УДК 629.3.017.3

ЗАДАЧИ ПАССИВНОГО ПОВОРОТА ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ (ПОСТАНОВКА, МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ)

Б.М. Позин, И.П. Трояновская, В.Г. Апанасик

Ставится задача неуправляемого (пассивного) поворота гусеничной машины, составляется модель её движения при уводе в виде квазистатического процесса. Предлагается алгоритм численного решения задачи движения, основанный на теории криволинейного интеграла и модели взаимодействия гусениц с деформируемым грунтом.

Теория поворота гусеничных машин развивалась сначала как теория управляемого криволинейного движения. Потребности практического проектирования скоростных машин и его научного обеспечения определили круг задач и методы их решения: расчёт тягового и мощностного балансов, условий заноса, устойчивости, управляемости и др. [3, 7, 14].

Развитие тракторного парка машин и современное производство тихоходных тяговых машин и агрегатов на их базе выдвигает необходимость постановки и решения проблем неуправляемого (пассивного) поворота со своими задачами и методами решений.

Пассивным поворотом будем называть криволинейное движение машины под действием внешних сил без управляющего воздействия со стороны водителя. Исследования пассивного поворота немногочисленны и, как правило, посвящены частным задачам [5, 11, 13], тем более, что они, в отличие от задач управляемого поворота, не всегда имеют однозначное решение.

Наибольший интерес из задач пассивного поворота представляют задачи страгивания и увода.

Под страгиванием в теории поворота понимается начало или конец движения, когда угловая скорость машины равна нулю [1]. Решение этой задачи позволяет определить тягово-сцепные качества машины при сдвиге ее внешней силой, а также возможные угловые ускорения для определения динамических нагрузок в самой конструкции машины [1].

Задача страгивания (сдвига) с изотропным и анизотропным трением была сформулирована и решена еще Ф.А. Опейко [11] на основе трудов Н.Н. Шиллера и Н.Е. Жуковского о равновесии площадки с трением [6, 16]. Независимо от значения углового ускорения, для каждой линии действия сдвигающей силы задача страгивания имеет единственное решение относительно величины предельной силы и координат центра вращения.

Теоретические и экспериментальные исследования [2, 17] показали, что на деформируемом грунте задача страгивания гусеничной машины с места решается так же, как на твёрдом. Коэффициенты анизотропного трения в этом случае принимаются равными максимальным значениям продольных и поперечных коэффициентов сцепления гусеницы с грунтом.

Таким образом, задача страгивания гусеничной машины с места под действием внешней сдвигающей силы достаточно полно исследована, имеет теоретическое обоснование и экспериментальную проверку. Страгивание движущейся машины под действием внешней внецентренно приложенной нагрузки имеет некоторые особенности и является началом увода.

Уводом называется отклонение машины от заданного курса. Оценивается увод величиной отклонения, определяемого в результате построения траектории движения. Последняя формируется, как правило, в результате решения дифференциальных уравнений. Однако, для тихоходных машин, когда центробежные силы инерции малы, внешняя сила и силы от грунта можно считать уравновешенными, радиус кривизны траектории в этом случае изменяется крайне медленно, тогда общий случай нестационарного поворота можно рассматривать как квазистатический процесс.

Задача увода тихоходной гусеничной машины под действием внешней внецентренно приложенной силы на твёрдом основании с постоянными составляющими коэффициента трения решается однозначно только как задача страгивания с места. Если внешняя сила не превышает предельного значения для заданной линии её действия, машина движется прямолинейно без отклонения, в противном случае задача не имеет однозначного решения.

На деформируемом грунте задача увода решается однозначно. Рассмотрим эту задачу подробнее.

Для построения траектории увода в прямоугольной декартовой системе XY воспользуемся теорией криволинейного интеграла первого рода [15]:

$$X = X_0 + \int_{(s)} \cos\psi ds, \tag{1}$$

$$Y = Y_0 + \int_{(s)} \sin\psi ds, \tag{2}$$

где ψ – угол касательной к кривой в точке с осью X; ds – дифференциал дуги кривой в точке; X_0, Y_0 – начальные координаты кривой.

Дуга S через радиус кривизны ρ и угол касательной ψ выражается соотношением:

$$ds = \rho d\psi. \tag{3}$$

Таким образом, если известны ρ и ψ как функции какого либо параметра, то траектория может быть построена. В качестве параметра, при изучении движения, обычно принимают время τ.

Учитывая, что $ds = Vd\tau$ и $\psi = \int_0^t \frac{V}{\rho} d\tau$, формулы (1) и (2) при нулевых начальных условиях запишутся в виде:

$$X = \int_0^T V\cos\left(\int_0^t \frac{V}{\rho} d\tau\right) dt, \tag{4}$$

$$Y = \int_0^T V\sin\left(\int_0^t \frac{V}{\rho} d\tau\right) dt, \tag{5}$$

где t, T – время текущее и время процесса, соответственно.

Пусть гусеничная машина под действием внешней силы отклоняется от прямолинейного пути (рис. 1). При равных теоретических скоростях движения гусениц центры скольжения их опорных площадок совпадают (точка С на рис. 1). Радиус кривизны траектории точки С равен $\rho_c = x0 + x$ (рис. 2). Таким образом, задача построения траектории сводится к нахождению величин x0 и x в подвижной системе координат, связанной с машиной.

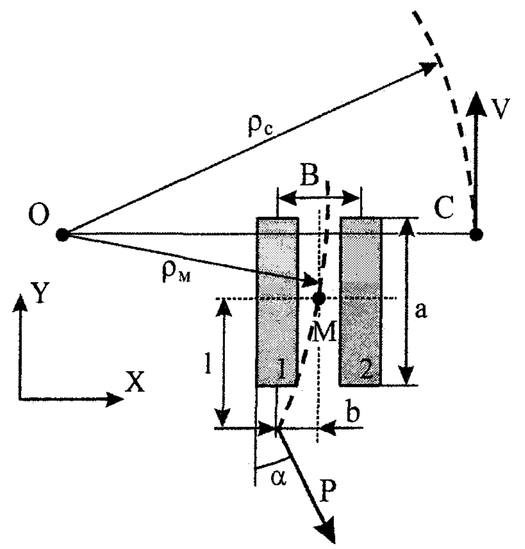

Рис. 1

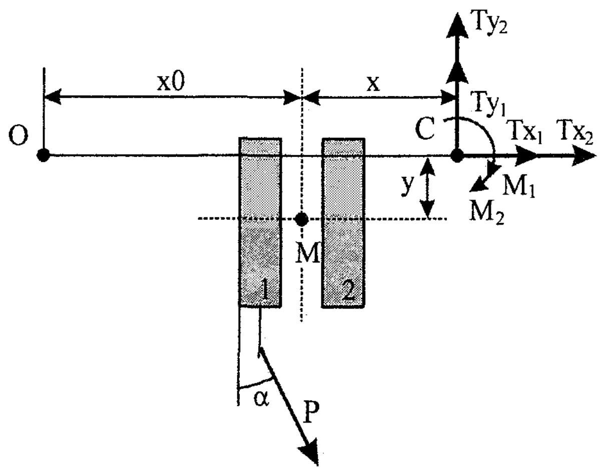

Рис. 2

Значения x0 и x легко вычисляются при решении задачи страгивания, записанной в форме условий равновесия машины в различные моменты времени:

$$\begin{cases} P\sin\alpha + Tx_1 + Tx_2 = 0; \\ -P\cos\alpha + Ty_1 + Ty_2 = 0; \\ lP\sin\alpha + bP\cos\alpha + x(Ty_1 + Ty_2) - y(Tx_1 + Tx_2) - M_1 - M_2 = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Входящие в уравнения силовые факторы, возникающие в контакте с грунтом, являются функциями координаты x [11] и учитывают деформативные свойства грунта. В связи с незначительной по сравнению с длиной, шириной гусеницы, последней, как правило, пренебрегают, что позволяет заменить двумерный интеграл при вычислении силовых факторов одномерным [12].

В таком случае силовые факторы, входящие в уравнения равновесия и приведенные к центру скольжения C (см. рис. 2) имеют вид:

$$\begin{cases} Tx_{1,2} = -\int\limits_{-0,5a}^{0,5a} q\varphi_x \dfrac{y-\eta}{\sqrt{(y-\eta)^2+(x\pm 0,5B)^2}}d\eta; \\ Ty_{1,2} = \int\limits_{-0,5a}^{0,5a} q\varphi_y \dfrac{x\pm 0,5B}{\sqrt{(y-\eta)^2+(x\pm 0,5B)^2}}d\eta; \\ M_{1,2} = \int\limits_{-0,5a}^{0,5a} q\dfrac{(y-\eta)^2\varphi_x+(x\pm 0,5B)^2\varphi_y}{\sqrt{(y-\eta)^2+(x\pm 0,5B)^2}}d\eta, \end{cases} \quad (7)$$

где знак «+» соответствует отстающей гусенице (Tx_1, Ty_1, M_1), а знак «-» - забегающей (Tx_2, Ty_2, M_2); q, φ_x, φ_y - удельное давление, коэффициент сцепления в поперечном и продольном направлении гусеницы в точке, соответственно.

Поскольку все характеристики взаимодействия движителя с грунтом вводятся в точке, то автоматически учитывается форма и размеры самой площадки и закон распределения удельного давления.

Учёт деформативных свойств грунта в силах взаимодействия (7) производится путем использования переменных коэффициентов сцепления φ_x, φ_y. В теории активного поворота гусеничных машин при описании взаимодействия ходового аппарата с грунтом применяются разного рода зависимости, из которых наибольшее распространение в настоящее время получили формулы В.В. Кацыгина [9]:

$$\varphi = \varphi_д\left(1+\frac{\chi}{ch(S_\delta/\lambda)}\right)th(S_\delta/\lambda), \quad (8)$$

где $\varphi_д$ – коэффициент сцепления при полном скольжении; S_δ – перемещение точки гусеницы; χ, λ – характеристики грунта.

Формула (8) используется, как правило, при описании установившегося поворота, т.к. её применение требует знания предыстории движения. Этот недостаток можно устранить, используя вместо перемещения S_δ в качестве аргумента скольжение в точке k_δ [4] (рис. 3):

$$\varphi = \varphi_д\left(1+\frac{\chi}{ch(k_\delta/\lambda)}\right)th(k_\delta/\lambda). \quad (9)$$

Скольжение в точке опорной площадки колеса определяется как отношение скорости скольжения этой точки по грунту к теоретической скорости колеса. Распространим эту формулу для описания движения гусеницы.

Еще одной особенностью задачи увода являются малые боковые перемещения и скорости. Если при управляемом повороте боковые перемещения точек опорной площадки гусеницы, и связанные с ними деформации грунта, а также скорости относительного скольжения измеряются, соответственно, метрами и м/с, тогда как при уводе - миллиметрами и мм/с. Следовательно, при уводе мы находимся всегда на восходящей ветви коэффициента сцепления (см. рис.3), что позволяет воспользоваться упрощённой формулой [4]:

$$\varphi = \varphi_д th\frac{k_\delta}{\lambda}. \quad (10)$$

Кроме того, имеет место некоторая неопределённость зависимости силы от скольжения в начальный момент движения или, строго говоря, ненулевого значения силы при нулевом скольжении (см. рис.3). Этот факт широко известен и отмечался еще в опытах В.П. Запольского [8], на базе которых получены формулы В.В. Кацыгина. Обычно это явление учитывается поправками или функциями с некоторыми специальными аналитическими свойствами [10].

Сохраняя структуру формулы (10), учтем описанное выше явление, введя в аргумент в качестве слагаемого дополнительный член θ, величина которого равна напряжению в грунте, соответствующему началу сдвига:

$$\varphi = \varphi_д \operatorname{th}\left(\frac{k_\delta}{\lambda} + \theta\right). \tag{11}$$

Силовые факторы (7) с учетом изложенного выше, имеют вид:

$$\begin{cases} Tx_{1,2} = -\int\limits_{-0,5a}^{0,5a} q\varphi_x \frac{y-\eta}{\sqrt{(y-\eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}} \operatorname{th}\left[\frac{\sqrt{(y-\eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}}{(x0 + x)\lambda} + \theta\right] d\eta; \\ Ty_{1,2} = \int\limits_{-0,5a}^{0,5a} q\varphi_y \frac{x \pm 0,5B}{\sqrt{(y-\eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}} \operatorname{th}\left[\frac{\sqrt{(y-\eta)^2 + (x \pm 0.5B)^2}}{(x0 + x)\lambda} + \theta\right] d\eta; \\ M = \int\limits_{-0,5a}^{0,5a} q \frac{(y-\eta)^2 \varphi_x + (x \pm 0,5B)^2 \varphi_y}{\sqrt{(y-\eta)^2 + (x \pm 0,5B)^2}} \operatorname{th}\left[\frac{\sqrt{(y-\eta)^2 + (x \pm 0,5B)}}{(x_0 + x)\lambda} + \theta\right] d\eta. \end{cases} \tag{12}$$

Подставляя (12) в систему уравнений (6), получим квазистатическую модель криволинейного движения при уводе. Из решения системы (6) для каждого значения сдвигающей внешней силы $\vec{P}(\tau)$ находим координаты центра скольжения гусениц x и радиус поворота xO, что позволяет при заданных начальных условиях построить траекторию движения машины, вычислив интегралы (1) и (2).

При дискретном задании времени получаемый в результате решения системы (6) радиус кривизны траектории, а также V можно аппроксимировать любой удобной функцией.

Литература

1. Апанасик, ВТ. Задача страгивания в теории поворота транспортных и тяговых машин / ВТ. Апанасик, Б.М. Позин, И.П. Трояновская // Сб. сообщений научн. техн. конференции «Механика и процессы управления моторно-трансмиссионных систем транспортных машин». - Курган: УрО РАН Институт машиноведения, 2003. -С. 156-159.

2. Апанасик, ВТ Пассивный поворот гусеничной машины (задача страгивания) / ВТ. Апанасик, Б.М. Позин, И.П. Трояновская // Материалы XLIII научн. техн. конференции ЧГАУ. - Челябинск: ЧГАУ, 2004. -С. 204-208.

3. Благонравов, А.А. Динамика управляемого движения гусеничной машины / А.А. Благонравов, В.Б. Держанский. -Курган, 1995. - 162 с.

4. Вершинский, Л.В. Модель стационарного поворота колесной машины с шарнирно-сочлененнойрамой /Л.В. Вершинский, Б.М. Позин, И.П. Трояновская//Вестник ЧГАУ. -2006. - Т. 47.-С. 17-21.

5. Егоров, Л.И. Исследование некоторыхвопросов управляемости гусеничных лесосечных машин: автореф. дис. ... канд. техн. наук /Л.И. Егоров. -М.: МЛТИ. -1972.-25 с.

6. Жуковский, Н.Е. Условие равновесия твердого тела опирающегося на неподвижную плоскость некоторой площадкой и могущего перемещаться вдоль этой плоскости с трением / Н.Е. Жуковский // Труды Отделения физических наук Общества любителей естествознания. - 7597. -Т. IX.- Вып. 1. - С. 339-354.

7. Забавников, НА. Основы теории транспортных гусеничных машин / НА. Забавников. - М.: Машиностроение, 1975. - 448 с.

8. Запольский, В.П. Исследование сцепных качеств и обоснование параметров траков гусеничных движителей: дис. ... канд. техн. наук/В.П. Запольский. -Минск, 1971.-160 с.

9. Кацыгин, В. В. Основы теории выбора оптимальных параметров сельскохозяйственных машин и орудий / В.В. Кацыгин // Вопросы сельскохозяйственной механики. - 1964. - Т. 13. - С. 5-147.

10. Умняшкин, В.А Моделирование процесса взаимодействия движителя колесной машины с опорной поверхностью / В.А. Умняшкин // Сб. науч. трудов МАДИ(ТУ): Техника технологии строительства и эксплуатации автомобильных дорог. -М.: МАДЩТУ), 2000. - С. 40-45.

11. Опейко, Ф.А. Колесный и гусеничный ход / Ф.А. Опейко. - Минск, 1960. - 228 с.

12. Позин, Б.М. Совершенствование параметров промышленных гусеничных тракторов: автореферат дис. ... докт. техн. наук. -М.: МАДИ, 1991. - 62 с.

13. Рославцев, А.В. Разработка методов и средств исследования движения машинно-тракторных агрегатов: автореферат дис. ... докт. техн. наук. -М.: НАТИ, 1996. - 64 с.

14. Фаробин, Я.Е. Теория поворота транспортных машин / Я.Е. Фаробин. - М.: Машиностроение, 1970. -176 с.

15. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. -М.: Физматгиз, 1959. -807 с.

16. Шиллер, Н.Н. Заметки о равновесии твердого тела при действии трения на некоторую плоскую часть его поверхности /Н.Н. Шиллер // Труды Отделения физических наук Общества любителей естествознания. - 1892. - Т. V. -Вып. 1. - С. 17-19.

17. Экспериментальные исследования пассивного поворота гусеничной машины при страгивании/В.Г. Апанасик [и др.]//Материалы XLII1научн. техн. конференции ЧГАУ. - Челябинск: ЧГАУ, 2004. -С. 201-204.