

Теоретические исследования

УДК 624.072.2:531.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧНОСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ БАЛКИ, ПАДАЮЩЕЙ НА УПОРЫ

В.Л. Высоковский, Р.Р. Фаттахов



Высоковский Владимир Львович

Челябинск, доцент каф. стр. механики ЮУрГУ, к.т.н.

Фаттахов Равиль Челябинск, студент ЮУрГУ

Решение задачи об ударе конструкции падающим грузом широко известно. Поведение элементов конструкции при падении на упоры в научной и учебной литературе рассмотрено недостаточно полно. Реальность такой постановки задачи была проиллюстрирована в работе [1] на примерах технологических воздействий при производстве железобетонных изделий.

Рассмотрим в качестве примера определение коэффициента динамичности и напряжений при падении балки прямоугольного сечения на упоры.

Примем допущения, аналогичные используемым при решении задачи об ударе тела, падающего на конструкцию, а именно:

удар абсолютно неупругий; материал конструкции работает упруго; напряжения и деформации распространяются мгновенно и тогда поведение конструкции при ударе подобно ее поведению при статическом нагружении; коэффициент подобия является коэффициент динамичности; рассеянием энергии пренебрегаем. При этом упоры считаем абсолютно жесткими.

Рассмотрим симметричную расчетную схему (рис. 1). Для определения коэффициента динамичности воспользуемся законом сохранения энергии, т.е. рассмотрим систему в двух состояниях: в начальном (рис 1,а), когда высота положения балки является максимальной, а скорость балки равна 0; и в момент максимального прогиба балки после удара (рис. 1,б), когда скорость ее точек становится равной 0.

Механическая энергия системы в начальном состоянии:

Решается задача определения коэффициента динамичности при падении балки на упоры. Проведен анализ влияния различных факторов на величину коэффициента динамичности и на величину максимальных напряжений, возникающих при таком ударе в балке.

$$\mathcal{E}_I = \Pi_0 + A \cdot L \cdot \gamma \cdot H,$$

где Π_0 – потенциальная энергия недеформированной балки на уровне упоров, A – площадь поперечного сечения, γ – удельный вес материала балки, H – высота, на которую балка была поднята, т.е. высота падения балки.

Механическая энергия системы во втором положении:

$$\mathcal{E}_{II} = \Pi_0 - \tilde{\Pi}_0 + U_0,$$

где U_0 – потенциальная энергия деформации балки от динамического воздействия, $\tilde{\Pi}_0$ – потенциальная энергия положения балки в момент максимального прогиба балки после удара.

Данные слагаемые можно представить в следующем виде:

$$U_0 = \int_L \frac{M_{x,ст}^2(z)}{2 \cdot E \cdot J} \cdot dz = K_0^2 \cdot \int_L \frac{M_{x,ст}^2(z)}{2 \cdot E \cdot J} \cdot dz = K_0^2 \cdot U_{st},$$

$$\tilde{\Pi}_0 = \int_L A \cdot \gamma \cdot V_d(z) \cdot dz = K_d \cdot \int_L A \cdot \gamma \cdot V_{st}(z) \cdot dz = K_0 \cdot \tilde{\Pi}_{st},$$

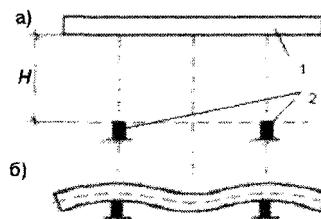


Рис. 1. Расчетная схема и расчетные состояния системы: 1 – балка, 2 – упоры

где V_{st} , U_{st} , $\tilde{\Pi}_{st}$ – соответственно прогиб, потенциальная энергия деформации и потенциальная энергия положения балки от ее статически действующего собственного веса; K_d – коэффициент динамичности.

Из условия баланса энергии получаем:

$$\Pi_0 + A \cdot \gamma \cdot L \cdot H_n = \Pi_0 - K_0 \cdot \tilde{\Pi}_{st} + K_0^2 \cdot U_{st}.$$

После приведения подобных приходим к квадратному уравнению относительно K_d :

$$U_{st} \cdot K_0^2 - \tilde{\Pi}_{st} \cdot K_0 - A \cdot \gamma \cdot L \cdot H_n = 0.$$

Из решения этого уравнения и, исходя из физического смысла задачи, имеем:

$$K_d = \frac{\tilde{H}_{st}}{2 \cdot U_{st}} + \sqrt{\frac{(\tilde{H}_{st})^2}{4 \cdot U_{st}^2} + \frac{4 \cdot A \cdot \gamma \cdot L \cdot H \cdot U_{st}}{4 \cdot U_{st}^2}} \quad (1)$$

Для вычисления U_{st} необходимо записать зависимость изгибающего момента от положения сечения по длине балки. Учитывая симметрию балки, рассмотрим лишь ее половину. Обозначим через l_1 и l_2 соответственно длины полупролета и консоли, а через $q=A\gamma$ – интенсивность распределенной нагрузки от собственного веса балки.

Приняв за начало координат середину балки, на первом участке ($0 \leq z \leq l_1$) получим

$$M_x(z) = \frac{A \cdot \gamma \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{2} - \frac{A \cdot \gamma \cdot z^2}{2}$$

и в результате в результате интегрирования.

$$U_{st,I} = q^2 b / 2EJ.$$

Здесь: $b = l_1(8l_1^4 - 20l_1^2 l_2^2 + 15l_2^4) / 60.$ (2)

На втором участке примем за начало отсчета правый конец консоли и получим

$$U_{st,II} = q^2 l_2^5 / 40EJ.$$

Учитывая, что $U_{st} = 2(U_{st,I} + U_{st,II})$ и $\tilde{H}_{st} = 2U_{st}$ из формулы (1) получаем

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2EJ(l_1 + l_2)H}{q(b + l_2^5 / 20)}} \quad (3)$$

где величина b определяется по (2).

Из (3) видно, что коэффициент динамичности зависит от ряда параметров: высоты падения балки, ее длины, а также от соотношения длин пролета и консолей балки, площади и момента инерции поперечного сечения, плотности и модуля упругости материала.

Используя эту формулу можно провести анализ влияния различных параметров на коэффициент динамичности. Для выполнения расчетов была составлена программа на TurboBasic.

Из формулы (4) видно, что:

1) коэффициент динамичности возрастает приблизительно пропорционально \sqrt{H} и \sqrt{E} (рис. 2а);

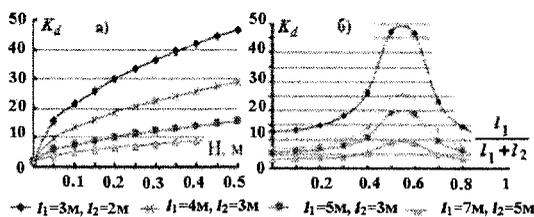


Рис. 2. Зависимость K_d от высоты (H) падения балки (а) и соотношения l_1 и l_2 (б)

2) с увеличением длины балки коэффициент динамичности уменьшается, но кроме длины балки необходимо учитывать соотношение длин пролета и консоли; данное соотношение оказывает сильное влияние на значение коэффициента динамичности, минимум достигается при длине консоли равной нулю, а максимум при соотношениях пролета к длине балки равных 0,55...0,552 (рис. 2б);

3) зависимость коэффициента динамичности от площади поперечного сечения и момента инерции сечения можно свести к зависимости от квадрата радиуса инерции (для прямоугольного сечения коэффициент динамичности возрастает приблизительно пропорционально высоте сечения).

При оценке работы элементов конструкции важен не сам по себе коэффициент динамичности, а связанный с ним рост напряжений.

Максимальные динамические напряжения в данном случае можно представить в виде

$$\sigma_{d,max} = K_d \cdot \sigma_{st,max} = K_d \cdot \frac{A \cdot \gamma \cdot \lambda}{2 \cdot W_x},$$

где λ – большее из значений l_1^2 и $l_1^2 - l_2^2$.

Независимо от формы и размеров сечения наибольшее $\sigma_{st,max}$ возникают в балке при нулевом пролете ($l_1=0, l_2=L/2$) и при отсутствии консолей ($l_1=L/2, l_2=0$) (рис. 3).

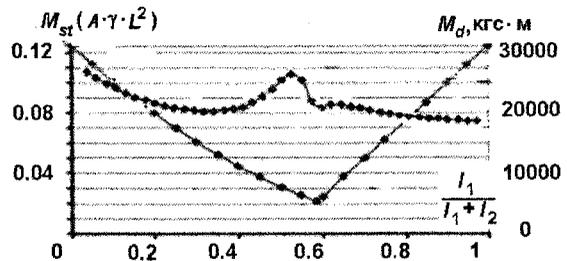


Рис. 3. Зависимость максимума значений статического изгибающего момента (M_{st}) и M_d от соотношения l_1 и l_2

Совсем иначе выглядит соотношение динамических напряжений, зависящих от динамического изгибающего моменты. Из графика, построенного для десятиметровой железобетонной балки ($\gamma=2500 \text{ кгс/м}^3, E=2 \cdot 10^9 \text{ кгс/м}^2$) прямоугольного сечения с размерами 25x28 см, падающей с высоты 0,5 м (рис. 5), видно, что примерно равные максимумы динамического момента соответствуют нулевому пролету и $l_1/(l_1+l_2)=0,525$.

При этом динамический момент превышает максимальный статический изгибающий момент соответственно в 12,5 и в 48 раз.

Наименьший расчетный динамический момент и $\sigma_{d,max}$ соответствуют балке без консолей (65,5% от максимального) и $l_1/(l_1+l_2)=0,325$ или 0,6 (71% и 74,5% соответственно).

Результаты данного исследования позволяют выбрать оптимальное, с точки зрения минимизации максимальных напряжений, расстояние между упорами и вычислить возникающие при падении балки напряжения.

Литература

1. Малютин, В. С. Технология предупреждения заводских дефектов в ЖБИ для жилых и промышленных зданий / В.С. Малютин// Проблемы повышения надежности и качества строительства: Сб. докл. научно-практ. конференции, Челябинск, 2003.- С.47-51