УДК 621.315.3:511

ОЦЕНКА ЗНАЧИМОСТИ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ПРОБОЙ ИЗОЛЯЦИИ КАБЕЛЕЙ 6(10) кВ ПО РЕТРОСПЕКТИВНОЙ ИНФОРМАЦИИ

М.Е. Коржова, А.В. Коржов

В статье рассматривается решение задачи построения функции принадлежности нечётких чисел по результатам экспертного опроса, а также алгоритм нахождения собственных чисел матрицы, характеризующей критерии оценок различной важности претендентов путём их попарного сравнения.

Ключевые слова: функция принадлежности нечётких чисел; собственные числа и векторы матрицы.

Одной из острых проблем при диагностических и ремонтно-восстановительных работах в городских кабельных распределительных сетях является качество выполненных работ. Для выбора наилучшей альтернативы электромонтёра-кабельщика при ремонте кабеля (монтаже муфт) ранее нами был использован, в том числе, метод экспертных оценок [1], где была выбрана следующая шкала оценок важности критериев: «Равноценны» – 1; «Чуть важнее» – 2; «Важный» – 3; «Заметно важнее» – 4; «Намного важнее» – 5.

Ставим задачу построения функций принадлежности нечётких чисел, приблизительно равных некоторому чёткому числу, при решении которой используются результаты экспертного опроса.

При построении функции принадлежности чисел, приблизительно равных некоторому числу К, можно использовать функцию:

$$\mu_K(u) = e^{-\alpha(K-u)^2}, \tag{1}$$

где α зависит от требуемой степени нечёткости $\mu_K(u)$ и определяется из выражения:

$$\alpha = \frac{4\ln 0,5}{\beta^2}.$$

Здесь $\beta-$расстояние между точками перехода для $\mu_K(u)$ т.е. точками, в которых функция вида (1) принимает значение 0,5.

Таким образом, задача построение $\mu_K(u)$ для некоторого числа сводится к отысканию параметров a и b, чтобы затем можно было определить $\beta(x)$, с помощью $\beta(x)-\alpha$ и, используя α, построить $\mu_K(u)$.

Будем пользоваться следующей таблицей (табл.1) расстояний между точками перехода [3]:

Таблица 1

Расстояние между точками перехода

x	*β(x)*
1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9	0,46·x
5	2,8

Итак, для случая *K*=1 («Равноценны») имеем:

$$\mu_1(x) = e^{-\alpha(1-x)^2},$$

$$\alpha = -\frac{4\ln 0,5}{\beta^2(1)} = -\frac{-4\ln 0,5}{0,46^2} = 12,895;$$

$$a = K - \frac{\beta(K)}{2} = 1 - \frac{0,46}{2} = 0,77; \quad b = K + \frac{\beta(K)}{2} = 1 + \frac{0,46}{2} = 1,23.$$

Точки a и $b-$ точки перехода. Следовательно, функция принадлежности имеет вид:

$$\mu_1(x) = e^{-12,895(1-x)^2}.$$

Графическое представление полученной функции принадлежности представлено на рис. 1.

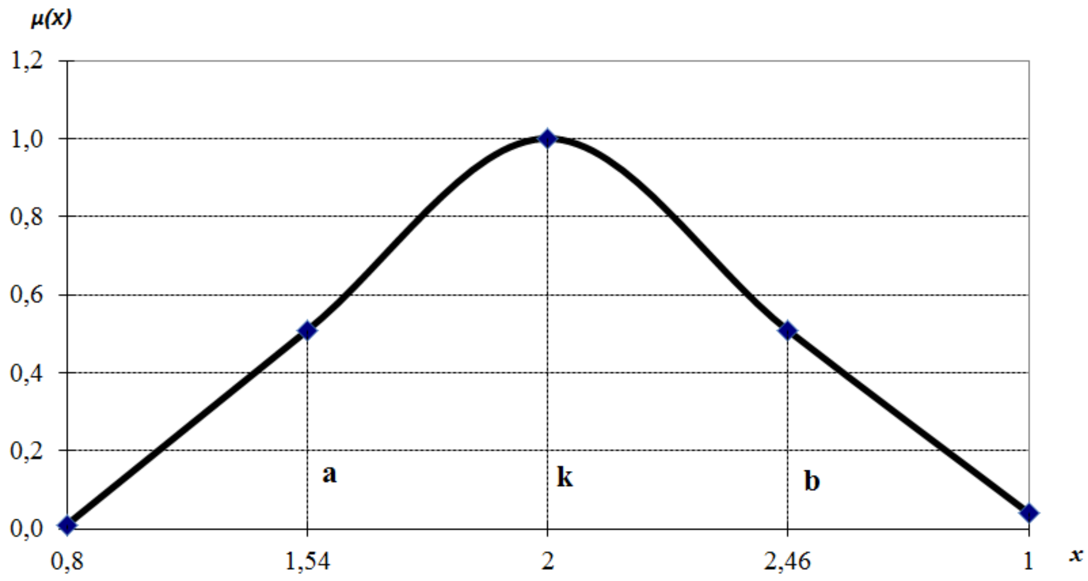

Рис. 1. Функция принадлежности нечёткого множества, соответствующего точечной оценке «РАВНОЦЕННЫ»

Рассматривая и проводя аналогичные вычисления для других экспертных оценок важности попарного сравнения критериев, т.е. для случаев $K=\overline{2,5}$ получим следующие функции принадлежности (табл. 2):

Таблица 2

Функции принадлежности шкалы важности критериев

K	Экспертная оценка	Функция принадлежности
2	«Чуть важнее»	$\mu_2(x)=e^{-3{,}224(2-x)^2}$.
3	«Важный»	$\mu_3(x)=e^{-1{,}433(3-x)^2}$.
4	«Заметно важнее»	$\mu_4(x)=e^{-0{,}806(4-x)^2}$.
5	«Намного важнее»	$\mu_5(x)=e^{-0{,}348(5-x)^2}$.

Графическое представление функций принадлежности в соответствии с табл. 2 представлены на рис. 2.

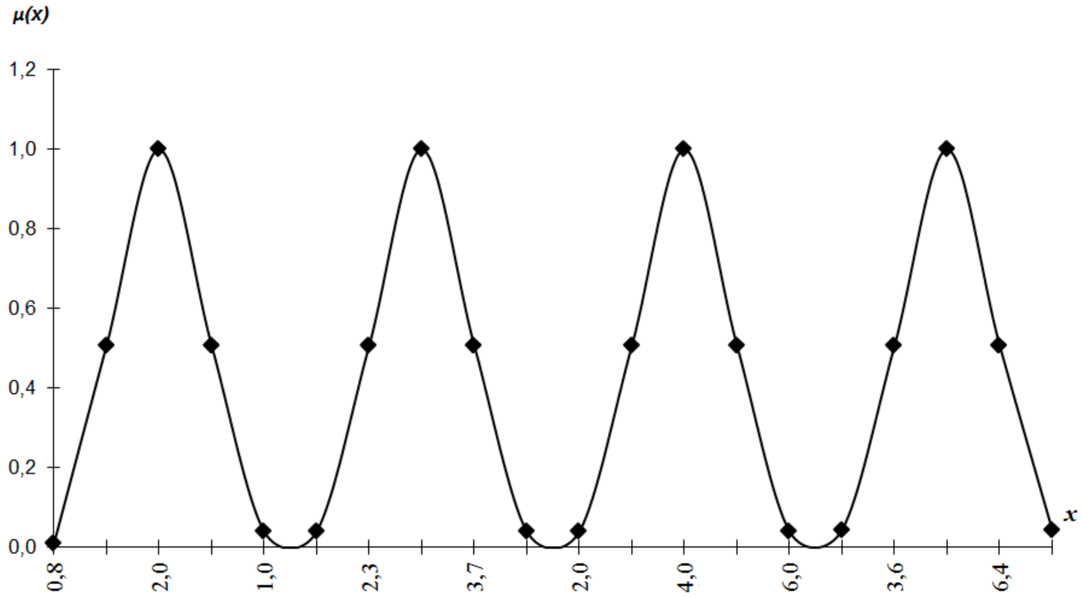

Рис. 2. Графическое представление функции принадлежности шкалы важности критериев

Поскольку реализация любой альтернативы предполагает наступление некоторых последствий, анализ и оценка которых по векторному критерию эффективности полностью характеризует альтернативу, задача выбора наилучшей альтернативы (электромонтера) очень актуальна. Тем более, перспективным направлением разработки методов принятия решений при нечёткой исходной информации является лингвистический подход.

При сопоставлении принятых критериев оценки работы монтёров, которые имеют различную важность, результаты их попарного сравнения представляют матрицей [1], например для одного из рассматриваемых ранее нами случаев.

$$C_1 = \{0{,}9/a_1; 0{,}9/a_2; 0{,}6/a_3\}.$$
$$C_2 = \{0{,}8/a_1; 0{,}9/a_2; 0{,}5/a_3\}.$$
$$C_3 = \{0{,}7/a_1; 0{,}9/a_2; 0{,}3/a_3\}.$$
$$C_4 = \{0{,}9/a_1; 0{,}8/a_2; 0{,}5/a_3\}.$$

Здесь C_1 – профессиональные навыки; C_2 – опыт работы; C_3 – авторитет; C_4 – умение работать с людьми.

$$B = \begin{array}{c|cccc} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ \hline C_1 & 1 & 3 & 2 & 1/5 \\ C_2 & 1/3 & 1 & 2 & 1/5 \\ C_3 & 1/2 & 1/2 & 1 & 1/4 \\ C_4 & 5 & 5 & 4 & 1 \end{array}.$$

Далее необходимо найти собственные числа матрицы *B*.

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 3 & 2 & 1/5 \\ 1/3 & 1-\lambda & 2 & 1/5 \\ 1/2 & 1/2 & 1-\lambda & 1/4 \\ 5 & 5 & 4 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^4 - 4\lambda^3 - \frac{67}{15}\lambda - \frac{6}{5} = 0.$$

Для нахождения $\lambda_{\max}$ можно воспользоваться *Microsoft Excel→Сервис→Поиск решения*. Под значение λ выделили ячейку *B1*, под элементы матрицы *B* диапазон ячеек *B3:E6*. Элементы главной диагонали этой квадратной матрицы содержат формулы:

$$b_{11} - \lambda, b_{22} - \lambda, b_{33} - \lambda, b_{44} - \lambda\ .$$

соответственно. Под значение определителя отведена ячейка С8 с формулой: *МОПРЕД(B3:E6)*.

Таким образом, получили задачу линейного программирования:

$$\lambda \to \max$$
$$C8 = 0,$$
$$B2 \geq 0.$$

Результаты вычислений в Excel представлены на рис. 3, 4.

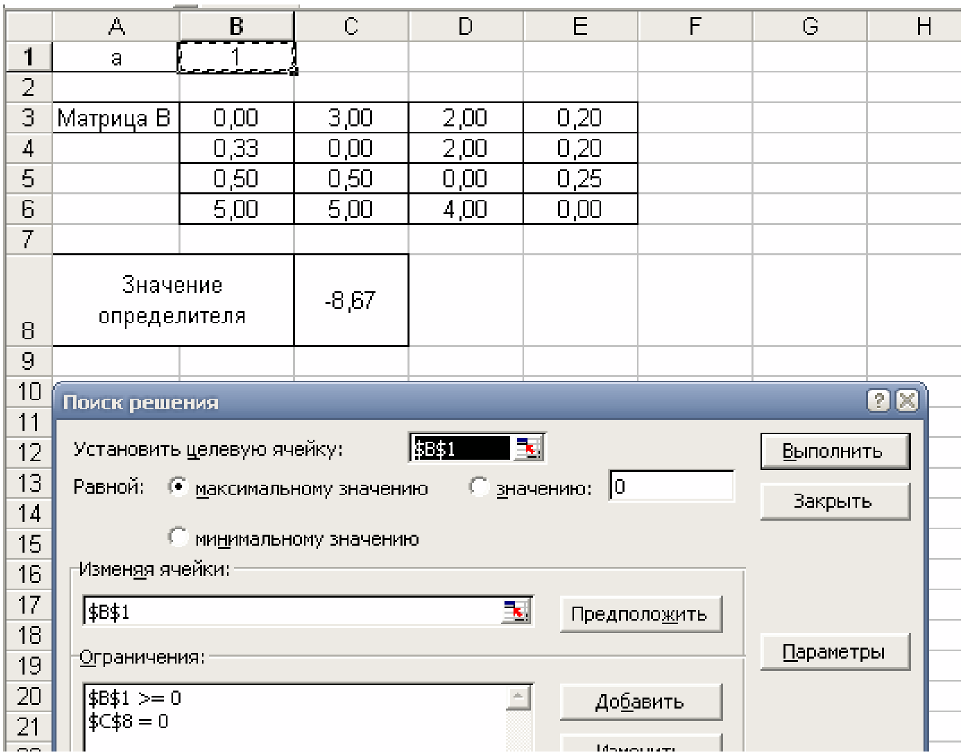

Рис. 3. Запись ЗЛП на поиск наибольшего собственного числа матрицы

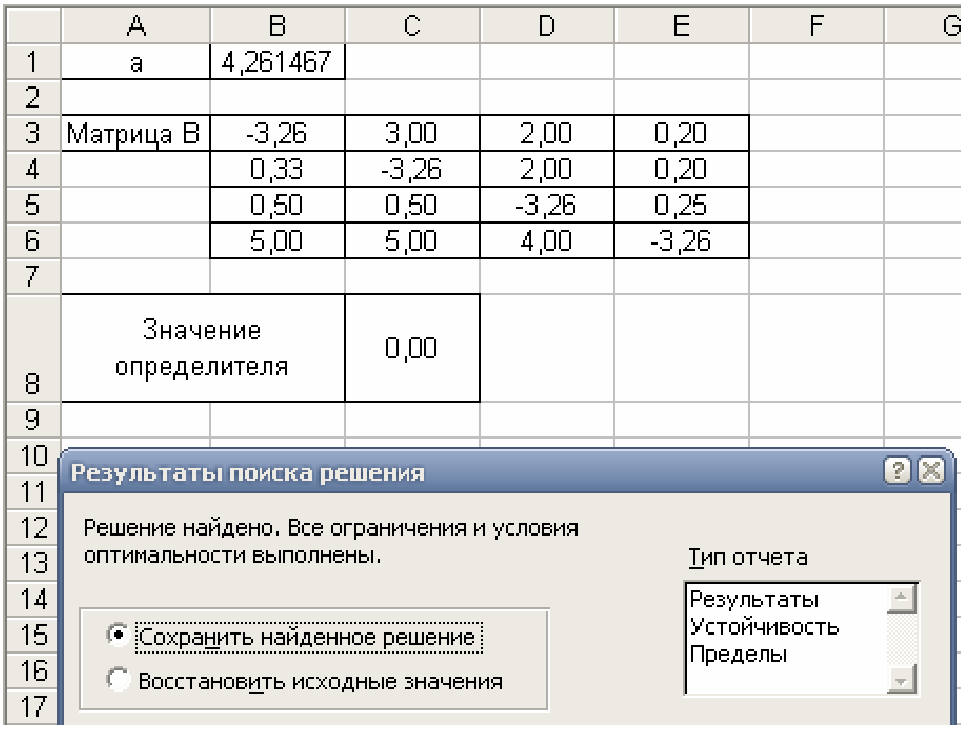

Рис. 4. Результат поиска собственного числа

Тогда $\lambda_1 = -0,2532$; $\lambda_2 = 4,2615$; $\lambda_{3,4} = -0,00415 \pm 1,054639i$. $\lambda_{\max} = 4,2615$.

Находим собственный вектор матрицы:

$$\begin{cases} -3,2615\omega_1 + 3\omega_2 + 2\omega_3 + 0,2\omega_4 = 0; \\ 1/3\omega_1 - 3,2615\omega_2 + 2\omega_3 + 0,2\omega_4 = 0; \\ 0,5\omega_1 + 0,5\omega_2 - 3,26152\omega_3 + 0,25\omega_4 = 0; \\ 5\omega_1 + 5\omega_2 + 4\omega_3 - 3,2615\omega_4 = 0. \end{cases}$$

Система имеет только нулевое решение. Для нахождения собственного вектора W используем замену одного из уравнений системы условием нормировки: $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = 1$. В результате получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} -3,2615\omega_1 + 3\omega_2 + 2\omega_3 + 0,2\omega_4 = 0; \\ \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = 1; \\ 0,5\omega_1 + 0,5\omega_2 - 3,26152\omega_3 + 0,25\omega_4 = 0; \\ 5\omega_1 + 5\omega_2 + 4\omega_3 - 3,2615\omega_4 = 0. \end{cases}$$

Решая последнюю систему с помощью *Microsoft Excel→Сервис→Поиск решения* (рис. 5, 6), получаем $\omega_1 = 0{,}19861$; $\omega_2 = 0{,}11403$; $\omega_3 = 0{,}09345$; $\omega_4 = 0{,}59391$.

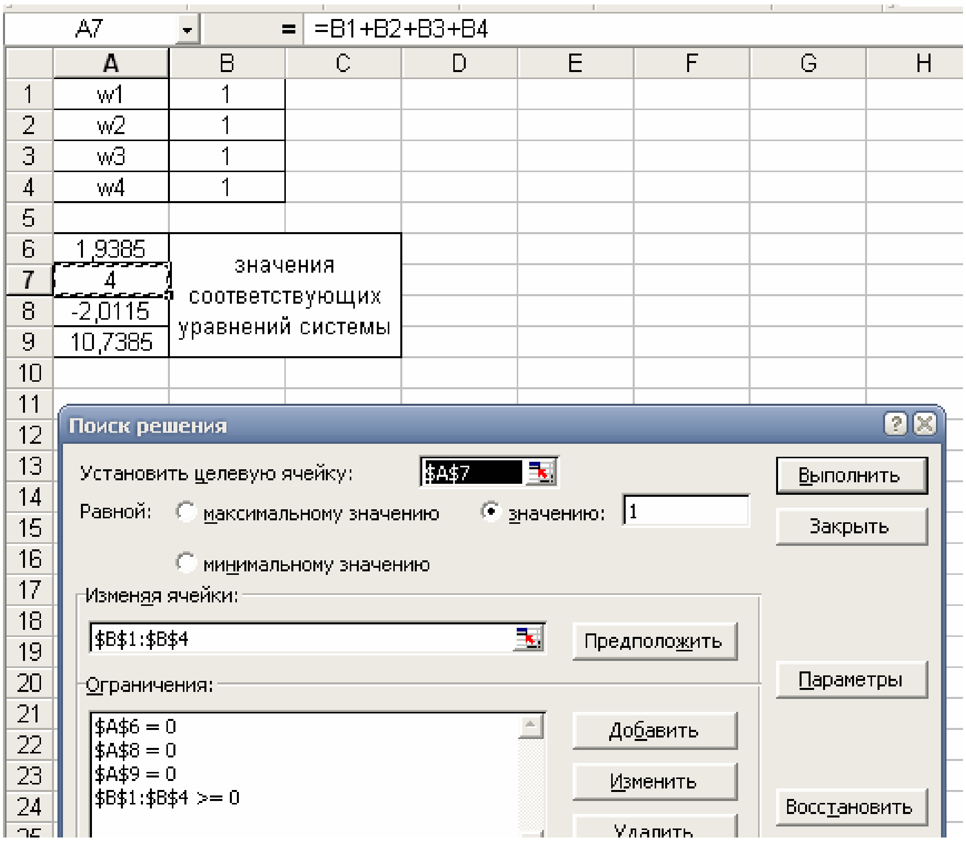

Рис. 5. Поиск решения собственных векторов матрицы

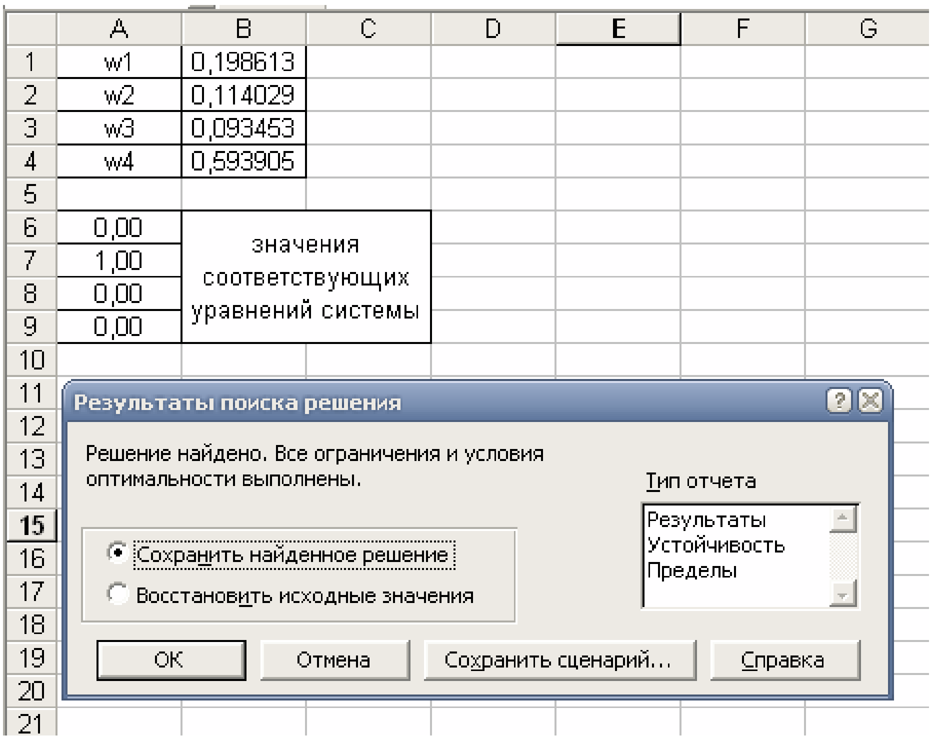

Рис. 6. Результат поиска собственных векторов

Тогда коэффициенты относительной важности критериев: $\alpha_1 = 4 \cdot 0{,}19861 = 0{,}794$; $\alpha_2 = 4 \cdot 0{,}11401 = 0{,}456$; $\alpha_3 = 4 \cdot 0{,}09345 = 0{,}374$; $\alpha_4 = 4 \cdot 0{,}59391 = 2{,}376$.

Модифицируем множества C_i:

$$C_1^{0,794} = \left\{0{,}9^{0,794} / a_1 ; 0{,}9^{0,794} / a_2 ; 0{,}6^{0,794} / a_3\right\},$$
$$C_2^{0,456} = \left\{0{,}8^{0,456} / a_1 ; 0{,}9^{0,456} / a_2 ; 0{,}5^{0,456} / a_3\right\},$$
$$C_3^{0,374} = \left\{0{,}7^{0,374} / a_1 ; 0{,}9^{0,374} / a_2 ; 0{,}3^{0,374} / a_3\right\},$$
$$C_4^{2,376} = \left\{0{,}9^{2,376} / a_1 ; 0{,}8^{2,376} / a_2 ; 0{,}5^{2,376} / a_3\right\}.$$

В результате получаем:

$$C_1^{0,794} = \left\{0{,}920 / a_1 ; 0{,}920 / a_2 ; 0{,}667 / a_3\right\},$$
$$C_2^{0,456} = \left\{0{,}903 / a_1 ; 0{,}953 / a_2 ; 0{,}729 / a_3\right\},$$
$$C_3^{0,374} = \left\{0{,}875 / a_1 ; 0{,}961 / a_2 ; 0{,}637 / a_3\right\},$$
$$C_4^{2,376} = \left\{0{,}779 / a_1 ; 0{,}588 / a_2 ; 0{,}193 / a_3\right\}.$$

Искомое множество имеет вид:

$$D = \left\{0{,}779 / a_1 ; 0{,}588 / a_2 ; 0{,}193 / a_3\right\}.$$

Максимальное значение принадлежности имеет альтернатива a_1 – первого электромонтёра и его следует выбрать в качестве лучшего.

Библиографический список

1. Коржов, А.В. Методы и модели оценки состояния изоляции и электробезопасности кабельных линий 6(10) кВ городских электрических сетей: монография / А.В. Коржов, А.И. Сидоров. – Челябинск: «Издательский центр ЮУрГУ», 2009. – 252 с.

2. Коржов, А.В. Математическая модель повреждаемости изоляции силовых кабельных линий городских электрических сетей / А.В. Коржов, А.И. Сидоров, Е.Ю. Юрченко, А.Б. Николаевский // Электрические станции. – 2008. – № 8. – С. 40–47.

3. Борисов, А.Н. Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования / А.Н. Борисов, О.А. Крумберг, И.П. Федоров. – Рига: Зинатне, 1990. – 184 с.

К содержанию