

Теория расчета строительных конструкций

УДК 539.4:624.01

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ КОНСТРУКЦИИ СТАЛЬНОГО СПИРАЛЬНОГО КАНАТА

В.А. Мусихин

Представлено теоретическое обоснование геометрического построения оптимальной конструкции стального спирального каната с линейным касанием проволок. Рассмотрена корреляция стальных спиральных канатов и составных винтовых пружин по принципу оптимального конструирования. Сформулирован канонический закон геометрического построения поперечного сечения стального спирального каната.

В настоящее время из всех существующих конструкций стальных спиральных канатов с линейным касанием проволок, предназначенных для использования в качестве напрягаемой арматуры предварительно напряженных (ПН) железобетонных конструкций (ЖБК), канат класса К-7 (1+6) [1] является оптимальным канатом по критерию максимального использования прочностных свойств стали [2].

Диаметр центральной проволоки (сердечника) стального спирального каната с линейным касанием проволок класса К-7 (1+6) (рис. 1, а) должен превышать диаметр повивочных проволок для обеспечения возможности изготовления каната.

В базовой научной работе основоположника применения канатной арматуры в России К.В. Михайлова [3] отмечается, что центральную проволоку стальной спиральной семипроволочной пряди с линейным касанием проволок необходимо принимать несколько большего диаметра, чем наружные проволоки, с целью:

1) получения плотной свивки, при которой достигается плотное прилегание повивочных проволок как к центральной проволоке, так и друг к другу;

2) обеспечения надежного вовлечения центральной проволоки в общую работу пряди за счет ее радиального обжатия слоем спирально уложенных повивочных проволок, которые стремятся выпрямиться под воздействием растягивающего усилия.

Согласно К.В. Михайлову [3] диаметр центральной проволоки семипроволочной пряди должен превышать диаметр наружных спирально уложенных повивочных проволок примерно на 10 %.

Основным государственным нормативным документом, регламентирующим геометрические характеристики составляющих проволок стального каната класса К-7 (1+6), является ГОСТ 13840-68 [1]. Согласно ГОСТ 13840-68 [1] диаметр центральной проволоки превышает диаметр повивочной проволоки на 1,61... 4,00%.

Это требуемое расхождение диаметров составляющих проволок, значительно усложняющее технологию производства семипроволочного каната, объясняется производственной необходимостью. Проблема в том, что при одинаковом диаметре сердечника и повивочной проволоки в семипроволочном канате невозможно обеспечить плотную свивку проволок, при которой достигается

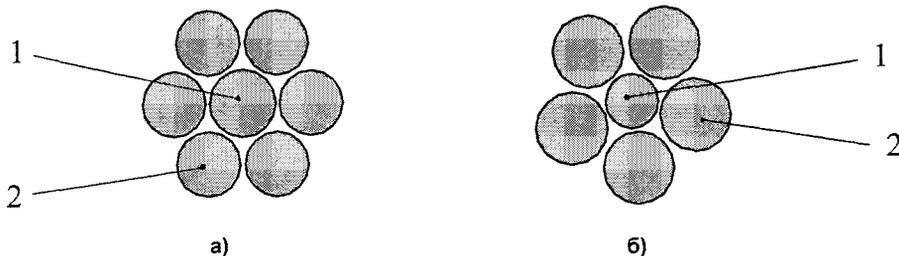


Рис. 1. Поперечные сечения стальных канатов: а – К-7 (1+6), б – К-6 (1+5);
1 – центральная прямолинейная проволока (сердечник), 2 – повивочная проволока

ся плотное прилегание повивочных проволок как к центральной проволоке, так и друг к другу.

Как показала обработка многочисленных эмпирических данных [4], в стальных канатах разница между длинами структурных элементов, составляющих канат, является основной причиной того, что фактическая прочность стальных канатов всегда ниже теоретической на 5,0...22,5 % в зависимости от конструкции каната. Это явление получило название **межструктурного сдвига**.

Теоретическая прочность стального каната это суммарное разрывное усилие всех проволок в канате, при испытании их на растяжение каждой в отдельности, при этом проволоки испытываются до операции свивки в канат, то есть в так называемом «несвитом» состоянии. «Несвитое» состояние проволоки характеризуется отсутствием деформационных напряжений, возникающих в проволоке при операции свивки в канат. Фактическая (агрегатная) прочность стального каната это разрывное усилие каната в целом.

Согласно исследованию [4], при растяжении стальных канатов первыми теряют свою конструктивную целостность наиболее короткие проволоки, составляющие канат. Полные остаточные удлинения, то есть «шейки», в процессе растяжения стального каната появляются сначала именно в самых коротких проволоках каната. Основной вывод, полученный эмпирическим путем, в исследовании [4] заключается в следующем: в стальном канате наиболее нагруженными элементами являются наиболее короткие элементы каната, а наименее нагруженными элементами являются наиболее длинные элементы каната.

Автором данной статьи построена обобщенная математическая модель стального спирального каната с линейным касанием проволок, разработанная на основании дифференциальных уравнений Кирхгофа для тонкого криволинейного стержня [2]. Эта математическая модель позволяет определять сложное напряженно-деформированное состояние (НДС) элементов каната с учетом его геометрических характеристик (диаметр проволок, угол свивки повивочных проволок) и механических свойств стали (модули упругости и сдвига).

Автором на основе имеющейся математической модели написана программа для ЭВМ на языке Си [5], которая определяет сложное НДС в проволоках каната К-7 (1+6) при заданном внешнем растягивающем усилии для случая чистого растяжения каната (канат растягивается осевой силой N_x , и при этом его концы закреплены от вращения, то есть угол поворота каната на опорах $\theta=0$).

Условный диаметр каната класса К-7 (1+6) [1] равен 15,0 мм, номинальный диаметр каната равен 15,2 мм, диаметр сердечника (центральной проволоки каната) равен 5,2 мм и диаметр повивочной (наружной) проволоки каната равен 5,0 мм. Согласно [1] кратность свивки повивочных проволок этого каната может варьироваться в пределах от 12 до 16.

В табл. 1 представлены результаты расчета неравномерности распределения напряжений между сердечником и повивочными проволоками стального каната К-7 (1+6) [1] при различной кратности свивки повивочных проволок.

В табл. 1 введены обозначения: N_x – внешняя осевая растягивающая сила; k – кратность свивки повивочных проволок; σ_n – нормальные напряжения от осевого растяжения; σ_m – нормальные напряжения от изгиба; τ_t – касательные напряжения от кручения; σ_t – максимальные нормальные напряжения; $\sigma_{\text{экв}}$ – эквивалентные напряжения; $\Delta_{\text{п}}$ – расхождение напряжений в повивочной проволоке и сердечнике; $\Delta L_{\text{пс}}$ – разница длин сердечника и повивочной проволоки на участке длины каната равном одному шагу свивки повивочных проволок.

На рис. 2 представлен график зависимости расхождения напряжений в структурных элементах каната К-7 (1+6) от разницы длин этих элементов.

Из графика на рис. 2 видно, что по мере увеличения разницы длин сердечника и повивочной проволоки расхождение напряжений в сердечнике и повивочной проволоке каната К-7 также увеличивается. Таким образом, результаты теоретических исследований автора полностью совпадают с выводами работы [4], полученными на основе обработки многочисленных эмпирических данных. Следовательно, работа [4] подтверждает адекватность разработанной автором обобщенной математической модели стального спирального каната с линейным касанием проволок результатами эмпирических исследований.

Как видно из произведенных автором теоретических исследований (см. табл. 1) и как показала обработка эмпирических данных [4], в стальных канатах разница между длинами структурных элементов, составляющих канат, то есть разница между длинами различных проволок каната, является основной причиной неравномерности распределения напряжений между различными проволоками каната.

Рассматривая частный случай стального каната, а именно стальной канат класса К-7 (1+6), мы видим, что сердечник всегда является максимально нагруженной проволокой стального каната класса К-7 (1+6). Это явление объясняется существующим различием деформативных характеристик (длины и диаметра) сердечника и повивочной проволоки каната класса К-7 (1+6). В канате класса К-7 (1+6) сердечник (**прямолинейная** центральная проволока) всегда короче повивочной проволоки (**спиральной** наружной проволоки) и, следовательно, не может деформироваться наравне с ней.

Для уменьшения неравномерности распределения напряжений между различными проволоками стального каната необходимо уменьшить разницу деформативных характеристик (длин) различных проволок, составляющих стальной канат.

Рассматривая прочностные характеристики стальных проволок, составляющих спиральный

Таблица 1

Расхождение напряжений в элементах каната К-7 (1+6)

Канат	k , [ед]	Повивочная проволока					Сердечник	Δ_n , %	$\Delta L_{пс}$, мм
		σ_n , МПа	σ_m , МПа	τ_t , МПа	σ_t , МПа	$\sigma_{экв}$, МПа			
К-7 (1+6) 15,2 мм	12	1377,5	20,2	1,2	1397,7	1397,7	1420,0	1,6	2,79
	13	1375,9	17,3	0,9	1393,2	1393,2	1412,1	1,4	2,58
	14	1374,6	14,9	0,8	1389,6	1389,6	1405,8	1,2	2,40
$N_x = 1,9$	15	1373,6	13,0	0,6	1386,6	1386,6	1400,7	1,0	2,24
	16	1372,8	11,5	0,5	1384,2	1384,2	1396,6	0,9	2,10

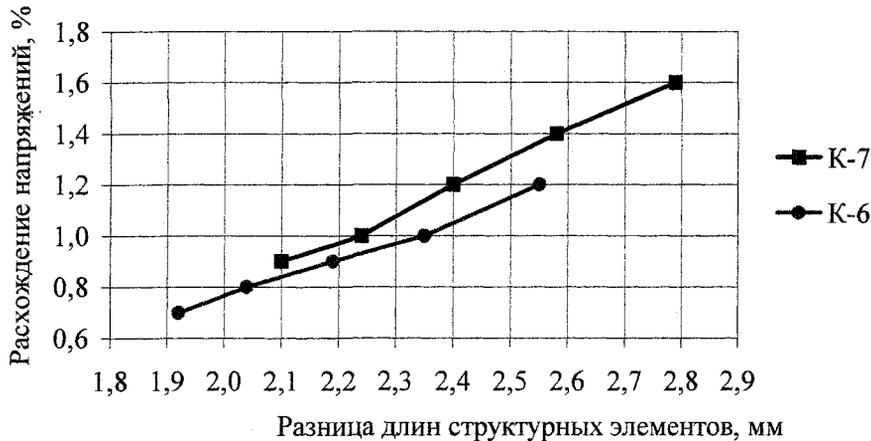


Рис. 2. График зависимости расхождения напряжений в структурных элементах канатов К-7 (1+6) и К-6 (1+5) от разницы длин этих элементов

канат класса К-7 (1+6), необходимо учитывать, что при уменьшении диаметра стальной проволоки ее прочностная характеристика увеличивается. Отсюда следует особо отметить тот важный факт, что в канате класса К-7 (1+6) максимальные напряжения возникают в центральной проволоке (сердечнике), которая имеет наибольший диаметр и, следовательно, наименьшую прочностную характеристику. Таким образом, прочность всего каната класса К-7 (1+6) определяется прочностью составляющей проволоки, имеющей наименьшую прочностную характеристику.

Таким образом, с одной стороны диаметр сердечника каната К-7 должен несколько превосходить диаметр повивочной проволоки для обеспечения возможности изготовления каната, а с другой стороны диаметр сердечника каната К-7 желательно сделать меньше диаметра повивочной проволоки для того, чтобы в канате К-7 максимально нагруженная (самая короткая) проволока имела бы наибольшую прочностную характеристику. Эта дилемма в конструкции каната класса К-7 (1+6) является неразрешимой.

Конструкция каната К-7 (1+6) несовершенна. Она содержит в себе неразрешимое **внутреннее противоречие**. Технологическое условие (возможность изготовления каната) вступает в противоречие с конструкционным условием (максимально использовать прочностные свойства материала в строительной конструкции).

Для уменьшения неравномерности распределения напряжений между различными проволоками стального каната и для устранения явления наличия максимальных напряжений в проволоке каната, имеющей наименьшую прочностную характеристику, необходимо принципиально изменить саму конструкцию стального спирального каната с линейным касанием проволок. То есть необходимо разработать **оптимальную конструкцию** стального спирального каната, предназначенного для использования в качестве напрягаемой **арматуры** ПН ЖБК. Детерминирующим **критерием оптимизации** для конструкции стального **арматурного** каната является максимальное использование прочностных свойств стальных проволок, составляющих канат.

Надо разработать такую конструкцию стального спирального каната с линейным касанием проволок, в которой выполнялись бы два условия оптимизации.

1-е условие оптимизации: разница деформативных характеристик (длин) различных проволок, составляющих стальной канат, должна быть минимальной.

2-е условие оптимизации: максимально нагруженная проволока стального каната должна иметь наибольшую прочностную характеристику.

Автором разработан новый стальной спиральный канат класса К-6 (1+5) с линейным касанием проволок, имеющий теоретически обосно-

ванную оптимальную конструкцию по критерию максимального использования прочностных свойств стали в проволоках каната.

Стальной арматурный канат новой конструкции класса К-6 (1+5) не имеет аналогов в нашей стране и за рубежом. Шестипроволочный канат класса К-6 (1+5) номинальным диаметром 15,4 мм состоит из центральной прямолинейной проволоки (сердечника) диаметром 4,2 мм и пяти повивочных проволок диаметром 5,6 мм, спирально уложенных вокруг сердечника.

На рис. 1, б показано поперечное сечение нового стального спирального каната с линейным касанием проволок класса К-6 (1+5). Особо отметим, что разработанный автором новый шестипроволочный канат класса К-6 (1+5) номинальным диаметром 15,4 мм имеет площадь поперечного сечения 136,94 мм², а существующий семипроволочный канат класса К-7 (1+6) [1] номинальным диаметром 15,2 мм имеет площадь поперечного сечения 138,98 мм². Расхождение площадей поперечных сечений канатов составляет 2,04 мм² или 1,47 % от площади поперечного сечения каната класса К-7 (1+6). Следовательно, можно сделать важный для существующих проектов ПН ЖБК вывод, что канат класса К-6 (1+5) номинальным диаметром 15,4 мм и канат класса К-7 (1+6) [1] номинальным диаметром 15,2 мм взаимозаменяемы.

Автором исследования на основе имеющейся математической модели написана программа для ЭВМ на языке Си, которая определяет сложное НДС в проволоках каната К-6 (1+5) при заданном внешнем растягивающем усилии для случая чистого растяжения каната (канат растягивается осевой силой N_x , и при этом его концы закреплены от вращения, то есть угол поворота каната на опорах $\vartheta = 0$). Эта программа аналогична программе для каната К-7 (1+6) [5].

Условный диаметр каната равен 15,0 мм, номинальный диаметр каната равен 15,4 мм, диаметр сердечника (центральной проволоки каната) равен 4,2 мм и диаметр повивочной (наружной) проволоки каната равен 5,6 мм. Кратность свивки повивочных проволок этого каната принимаем в пределах от 12 до 16 по аналогии с канатом класса К-7 (1+6) [1].

В табл. 2 представлены результаты расчета

неравномерности распределения напряжений между сердечником и повивочными проволоками стального каната К-6 (1+5) при различной кратности свивки повивочных проволок. В табл. 2 все обозначения аналогичны обозначениям в табл. 1.

На рис. 2 представлен график зависимости расхождения напряжений в структурных элементах каната К-6 (1+5) от разницы длин этих элементов.

Из вышеприведенных данных (см. табл. 1 и табл. 2) видно, что в канате класса К-6 (1+5) расхождение напряжений в сердечнике и повивочной проволоке, то есть Δ_n , меньше, чем в канате класса К-7 (1+6), так как разница деформативных характеристик (длин) сердечника и повивочной проволоки в канате класса К-6 (1+5) меньше, чем в канате класса К-7 (1+6). Таким образом, «1 условие оптимизации» для разработанного автором стального каната класса К-6 (1+5) выполняется.

Рассматривая прочностные характеристики стальных проволок, составляющих стальной спиральный канат с линейным касанием проволок класса К-6 (1+5), и зная, что при уменьшении диаметра стальной проволоки ее прочностная характеристика увеличивается, можно видеть, что в канате класса К-6 (1+5) центральная проволока (сердечник), в которой возникают максимальные напряжения, имеет наименьший диаметр и, следовательно, наибольшую прочностную характеристику. Таким образом, прочность всего каната класса К-6 (1+5) определяется прочностью составляющей проволоки, имеющей наибольшую прочностную характеристику. Следовательно, «2 условие оптимизации» для разработанного автором стального каната класса К-6 (1+5) также выполняется.

Покажем выполнение «2 условия оптимизации» более наглядно с помощью сравнения эпюр нормальных напряжений (σ_l) в структурных элементах стальных канатов класса К-7 (1+6) и класса К-6 (1+5) и эпюр прочностных характеристик (R_s) этих структурных элементов (рис. 3).

На рис. 3 видно, что эпюра нормальных напряжений в структурных элементах каната К-7 (1+6) **абсолютно не конгруэнтна** эпюре прочностных характеристик этих элементов, а эпюра нормальных напряжений в структурных элементах каната К-6 (1+5) **практически конгруэнтна** эпюре прочностных характеристик этих элементов. Значит, прочностные свойства стальных проволок

Таблица 2

Расхождение напряжений в элементах каната К-6 (1+5)

Канат	k , [ед]	Повивочная проволока					Сердечник	Δ_n , %	ΔL_{nc} , мм
		σ_n , МПа	σ_m , МПа	τ_l , МПа	σ_l , МПа	$\sigma_{экв}$, МПа	σ_l , МПа		
$N_x, 10^5$ Н К-6 (1+5) 15,4 мм	12	1399,9	21,6	1,2	1421,5	1421,5	1438,8	1,2	2,55
	13	1398,0	18,5	0,9	1416,5	1416,5	1431,1	1,0	2,35
	14	1396,5	15,9	0,8	1412,4	1412,4	1425,0	0,9	2,19
$N_x = 1,9$	15	1395,3	13,9	0,6	1409,2	1409,2	1420,1	0,8	2,04
	16	1394,3	12,2	0,5	1406,5	1406,5	1416,0	0,7	1,92

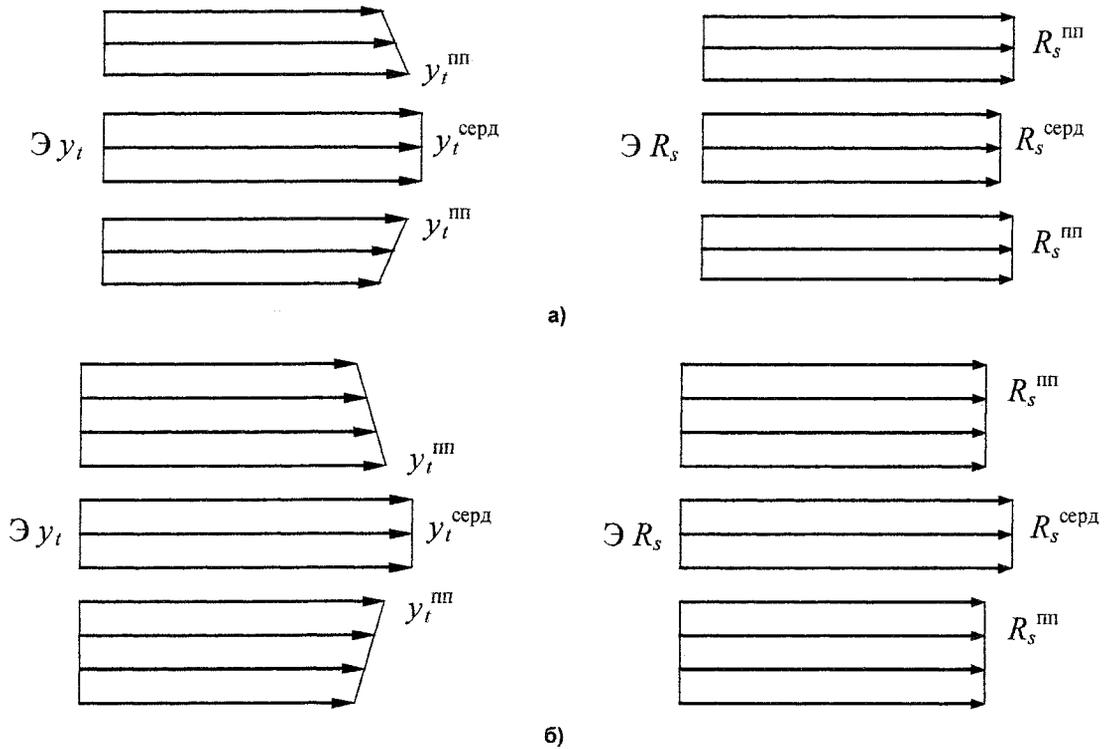


Рис. 3. Соотношение напряжений и прочностных характеристик в элементах канатов К-7 (1+6) (а) и К-6 (1+5) (б); масштаб условный; пп – повивочная проволока, серд – сердечник

в канате К-6 (1+5) используются в большей степени, чем в канате К-7 (1+6).

Тот факт, что в канате класса К-6 (1+5) эпюра нормальных напряжений практически конгруэнтна эпюре прочностных свойств, наглядно доказывает, что в канате класса К-6 (1+5) практически выполняется сформулированный Р.Л. Бартини принцип конгруэнтности [6], широко использовавшийся в авиастроении. Следовательно, в канате К-6 (1+5) достигается практически полное (сто процентное) использование прочностных свойств стальных проволок, то есть фактическая (агрегатная) прочность каната К-6 (1+5) приближается к теоретической прочности (суммарному разрывному усилию всех проволок в канате).

Таким образом, применение стального каната класса К-6 (1+5) вместо стального каната класса К-7

(1+6) [1] в качестве напрягаемой арматуры ПН ЖБК значительно повышает эффективность использования прочностных свойств дорогостоящей высокопрочной арматурной стали.

Теория аналитического конструирования и прочностного расчета стальных спиральных канатов имеет много общего с теорией винтовых пружин. Рассмотрим корреляцию стальных спиральных канатов и составных винтовых пружин по принципу оптимального конструирования.

Известная теория проектирования и расчета на равнопрочность составных (концентрических) винтовых пружин [7] содержит в своей основе принцип гомотетии, также известный как принцип теневых отражений.

Этот диалектически обоснованный принцип конструирования составных пружин широко из-

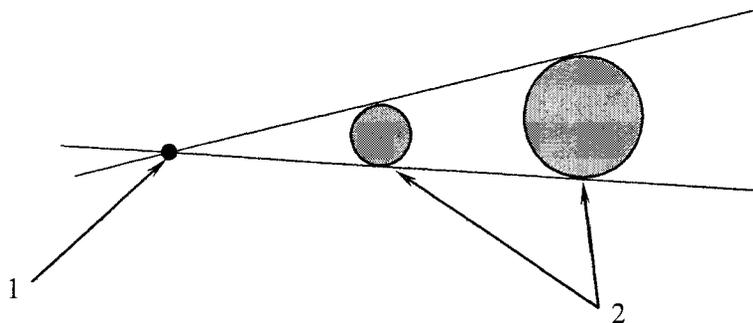


Рис. 4. Графическое изображение принципа гомотетии (теневых отражений): 1 - ось приложения силы, то есть центр гомотетии (точечный источник света), 2 - диаметры пружинных проволок, то есть гомотетичные фигуры (теневые отражения в расширяющемся луче от точечного источника света)

вестей в механике. Согласно этому принципу диаметры пружинных проволок по слоям должны возрастать по мере удаления от центра (оси) приложения силы по закону расширяющегося луча, исходящего из центра (оси) приложения силы, то есть центра составной винтовой пружины (рис. 4).

Понятно, что при растяжении (сжатии) винтовых пружин напряжения от изгиба и кручения в их проволоках будут тем больше, чем меньше собственный радиус изгиба пружины, то есть диаметр самой пружины. Чем меньше диаметр проволоки, тем выше ее прочностная характеристика. Увеличение диаметров пружинных проволок по концентрическим слоям дает **равнопрочность** пружин, то есть такое состояние, когда максимально нагруженные пружины (у центра составной пружины) состоят соответственно из пружинных проволок, имеющих максимальные прочностные характеристики. Это позволяет использовать прочностные свойства стали с предельной эффективностью.

Возвращаясь к стальным канатам, напомним давно известный факт: канаты с линейным касанием изготавливают из элементов **разной длины** по смежным концентрическим слоям, что является причиной **межструктурного сдвига** и, как следствие, неравномерного нагружения [4]. Известно, что в спиральном канате с увеличением количества слоев повива относительная напряженность центральных и близлежащих к центру проволок возрастает [8]. Согласно эмпирическому исследованию [8] в спиральном канате нагрузка распределяется по составляющим проволокам неравномерно: максимально нагружены центральные проволоки, а внешние слои повивочных проволок нагружены значительно меньше. Уменьшение угла наклона проволок наружного слоя повива не дает существенного выравнивания степеней напряженности центральных и внешних проволок каната [8].

Таким образом, выявлены общие закономерности работы (изменения картины НДС, то есть эпюр напряжений) и каноны проектирования стальных спиральных канатов с линейным касанием проволок и стальных составных (концентрических) винтовых пружин.

В спиральных канатах с линейным касанием проволок максимальные напряжения возникают в центре сечения каната. В этом НДС канатов анало-

гично с НДС составных пружин. В составных винтовых пружинах максимальные напряжения от изгиба и кручения возникают в центральных (внутренних) пружинах. Таким образом, основа принципа гомотетии (теневых отражений) может быть использована при решении проблемы усовершенствования конструкции стального спирального каната с линейным касанием проволок. Главное правило проектирования поперечного сечения такого каната: чем больше величина полярного радиуса оси повивочной проволоки в поперечном сечении каната, тем больше должна быть величина диаметра этой повивочной проволоки.

Литература

1. ГОСТ 13840-68. Канаты стальные арматурные Ix7. Технические условия. - М.: Стандартиздат, 1995. - 8 с.
2. Мусихин, В.А. Расчет и конструирование стальных спиральных канатов, используемых в качестве предварительно напряженной арматуры железобетонных конструкций: дис. ... канд. техн. наук / В. А. Мусихин. - Челябинск, 2003. - 206 с.
3. Михайлов, КВ. Проволочная арматура для предварительно напряженного железобетона / КВ. Михайлов. - М.: Стройиздат, 1964. - 190 с.
4. Гурьянов, Ю.А. Влияние межструктурного сдвига на прочность стальных канатов / Ю.А. Гурьянов // Сталь. - 1990. - № 10. - С. 76-79.
5. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 990501 от 16 июля 1999 г. «Определение напряженно-деформированного состояния элементов арматурного каната К-7 в упругой стадии работы стали» / В.А. Мусихин. - М.: РОСПАТЕНТ, 1999.
6. Писаренко, ГС Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. - Киев: Наукова думка, 1969. - 212 с.
7. Пономарев, С.Д. Расчет упругих элементов машин и приборов / С.Д. Пономарев, Л.Е. Андреева. - М.: Машиностроение, 1980. - 326 с.
8. Номерованный, Б. С. О результатах исследования распределения нагрузки в спиральном канате / Номерованный Б.С. // Стальные канаты. Выпуск 2. - Киев: Технэка, 1965. - С. 197-212.