УДК 621.822.5.001.2

ОЦЕНКА ВЕЛИЧИН ДОПУСКОВ ПАРАМЕТРОВ ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ ПО ДИСПЕРСИИ ЕГО НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ

С.Г. Дадаев

Приводятся теоретические положения и методика назначения допусков параметров подшипников скольжения при их серийном изготовлении. На примере ступенчатого подшипника скольжения с несжимаемой смазкой рассчитываются допуски параметров для различных законов распределения случайных величин.

При серийном изготовлении подшипников скольжения их геометрические и другие параметры оказываются случайными величинами, которые располагаются в соответствующих полях допусков. Для обоснованного назначения допусков геометрических и других параметров подшипников скольжения необходимо установить связи между случайными отклонениями параметров от номинальных и случайными отклонениями их характеристик.

Если рассматривать геометрические и другие параметры подшипников скольжения как случайные непрерывные величины, то его характеристики будут функциями случайных величин и поэтому также должны рассматриваться как случайные непрерывные величины.

Пусть имеется [1] непрерывная функция U случайных переменных $X_1, X_2, ..., X_n$

$$U = f(X_1, X_2, ..., X_n) \tag{1}$$

и пусть известны неслучайные характеристики случайных аргументов X_i: математические ожидания $\mathbf{M}X_i = \nu_{X_i}$ (МО), дисперсии $\mathbf{D}X_i = \sigma^2_{X_i}$ ($\sqrt{\mathbf{D}X_i} = \sigma_{X_i}$ – среднее квадратическое отклонение (СКО)) и ковариации (корреляционные моменты) $\mathrm{cov}(X_i, X_j), i \neq j$. Точное вычисление неслучайных характеристик $\mathbf{M}U$ и $\mathbf{D}U$ для случайной величины U практически невыполнимо, так как определить закон распределения U в общем случае невозможно.

Однако в том случае, когда массы вероятности распределения $(X_1, X_2, ..., X_n)$ сконцентрированы в основном в малой окрестности точки $P(\nu_{X_1}, \nu_{X_2}, ... \nu_{X_n})$ – общего центра, **как это часто бывает на практике** [1], можно с некоторой точностью заменить функцию $f(X_1, X_2, ... X_n)$ её линейным приближением в разложении Тейлора около точки P:

$$f(X_1, X_2, ... X_n) \cong f(\nu_{X_1}, \nu_{X_2}, ... \nu_{X_n}) + \left.\frac{\partial f}{\partial X_1}\right)_\nu (X_1 - \nu_{X_1}) + \left.\frac{\partial f}{\partial X_2}\right)_\nu (X_2 - \nu_{X_2}) + ..., \tag{2}$$

где $\left.\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)_\nu$ обозначает, что в частной производной аргументы X_i заменены их математическими ожиданиями ν_{X_i}.

Следуя [1] и приравнивая математические ожидания правой и левой частей равенства (2), получаем

$$\mathbf{M}U \cong \mathbf{M}f(X_1, X_2, ... X_n) \cong f(\nu_{X_1}, \nu_{X_2}, ... \nu_{X_n}). \tag{3}$$

Опираясь на свойство дисперсии и теорему о дисперсии суммы [1] из равенства (2), находим

$$\mathbf{D}U = \sigma^2_U \cong \left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\right)^2_\nu \cdot \sigma^2_{X_1} + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\right)^2_\nu \cdot \sigma^2_{X_2} + ... + \left(\frac{\partial f}{\partial X_n}\right)^2_\nu \cdot \sigma^2_{X_n} + 2\left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\right)_\nu \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\right)_\nu \mathrm{cov}(X_1, X_2) + ... \tag{4}$$

В случае, когда аргументы X_i **независимые случайные величины** (или они слабо коррелированны), для дисперсии функции U будем иметь:

$$\mathbf{D}U = \sigma^2_U \cong \left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\right)^2_\nu \cdot \sigma^2_{X_1} + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\right)^2_\nu \cdot \sigma^2_{X_2} + ... + \left(\frac{\partial f}{\partial X_n}\right)^2_\nu \cdot \sigma^2_{X_n}. \tag{5}$$

Поставим задачу оценить дисперсию (или СКО) несущей способности ступенчатого подшипника скольжения с несжимаемой смазкой (рис. 1).

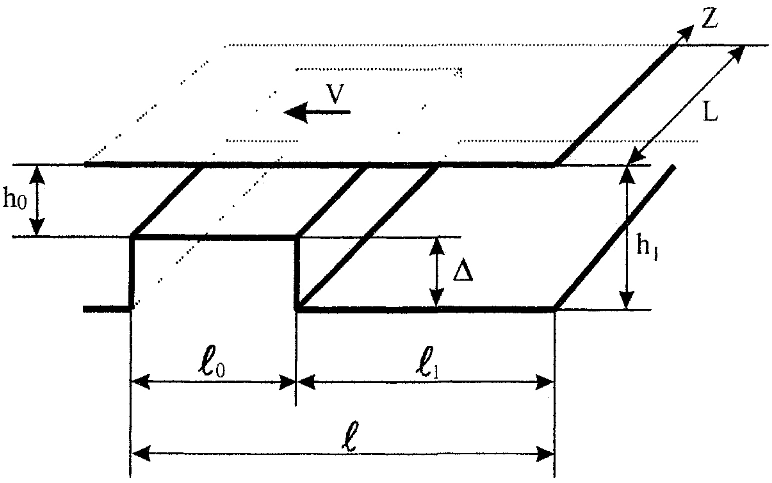

Рис. 1. Схема ступенчатого подшипника скольжения

Для несжимаемой смазки (малые скорости скольжения V) безразмерная величина $K_н$ несущей способности W, приходящаяся на единицу длины подшипника в направлении оси Z, равна [2]

$$K_н = \frac{W}{p_a \ell L} = \frac{3\mu V \ell}{p_a h_0^2} \cdot f(m,n), \tag{6}$$

где

$$f(m,n) = \frac{m-1}{m^3 \frac{n+1}{n} + n + 1}; \quad m = 1 + \frac{\Delta}{h_0}; \quad n = \frac{\ell}{\ell_0} - 1. \tag{7}$$

В работе [2] найдены оптимальные значения $m_{опт} = 1{,}866$ и $n_{опт} = 2{,}549$, определяющие максимум безразмерной несущей способности $K_н$. Находим оптимальные

$$\Delta_{опт} = h_0 \cdot 0{,}866 \text{ и } \ell_{0\,опт} = \frac{\ell}{3{,}549}. \tag{8}$$

Для удобства расчетов представим $K_н$ в виде

$$K_н = \chi \cdot \left(\frac{C}{h_0}\right)^2 \cdot \frac{f(m,n)}{2}, \tag{9}$$

где $\chi = \dfrac{6\mu V \ell}{p_a C^2}$ – параметр сжимаемости [2]; C – масштаб длины.

В качестве независимых случайных величин будем рассматривать параметры Δ, ℓ_0, h_0 – высоту ступени, ширину ступени и зазор между валом и втулкой.

Для конкретных вычислений примем: $\chi = 5{,}0$; ℓ=15 мм; C=10 мкм.

1. Допустим, что математические ожидания параметров не совпадают с их оптимальными значениями.

Пусть $\mathbf{M}h_0$=8 мкм; $\mathbf{M}\Delta = 4$ мкм; $\mathbf{M}\ell_0 = 8$ мм. Средние квадратические отклонения примем равными: $\sigma_{h_0} = 1$ мкм; $\sigma_\Delta = 0{,}5$ мкм; $\sigma_{\ell_0} = 1$ мм, что составляет 12,5 % от математических ожиданий.

Результат расчёта: математическое ожидание безразмерной несущей способности $\mathbf{M}K_н = 0{,}21446$, производные $\left.\dfrac{\partial K_н}{\partial h_0}\right)_\nu = -0{,}05914 \dfrac{1}{мкм}$; $\left.\dfrac{\partial K_н}{\partial \Delta}\right)_\nu = 0{,}01104 \dfrac{1}{мкм}$;

$\left.\frac{\partial K_н}{\partial \ell_0}\right)_\nu = -0{,}01881\frac{1}{мм}$; дисперсия $\mathbf{D}K_н = 0{,}003882$; среднее квадратическое отклонение $\sigma_{K_н} = 0{,}06231$, что составляет 29 % величины несущей способности и что следует считать недопустимо большой величиной.

Предположим, что средние квадратические отклонения параметров уменьшились на порядок, т. е. $\sigma_{h_0} = 0{,}1$ мкм; $\sigma_\Delta = 0{,}05$ мкм; $\sigma_{\ell_0} = 0{,}1$ мм.

Результат расчёта: математическое ожидание безразмерной несущей способности $\mathbf{M}K_н = 0{,}21446$, производные $\left.\frac{\partial K_н}{\partial h_0}\right)_\nu = -0{,}05914\frac{1}{мкм}$; $\left.\frac{\partial K_н}{\partial \Delta}\right)_\nu = 0{,}01104\frac{1}{мкм}$; $\left.\frac{\partial K_н}{\partial \ell_0}\right)_\nu = -0{,}01881\frac{1}{мм}$; дисперсия $\mathbf{D}K_н = 0{,}00003882$; среднее квадратическое отклонение $\sigma_{K_н} = 0{,}006231$, что составляет 2,9 % величины несущей способности и что можно считать приемлемым.

2. Допустим, что математические ожидания параметров совпадают с их оптимальными номинальными значениями $\mathbf{M}\Delta = 6{,}928$ мкм; $\mathbf{M}\ell_0 = 4{,}227$ мм. Оставим те же величины средних квадратических отклонений параметров, что и в первом случае: $\sigma_{h_0} = 1$ мкм; $\sigma_\Delta = 0{,}5$ мкм; $\sigma_{\ell_0} = 1$ мм.

Результаты расчёта: $\mathbf{M}K_н = 0{,}26858$ совпадает с номинальным оптимальным значением; $\left.\frac{\partial K_н}{\partial h_0}\right)_\nu = -0{,}06715\frac{1}{мкм}$; $\left.\frac{\partial K_н}{\partial \Delta}\right)_\nu = 0{,}86\cdot 10^{-6}\frac{1}{мкм}$; $\left.\frac{\partial K_н}{\partial \ell_0}\right)_\nu = -0{,}353\cdot 10^{-5}\frac{1}{мм}$; $\mathbf{D}K_н = 0{,}004509$; $\sigma_{K_н} = 0{,}06715$, что составляет 25% величины несущей способности и что следует также считать недопустимо большой величиной. Однако эта большая величина обусловлена, как нетрудно увидеть, только большой величиной СКО параметра h_0. СКО двух других параметров практически не влияют на СКО несущей способности, так как производные по этим параметрам весьма малы из за того, что МО этих параметров совпали с их номинальными оптимальными значениями. Отсюда вытекает вывод: чем ближе МО параметров к их оптимальным номинальным значениям, тем меньше СКО характеристики от оптимального значения. При этом требования к СКО параметров, доставляющих экстремум характеристике, становятся менее жёсткими.

Определив приемлемые СКО параметров для приемлемого СКО характеристики, можно назначить допуски на параметры, если известен закон распределения параметра как случайной величины.

Если закон распределения равномерный (рис. 2), то $\frac{a+в}{2} = \nu_{h_0} = \mathbf{M}h_0 = 8$ мкм и $\mathbf{D}h_0 = \frac{(в-a)^2}{12} = 0{,}01$ мкм^2. Решая эти уравнения совместно, находим: $a = 8 - 0{,}173$ мкм, $в = 8 + 0{,}173$ мкм. Получается симметричное поле допуска 0,346 мкм.

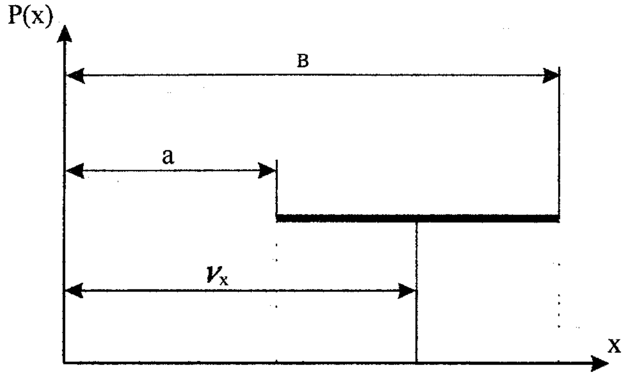

Рис. 2. Равномерный закон распределения случайной величины

При нормальном законе распределения поле допуска может быть назначено в виде $(8-3\sigma, 8+3\sigma)$ при доверительной вероятности попадания размера в поле допуска 0,9973, или в виде $(8-2\sigma, 8+2\sigma)$ при доверительной вероятности попадания в поле допуска 0,9500.

Заключение

Рассматриваемый подход к назначению полей допусков на параметры подшипников скольжения может быть распространён и на случай, когда рассматривается оптимизация не по одному, а по нескольким критериям.

Литература

1. Смирнов, Н.И. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений/Н.И. Смирнов, КВ. Дунин-Барковский. - 3-е изд., стереот. - М.: Наука, 1969. - 512 с.

2. Опоры скольжения с газовой смазкой / С.А. Шейнберг, В.П. Жедъ, М.Д. Шишеев и др.; под ред. С.А. Шейнберга. - 2-е изд., перераб. и доп. -М.: Машиностроение, 1979. - 336 с.