некоторой свертки, переводящей вектор $\mathbf{d}_j=\{d_{j1},d_{j2},...,d_{jm}\}$ результатов оценок альтернативы по каждому критерию C_i в скаляр D_j. В итоге получается множество оценок $\boldsymbol{D}=\{D_1,D_2,...D_k\}$. Лучшей оценке из этого множества соответствует и лучшая альтернатива.

Введем параметр $\mu_{C_i}(S_j)\in[0,1],\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,k}$, которым будем оценивать вариант S_j по критерию C_i. Чем больше $\mu_{C_i}(S_j)$, тем лучше вариант S_j по критерию C_i. Тогда критерий C_i можно представить нечетким множеством $\tilde{\boldsymbol{C}}_i$ на универсуме $\boldsymbol{S}$:

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_i=\left\{\frac{\mu_{C_i}(S_1)}{S_1},\frac{\mu_{C_i}(S_2)}{S_2},...,\frac{\mu_{C_i}(S_k)}{S_k}\right\},$$

где $\mu_{C_i}\left(S_j\right)$ – степень принадлежности элемента S_j универсума нечеткому множеству $\tilde{\boldsymbol{C}}_i$. Она характеризует степень соответствия альтернативы понятию, характеризуемому данным критерием.

Ограничения также могут рассматриваться, как нечеткие множества со своими функциями принадлежности:

$$\tilde{\boldsymbol{G}}_i = \left\{ \frac{\mu_{G_i}(S_1)}{S_1}, \frac{\mu_{G_i}(S_2)}{S_2}, \ldots \frac{\mu_{G_i}(S_k)}{S_k} \right\}, \; i = \overline{1,n}.$$

Тогда применение к множеству $\boldsymbol{S}$ определенных таким образом критериев и ограничений сформирует нечеткое множество итоговых оценок качества альтернатив (сам метод формирования итоговых оценок будет обсуждаться несколько позже):

$$\tilde{\boldsymbol{D}} = \left\{ \frac{\mu_D(S_1)}{S_1}, \frac{\mu_D(S_2)}{S_2}, \ldots \frac{\mu_D(S_k)}{S_k} \right\}.$$

Функция принадлежности $\mu_D\left(S_j\right)$ этого нечеткого множества показывает, насколько хорошо эта оценка удовлетворяет нечетким целям и нечетким ограничениям.

Согласно принципу Беллмана–Заде [4], наилучшей будет альтернатива, которая в наибольшей степени одновременно удовлетворяет всем ограничениям и критериям, а нечеткое решение представляет собой пересечение ограничений и частных критериев [4, 5]:

$$\tilde{\boldsymbol{D}} = \tilde{\boldsymbol{G}}_1 \cap \tilde{\boldsymbol{G}}_2 \cap \ldots \cap \tilde{\boldsymbol{G}}_n \cap \tilde{\boldsymbol{C}}_1 \cap \tilde{\boldsymbol{C}}_2 \cap \ldots \cap \tilde{\boldsymbol{C}}_m, \tag{16}$$

что соответствует операции конъюнкции соответствующих функций принадлежности:

$$\mu_D = \mu_{G_1} \wedge \mu_{G_2} \wedge \ldots \wedge \mu_{G_n} \wedge \mu_{C_1} \wedge \mu_{C_2} \wedge \ldots \wedge \mu_{C_m}.$$

Если критерии и ограничения имеют различную важность, то водятся коэффициенты относительной важности ограничений $\alpha_i \in (0,1)$ $i = \overline{1,m}$ и критериев $\beta_j \in (0,1)$ $j = \overline{1,n}$:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i + \sum_{j=1}^{m} \beta_j = 1.$$

В этом случае функция принадлежности решения определяется так:

$$\mu_D = \left(\mu_{G_1}\right)^{\alpha_1} \wedge \left(\mu_{G_2}\right)^{\alpha_2} \wedge \ldots \wedge \left(\mu_{G_n}\right)^{\alpha_n} \wedge \left(\mu_{C_1}\right)^{\beta_1} \wedge \left(\mu_{C_2}\right)^{\beta_2} \wedge \ldots \wedge \left(\mu_{C_m}\right)^{\beta_m}.$$

В соответствии с правилами выполнения операций над нечеткими множествами (16) эквивалентно равенству:

$$\tilde{\boldsymbol{D}} = \left\{ \frac{\min\limits_{\substack{i=\overline{1,n} \\ j=\overline{1,m}}} \left(\mu_{G_i}(S_1), \mu_{C_j}(S_1) \right)}{S_1}, \ldots, \frac{\min\limits_{\substack{i=\overline{1,n} \\ j=\overline{1,m}}} \left(\mu_{G_i}(S_k), \mu_{C_j}(S_k) \right)}{S_k} \right\}. \qquad (17)$$

Полученное нечеткое множество $\tilde{\boldsymbol{D}}$ дает в качестве наилучшего варианта D тот, у которого наибольшая функция принадлежности:

$$D = \arg\max \left(\mu_D(S_1), \mu_D(S_2), \ldots, \mu_D(S_k) \right). \qquad (18)$$

Если критерии имеют различную степень важности, то степень принадлежности нечеткого множества $\tilde{\boldsymbol{D}}$, в соответствии с подходом, предложенным Р. Егером [6], находится, как:

$$\mu_D(S_j) = \min\limits_{\substack{i=\overline{1,n} \\ l=\overline{1,m}}} \left[\left(\mu_{G_i}(S_j) \right)^{\alpha_i}, \left(\mu_{C_l}(S_j) \right)^{\beta_l} \right], \quad j = \overline{1,k}, \qquad (19)$$

где α_i, β_l – коэффициенты относительной важности ограничения G_i и критерия C_l соответственно. Показатели степени в (19) концентрируют нечеткое множество в соответствии с мерой важности ограничений и критериев.

На рассматриваемом этапе разработки при сравнении систем по тому или иному критерию используются экспертные оценки. Поэтому для определения функций принадлежности целесообразно применить метод парных сравнений альтернативных вариантов с помощью 9-бальной шкалы Саати [3, 7]. Для этого экспертно определяется уровень преимущества a_{ij} системы S_i над системой S_j $\left(i, j = \overline{1,k} \right)$ с использованием данных табл. 1.

Таблица 1

Уровень преимущества S_i над S_j	a_{ij}	Уровень преимущества S_i над S_j	a_{ij}
Отсутствует	1	Почти явное	6
Почти слабое	2	Явное	7
Слабое	3	Почти абсолютное	8
Почти существенное	4	Абсолютное	9
Существенное	5		

Результаты представляются в виде матрицы:

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ \ldots \\ S_k \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} S_1 & S_2 & \ldots & S_k \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{k1} & a_{k2} & \ldots & a_{kk} \end{bmatrix} \end{array},$$

которая является диагональной $\left(a_{ii}=1,\ i=\overline{1,k}\right)$ и обратно симметричной $\left(a_{ij}=1/a_{ji},\ i,j=\overline{1,k}\right)$. Степени принадлежности принимают равными соответствующим координатам собственного вектора $\mathbf{w}=\left[w_1,w_2,...,w_n\right]^T$ матрицы парных сравнений **A**:

$$\mu\left(S_i\right)=w_i,\quad i=\overline{1,k}\,.$$

Собственный вектор находят из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases}\mathbf{Aw}=\lambda_{\max}\mathbf{w},\\ w_1+w_2+...+w_n=1,\end{cases}\qquad(20)$$

где $\lambda_{\max}$ – максимальное собственное значение матрицы **A**.

Для определения коэффициентов относительной важности критериев и ограничений также можно применить процедуру парных сравнений по шкале Саати.

Сравним три вида проектируемых систем: низковольтная S_1, высоковольтная S_2 и лазерная S_3 с целью выбора наилучшего варианта. Сравнение систем будем проводить, например, по следующим критериям: C_1 – надежность функционирования; C_2 – габаритно-массовые характеристики; C_3 – безопасность при эксплуатации; C_4 – стойкость к внешним факторам; C_5 – диагностируемость при наземной эксплуатации; C_6 – стоимость; C_7 – параметры долговечности; C_8 – энергопотребление.

Результаты сравнительных экспертных оценок по указанным критериям, выраженные в лингвистической форме, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Критерий	Преимущество системы	Критерий	Преимущество системы
C_1	S_1 над S_2 почти слабое S_1 над S_3 почти слабое S_2 над S_3 отсутствует	C_5	S_2 над S_1 слабое S_3 над S_1 абсолютное S_3 над S_2 абсолютное
C_2	S_1 над S_2 слабое S_1 над S_3 слабое S_2 над S_3 отсутствует	C_6	S_1 над S_2 почти явное S_1 над S_3 явное S_2 над S_3 почти слабое
C_3	S_2 над S_1 слабое S_3 над S_1 абсолютное S_3 над S_2 явное	C_7	S_3 над S_1 почти слабое S_3 над S_2 почти слабое S_2 над S_1 почти слабое
C_4	S_2 над S_1 слабое S_3 над S_1 явное S_3 над S_2 явное	C_8	S_3 над S_1 почти абсолютное S_3 над S_2 абсолютное S_1 над S_2 почти слабое

Матрицы парных сравнений, соответствующие данным высказываниям, имеют вид:

$$\mathbf{A}(C_1)=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1/2 & 1 & 1\\ 1/2 & 1 & 1\end{bmatrix}, \mathbf{A}(C_2)=\begin{bmatrix}1 & 3 & 3\\ 1/3 & 1 & 1\\ 1/3 & 1 & 1\end{bmatrix}, \mathbf{A}(C_3)=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1/2 & 1 & 1\\ 1/2 & 1 & 1\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}(C_4)=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1/2 & 1 & 1\\ 1/2 & 1 & 1\end{bmatrix}, \mathbf{A}(C_5)=\begin{bmatrix}1 & 3 & 3\\ 1/3 & 1 & 1\\ 1/3 & 1 & 1\end{bmatrix}, \mathbf{A}(C_6)=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1/2 & 1 & 1\\ 1/2 & 1 & 1\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}(C_7)=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1/2 & 1 & 1\\ 1/2 & 1 & 1\end{bmatrix}, \mathbf{A}(C_8)=\begin{bmatrix}1 & 3 & 3\\ 1/3 & 1 & 1\\ 1/3 & 1 & 1\end{bmatrix}.$$

Решая систему (20), для каждой матрицы, находим степени принадлежности систем нечетким множествам критериев $\mu_{C_i}\left(S_j\right)$, величины которых приведены в табл. 3.

Таблица 3

Система	Степень принадлежности $\mu_{Ci}(S_j)$							
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
S_1	0,5	0,6	0,07	0,08	0,06	0,76	0,2	0,12
S_2	0,25	0,2	0,14	0,16	0,13	0,15	0,31	0,07
S_3	0,25	0,2	0,79	0,76	0,81	0,09	0,49	0,81

Соответствующие данным степеням принадлежности нечеткие множества критериев имеют вид:

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_1=\left\{\frac{0,50}{S_1},\frac{0,25}{S_2},\frac{0,25}{S_3}\right\};\ \tilde{\boldsymbol{C}}_2=\left\{\frac{0,60}{S_1},\frac{0,20}{S_2},\frac{0,20}{S_3}\right\};\ \tilde{\boldsymbol{C}}_3=\left\{\frac{0,07}{S_1},\frac{0,14}{S_2},\frac{0,79}{S_3}\right\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_4=\left\{\frac{0,08}{S_1},\frac{0,16}{S_2},\frac{0,76}{S_3}\right\};\ \tilde{\boldsymbol{C}}_5=\left\{\frac{0,06}{S_1},\frac{0,13}{S_2},\frac{0,81}{S_3}\right\};\ \tilde{\boldsymbol{C}}_6=\left\{\frac{0,76}{S_1},\frac{0,15}{S_2},\frac{0,09}{S_3}\right\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_7=\left\{\frac{0,20}{S_1},\frac{0,31}{S_2},\frac{0,49}{S_3}\right\};\quad \tilde{\boldsymbol{C}}_8=\left\{\frac{0,12}{S_1},\frac{0,07}{S_2},\frac{0,81}{S_3}\right\}.$$

Результаты парных сравнений критериев в лингвистической форме приведены в табл. 4.

Таблица 4

Преимущество критерия	Преимущество критерия	Преимущество критерия
C_1 над C_2 существенное	C_1 над C_3 отсутствует	C_1 над C_4 почти слабое
C_1 над C_5 слабое	C_1 над C_6 явное	C_1 над C_7 почти существенное
C_1 над C_8 существенное	C_3 над C_2 почти явное	C_4 над C_2 существенное
C_5 над C_2 почти существенное	C_2 над C_6 почти слабое	C_7 над C_2 слабое
C_8 над C_2 почти слабое	C_3 над C_4 почти слабое	C_3 над C_5 слабое
C_3 над C_6 явное	C_3 над C_7 почти существенное	C_3 над C_8 существенное
C_4 над C_5 почти слабое	C_4 над C_6 почти явное	C_4 над C_7 слабое
C_4 над C_8 почти существенное	C_5 над C_6 существенное	C_5 над C_7 почти слабое
C_5 над C_8 слабое	C_7 над C_6 почти существенное	C_8 над C_6 слабое
C_7 над C_8 почти слабое		

Этим экспертным высказываниям соответствует следующая матрица парных сравнений:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & 2 & 3 & 7 & 4 & 5 \\ 1/5 & 1 & 1/6 & 1/5 & 1/4 & 2 & 1/3 & 1/2 \\ 1 & 6 & 1 & 2 & 3 & 7 & 4 & 5 \\ 1/2 & 5 & 1/2 & 1 & 2 & 6 & 3 & 4 \\ 1/3 & 4 & 1/3 & 1/2 & 1 & 5 & 2 & 3 \\ 1/7 & 1/2 & 1/7 & 1/6 & 1/5 & 1 & 1/4 & 1/3 \\ 1/4 & 3 & 1/4 & 1/3 & 1/2 & 4 & 1 & 2 \\ 1/5 & 2 & 1/5 & 1/4 & 1/3 & 3 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Решая систему (20), для данной матрицы, находим, соответствующие коэффициенты относительной важности:

$$\alpha_1 = 0,2588; \alpha_2 = 0,0359; \alpha_3 = 0,2632; \alpha_4 = 0,1735; \alpha_5 = 0,1155;$$
$$\alpha_6 = 0,0250; \alpha_7 = 0,0768; \alpha_8 = 0,0513,$$

откуда видно, что наибольшей важностью обладают критерии C_1 (надежность) и C_3 (безопасность).

Используя полученные величины коэффициентов относительной важности, по формуле (19) находим следующие нечеткие множества:

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_1^{\alpha_1}=\left\{\frac{0,5^{0,2588}}{S_1},\frac{0,25^{0,2588}}{S_2},\frac{0,25^{0,2588}}{S_3}\right\}=\left\{\frac{0,836}{S_1},\frac{0,699}{S_2},\frac{0,699}{S_3}\right\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_2^{\alpha_2}=\left\{\frac{0,5^{0,0359}}{S_1},\frac{0,25^{0,0359}}{S_2},\frac{0,25^{0,0359}}{S_3}\right\}=\left\{\frac{0,982}{S_1},\frac{0,944}{S_2},\frac{0,944}{S_3}\right\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_3^{\alpha_3}=\left\{\frac{0,07^{0,2632}}{S_1},\frac{0,14^{0,2632}}{S_2},\frac{0,79^{0,2632}}{S_3}\right\}=\left\{\frac{0,489}{S_1},\frac{0,606}{S_2},\frac{0,938}{S_3}\right\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_4^{\alpha_4}=\left\{\frac{0,08^{0,1735}}{S_1},\frac{0,16^{0,1735}}{S_2},\frac{0,76^{0,1735}}{S_3}\right\}=\left\{\frac{0,639}{S_1},\frac{0,726}{S_2},\frac{0,955}{S_3}\right\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_5^{\alpha_5}=\left\{\frac{0,06^{0,1155}}{S_1},\frac{0,13^{0,1155}}{S_2},\frac{0,81^{0,1155}}{S_3}\right\}=\left\{\frac{0,726}{S_1},\frac{0,790}{S_2},\frac{0,976}{S_3}\right\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_6^{\alpha_6}=\left\{\frac{0,76^{0,0250}}{S_1},\frac{0,15^{0,0250}}{S_2},\frac{0,09^{0,0250}}{S_3}\right\}=\left\{\frac{0,993}{S_1},\frac{0,954}{S_2},\frac{0,942}{S_3}\right\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_7^{\alpha_7}=\left\{\frac{0,20^{0,0768}}{S_1},\frac{0,31^{0,0768}}{S_2},\frac{0,49^{0,0768}}{S_3}\right\}=\left\{\frac{0,852}{S_1},\frac{0,914}{S_2},\frac{0,947}{S_3}\right\};$$

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_8^{\alpha_8}=\left\{\frac{0,120^{0,0513}}{S_1},\frac{0,07^{0,0513}}{S_2},\frac{0,81^{0,0513}}{S_3}\right\}=\left\{\frac{0,898}{S_1},\frac{0,875}{S_2},\frac{0,989}{S_3}\right\}.$$

Пересечение этих нечетких множеств дает, в соответствии с (17) следующие величины степеней принадлежности:

$$\mu_D(S_1)=\min\{0,836;\,0,982;\,0,489;\,0,639;\,0,726;\,0,993;\,0,852;\,0,898\}=0,489;$$

$$\mu_D(S_1)=\min\{0,699;\,0,944;\,0,606;\,0,726;\,0,790;\,0,954;\,0,914;\,0,875\}=0,606;$$

$$\mu_D(S_1)=\min\{0,699;\,0,944;\,0,938;\,0,955;\,0,976;\,0,942;\,0,947;\,0,989\}=0,699$$

и нечеткое множество итоговых оценок систем:

$$\tilde{\boldsymbol{D}}=\left\{\frac{0,489}{S_1},\frac{0,606}{S_2},\frac{0,699}{S_3}\right\}.$$

В соответствии с (18), применяя операцию максимума к степеням принадлежности данного нечеткого множества, находим наилучший вариант S_{opt} системы инициирования:

$$\mu_D\left(S_{\text{opt}}\right)=\max\{0,489,\ 0,606,\ 0,699\}=0,699=\mu_D\left(S_3\right);$$

$$D=S_3.$$

Следовательно, в рассмотренном примере лазерная система инициирования лучше других одновременно удовлетворяет всем критериям качества с учетом их важности.

Таким образом, применение аппарата нечетких множеств и нечетко-логического вывода с использованием метода Беллмана-Заде и метода иерархий Саати позволяет выполнить многокритериальный анализ систем инициирования пиросредств с формированием единого критерия качества для выбора наилучшей системы на начальном этапе проектирования ракетного комплекса.

Отметим также, что описанный метод удобен при сравнении систем инициирования и по частному критерию, такому как, например, безопасность, который сам является комплексной характеристикой. Ведь при оценке безопасности рассматриваются различные аварийные ситуации: при пожаре, при падении, при грозовом разряде и пр.

Библиографический список

1. Силов, В.Б. Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке / В.Б. Силов. – М.: ИНПРО-РЕС, 1995. – 228 с.

2. Орловский, С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации / С.А. Орловский. – М.: Наука; Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 208 с.

3. Борисов, А.Н. Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования / А.Н. Борисов, О.А. Крумберг, И.П. Федоров. – Рига: Знание, 1990. – 184 с.

4. Беллман, Р. Принятие решений в расплывчатых условиях / Р. Беллман, Л. Заде // Вопросы анализа и процедура принятия решений: сб. переводов. – М.: Мир, 1976. – С. 172–215.

5. Ротштейн, А.П. Нечеткий многокритериальный анализ вариантов с применением парных сравнений / А.П. Ротштейн, С.Д. Штовба // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2001. – № 3. – С. 150–154.

6. Yager R. Multiple objective decision-making using fussy sets // Int. J. Man-Mach. Sfud., 1979. Vol. 9. № 4. Pp. 375–382.

7. Саати, Т. Математические модели конфликтных ситуаций / Т. Саати; пер. с англ. – М.: Сов. Радио, 1977. – 304 с.

К содержанию