

О ВЫБОРЕ КОНТУРА СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМЕ МНОГОДВИГАТЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Г.В. Зырянов

Управление состоянием и параметрами движения некоторых механических объектов является одной из наиболее распространенных технических задач, возникающих в системах промышленного и специального назначения. При этом в качестве источника силовых воздействий на такие объекты применяют специальные технические средства - сервоприводы.

Так, например, при управлении угловым положением (или скоростью) по отдельным степеням подвижности сложных механических объектов (поворотные платформы различного технологического оборудования и механизмов специального назначения; рамы кардановых подвесов испытательных и моделирующих стендов, силовых гиросtabilizаторов; антенные конструкции оптических и радиотелескопов и др.) используются системы приводов (СП).

С помощью СП осуществляется энергетическое обеспечение механического движения путем создания необходимых движущих моментов, обеспечивающих приведение рабочих механизмов в требуемое угловое положение (позиционирование), либо изменение их углов поворота (или скоростей) в соответствии с предписанными законами изменения их во времени.

В общем случае СП могут быть представлены либо единственным, либо несколькими двигателями определенного вида (электрические, гидравлические, пневматические) и соответствующего дополнительного оборудования к ним. В ответственных случаях к СП предъявляются повышенные требования по весогабаритным и динамическим характеристикам.

Поскольку менее мощные двигатели обладают лучшими динамическими характеристиками, то часто, по совокупности критериев, выбор делается в пользу многодвигательного варианта системы привода (МДП), состоящей из n однотипных двигателей меньшей мощности, работающих на общую механическую нагрузку. При этом такое решение оказывается более предпочтительным как по быстродействию, так и по условиям надежности, балансировки, симметрии, компоновки и др.

Однако есть и негативный аспект концепции МДП, который может проявиться в тех случаях, когда двигатели одного типа, входящих в МДП, имеют не идентичные параметры и характеристики, обусловленные разного рода технологическими причинами их изготовления. Так, например, известно, что разбросы по некоторым параметрам могут составлять 10-20 %. В таких случаях в МДП возможны особые режимы, называемые взаимона-

гружением. В этих режимах часть двигателей может создавать тормозные усилия (формируются моменты другого знака), что приводит к непроизводительным потерям энергии и, в конечном счете, к перегреву двигателей. Особенно это нежелательно в длительных стационарных (статических) режимах, например, при постоянной скорости вращения.

Для снижения таких непроизводительных потерь система управления МДП усложняется дополнительными контурами синхронизации, которые представляют собой специально организованные перекрестные связи между каналами управления отдельными двигателями. При этом возможны разные способы организации таких связей, учитывающие особенности двигателей того или иного вида [1].

Во многих промышленных и специальных системах управления широкое применение нашел многодвигательный электрический привод (МДЭП), выполняющий в них функции исполнительного органа. В данной работе рассматривается задача синхронизации применительно к МДЭП постоянного тока с управлением по цепи якоря. При этом такой МДЭП формально представляется сначала как многомерное динамическое звено с обратными симметричными перекрестными связями по токам якоря. Соответственно этому, при выборе структуры контура синхронизации используются подходы и идеи теории многосвязных однотипных САР с необходимыми для рассматриваемого случая уточнениями.

Поскольку разброс параметров двигателей в общем случае нарушает условия симметричности перекрестных связей и идентичности прямых (сепаратных) каналов, то далее возникает задача исследования влияния этих отклонений на динамические свойства МДЭП и на эффективность каналов синхронизации. Такое исследование логично проводить методами общей теории МСАР и методами компьютерного моделирования. Кроме того, ввиду повсеместного применения микропроцессорных средств при управлении электроприводами, необходимо рассматривать особенности математического описания и исследования свойств МДЭП с цифровой (микропроцессорной) реализацией контура синхронизации.

1. Математическое описание МДЭП

Рассмотрим МДЭП, состоящий из n двигателей постоянного тока с независимым возбуждением, управляемых по якорной цепи. При одновременной работе нескольких, жестко связанных

через нагрузку электродвигателей, происходит принудительная их синхронизация по механическим параметрам движения (одинаковые углы поворота валов и скорости их вращения). Но технологический разброс параметров приводит к разной степени их загруженности, проявляющейся в различиях значений токов в цепях якоря электродвигателей. Это может приводить к перегрузкам по току якоря и, соответственно, к перегреву одних, при значительной недогрузке других двигателей. Такие явления могут иметь место, как в динамических режимах, так и в статике. Для выравнивания степени загрузки электродвигателей применяют различные способы их синхронизации по электрическим параметрам (по токам якоря) [1]. По смыслу задачи ясно, что алгоритм выравнивания токов должен способствовать увеличению токов для недогруженных и уменьшать ток якоря для перегруженных двигателей. При этом МДЭП будет близок по своим свойствам к некоторому эквивалентному по мощности, но с какими-то усредненными параметрами и характеристиками электродвигателю.

Рассмотрим линейное представление математической модели (в изображениях по Лапласу) МДЭП, состоящего из n двигателей постоянного тока с независимым возбуждением, управляемых по якорной цепи и работающих на общую нагрузку инерционного типа:

$$I_j(p) = W_j(p)[U_j(p) - K_j\omega(p)], \quad j = 1..n; \quad (1)$$

$$\omega(p) = \frac{\sum_{j=1}^n K_j I_j(p)}{J_\sigma p}, \quad (2)$$

где $U_j(p)$, $I_j(p)$, $\omega(p)$ – изображения Лапласа для входного напряжения, тока якоря и скорости вращения; K_j – электромагнитная константа; $W_j(p) = (R_j + pL_j)^{-1}$ – передаточная функция по току якоря для j -го двигателя; J_σ – приведенный момент инерции.

Для выбора структуры контура синхронизации предположим, что все однотипные двигатели в составе МДЭП имеют одинаковые параметры. Тогда МДЭП можно представить как многомерное звено с вектором входов $U(p)$ и вектором выходов $I(p)$, у которого все прямые (сепаратные) каналы идентичны, а перекрестные связи обратные, отри-

цательные и симметричные. Следуя методике, описанной в [2], для такого многомерного звена можно получить эквивалентное (по усредненным переменным) одномерное звено. Для использования приведенных в [2] формул, необходимо учитывать то, что в нашем случае «усредняющая» обратная связь отрицательная и имеет увеличенный в n раз коэффициентом передачи. Тот же результат можно получить и непосредственно из выражений (1) и (2), но более простым способом.

Пусть все n двигателей совершенно одинаковы, т.е. $K_j = K_1$ и $W_j(p) = W_1(p)$. Тогда из (2) следует, что $\omega(p) = n(J_\sigma p)^{-1} K_1 I_s(p)$, где $I_s(p)$ – среднее значение якорных токов:

$$I_s(p) = [I_1(p) + I_2(p) + \dots + I_n(p)]/n.$$

Выполняя аналогично усреднение в правой части формулы (1), получим

$$I_s(p) = W_1(p)[U_s(p) - nK_1(J_\sigma p)^{-1} K_1 I_s(p)]. \quad (3)$$

Из этого выражения определим эквивалентную передаточную функцию МДЭП по средней составляющей:

$$W_s(p) = \frac{I_s(p)}{U_s(p)} = \frac{W_1(p)}{1 + nW_1(p)W_{ss}(p)} = \frac{pJ_\sigma}{p^2 L_1 J_\sigma + pR_1 J_\sigma + nK_1^2}, \quad (4)$$

где $W_{ss}(p) = K_1^2 / (pJ_\sigma)$ – передаточная функция «усредняющей» связи.

Полученное выражение можно использовать, например, при моделировании, в качестве эталона для сравнения при оценке влияния разброса параметров двигателей на характеристики МДЭП. Из формулы (4) при $n = 1$, как частный случай, получается передаточная функция по току якоря для однодвигательного привода.

Если входные сигналы каждого из n двигателей считать одинаковыми ($U_j(p) = U_1(p)$), то с помощью (4) можно определить передаточную функцию МДЭП, состоящего из n одинаковых двигателей, по угловой скорости ω :

$$W_\omega(p) = \frac{nK_1}{p^2 L_1 J_\sigma + pR_1 J_\sigma + nK_1^2}.$$

Эквивалентная структурная схема такого «однотипного» МДЭП показана на рис. 1.

При наличии сигнальных возмущений в сепаратных каналах, для синхронизации движений

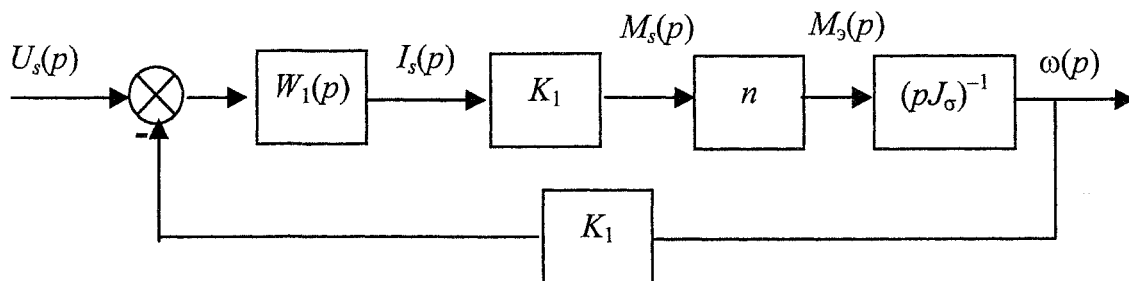


Рис. 1. Эквивалентная схема МДЭП при отсутствии разброса параметров

по идентичным переменным в разных каналах однотипных МСАР, используются синхронизирующие связи. Логично предположить, что при незначительных разбросах параметров в отдельных каналах или в перекрестных связях, эффект синхронизации будет сохраняться, хотя и в несколько ослабленном виде. Поставив задачу синхронизации как выравнивание токов в якорных цепях электродвигателей, будем использовать обратные связи синхронизирующего типа по этим токам.

При этом на вход каждого j -го двигателя будем подавать дополнительное напряжение $\Delta U_j(p)$, линейно зависящее от отклонений каждого из токов $I_j(p)$ от их усредненного (по всем двигателям) значения $I_x(p)$:

$$\Delta U_j(p) = L_x(p) \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n I_k(p) - I_j(p) \right]. \quad (5)$$

Из этого выражения следует, что значение $\Delta U_x(p)$, получаемое также как и для токов в результате процедуры усреднения по всем двигателям, будет равно нулю при любой передаточной функции $L_x(p)$.

Поэтому синхронизирующая связь указанного вида не будет изменять передаточных функций по средним значениям переменных. Соответственно этому, не изменится и вид эквивалентной структурной схемы относительно средних значений, показанной на рис. 1.

Передаточная функция синхронизирующих связей $L_x(p)$ будет оказывать влияние только на динамику и статику «относительного» движения и на передаточные функции, записанные относительно разностей соответствующих переменных в различных отдельных каналах. Поэтому для выбора $L_x(p)$ необходимо рассматривать эквивалентную одномерную структурную схему многомерного звена, составленную для относительного движения [2].

Запишем выражения для изображений токов $I_j(p)$ и $I_k(p)$ при $W_j(p) = W_1(p)$, $K_j = K_1$, $j \neq k$ и найдем их разность $\Delta I_{jk}(p) = I_j(p) - I_k(p)$:

$$I_j(p) = W_1(p) [U_j(p) + \Delta U_j(p) - K_1 \omega(p)]; \quad (6)$$

$$I_k(p) = W_1(p) [U_k(p) + \Delta U_k(p) - K_1 \omega(p)]; \quad (7)$$

$$\Delta I_{jk}(p) = W_1(p) [\Delta U_{jk}(p) + \Delta U_j(p) - \Delta U_k(p)]. \quad (8)$$

Тогда, принимая во внимание то, что в соответствии с формулой (5):

$$\begin{aligned} \Delta U_j(p) - \Delta U_k(p) &= \Delta U_{jk}(p) = \\ &= L_x(p) [I_k(p) - I_j(p)] = -L_x(p) \Delta I_{jk}(p) \end{aligned}$$

получим

$$\Delta I_{jk}(p) = W_1(p) [\Delta U_{jk}(p) - L_x(p) \Delta I_{jk}(p)].$$

Из этого выражения для многомерного звена с обратной синхронизирующей связью можно получить передаточную функцию эквивалентного одномерного звена в относительном движении:

$$\begin{aligned} W^-(p) &= \frac{\Delta I_{jk}(p)}{\Delta U_{jk}(p)} = \frac{I_j(p) - I_k(p)}{U_j(p) - U_k(p)} = \\ &= \frac{W_1(p)}{1 + L_x(p) W_1(p)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Отсюда видно, что для устранения постоянной составляющей в разностях токов необходимо, чтобы синхронизирующая обратная связь содержала интегрирующие звенья. При этом в выражении для $L_x(p)$ должны входить множители вида p^{-1} . Так, например, если выбрать $L_x(p) = K/p$, то передаточная функция по относительному движению $W^-(p)$ будет иметь следующий вид

$$W^-(p) = \frac{p}{(R_1 + pL_1)p + K}. \quad (10)$$

При этом параметр K имеет физический смысл коэффициента добротности по первой производной и его величину можно назначить, например, исходя из заданного значения коэффициента скоростной ошибки в относительном движении. В более общем случае, передаточную функцию $L_x(p)$ можно выбрать, ориентируясь на другой закон регулирования, например $L_x(p) = K/p + K_p$.

2. Многомерная модель МДЭП с учетом разброса параметров

При нарушении условий идентичности отдельных каналов и симметричности перекрестных обратных связей, эквивалентное представление многомерного МДЭП в виде совокупности двух одномерных схем, полученных для усредненного и относительного движений, становится невозможным. В таких случаях необходимо рассматривать полную модель МДЭП.

Запишем уравнение вида (6) для j -го двигателя в составе МДЭП:

$$I_j(p) = W_j(p) [U_j(p) + \Delta U_j(p) - K_j \omega(p)], \quad j = 1 \dots n,$$

где $\omega(p)$ и $\Delta U_j(p)$ определяются, соответственно, выражениями (2) и (5).

Переходя в этих формулах к векторно-матричным обозначениям и исключая промежуточные векторные переменные, получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(p) &= \mathbf{W}^*(p) \times \\ &\times \left[\mathbf{U}(p) - \left(\frac{1}{pJ_\sigma} \mathbf{R} - L_x(p) \mathbf{N}_- \right) \mathbf{I}(p) \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь

$$\mathbf{I}(p) = \text{col}\{I_j(p)\};$$

$$\mathbf{U}(p) = \text{col}\{U_j(p)\};$$

$$\mathbf{W}^*(p) = \text{diag}\{W_j(p)\};$$

$$\mathbf{N}_- = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1-n & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1-n & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1-n \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{C}\mathbf{C}^T;$$

$$\mathbf{C} = \text{col}\{K_j\}.$$

Перепишем (11) в эквивалентном виде:

$$\left[\mathbf{E} + \mathbf{W}^*(p) \left(\frac{1}{pJ_\sigma} \mathbf{R} - L_x(p) \mathbf{N}_- \right) \right] \mathbf{I}(p) = \mathbf{W}^*(p) \mathbf{U}(p). \quad (13)$$

Из этого выражения определим передаточную матрицу МДЭП, устанавливающую связь векторов $\mathbf{I}(p)$ и $\mathbf{U}(p)$:

$$\Phi(p) = \left[\mathbf{E} + \mathbf{W}^*(p) \left(\frac{1}{pJ_\sigma} \mathbf{R} - L_x(p) \mathbf{N}_- \right) \right]^{-1} \mathbf{W}^*(p). \quad (14)$$

Для оценки влияния разброса параметров двигателей на величины якорных токов будем считать, что все входные напряжения двигателей одинаковы и равны их среднему значению, т.е. $U_j(p) = U_s(p)$.

Тогда $\mathbf{U}(p) = \mathbf{N}U_s(p)$, где $\mathbf{N} = [1 \ 1 \ 1 \dots 1]^T$ и вектор изображений Лапласа для токов $\mathbf{I}(p)$ в МДЭП определится выражением

$$\mathbf{I}(p) = \Phi(p) \mathbf{N}U_s(p).$$

Структурное представление МДЭП в соответствии с выражениями (11) и (2), учитывающее разброс параметров и наличия контура синхронизации, приведено на рис. 2.

Рассмотрим вектор $\mathbf{I}_s(p) = I_s(p) \mathbf{N}$, который будем использовать при оценке эффективности работы контура синхронизации при разбросах параметров. Для вектора отклонений токов от их значений, соответствующих нулевому разбросу параметров, определим передаточную матрицу $\Phi_\Delta(p)$:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{I}(p) &= \mathbf{I}(p) - \mathbf{I}_s(p) = \Phi(p) \mathbf{N}U_s(p) - I_s(p) \mathbf{N} = \\ &= [\Phi(p) \mathbf{N} - W_s(p) \mathbf{N}] U_s(p) = \Phi_\Delta(p) U_s(p), \end{aligned} \quad (15)$$

где матрица $\Phi_\Delta(p)$ определяется следующим выражением:

$$\Phi_\Delta(p) = [\Phi(p) \mathbf{N} - W_s(p) \mathbf{N}] = [\Phi(p) - W_s(p) \mathbf{E}] \mathbf{N}. \quad (16)$$

Исследуя матрицу $\Phi_\Delta(p)$, например, рассматривая ее частотные свойства при $p = j\omega$, можно уточнить необходимую величину коэффициента добротности K или назначить другой вид передаточной функции $L_x(p)$ в цепи обратной синхронизирующей связи по якорным токам двигателей.

При значительных разбросах параметров в сепаратных каналах или в перекрестных связях, а также при неудачном назначении $L_x(p)$, МДЭП с контуром синхронизации может оказаться чрезмерно колебательным или даже неустойчивым. Исследовать устойчивость и запасы устойчивости замкнутого многомерного контура наиболее удобно, применяя обобщенный критерий Найквиста [3]. При использовании этого критерия рассматривается определитель $Q(p)$ матрицы возвратных разностей для замкнутого контура:

$$Q(p) = \det \left[\mathbf{E} + \mathbf{W}^*(p) \left(\frac{1}{pJ_\sigma} \mathbf{R} - L_x(p) \mathbf{N}_- \right) \right]. \quad (17)$$

Примечательной особенностью этого определителя является то, что он (аналогично одномер-

ному случаю!) оказывается равным отношению характеристических полиномов замкнутого и разомкнутого многомерного контура. Поэтому частотный годограф функции $Q(j\omega)$, построенный при изменении частоты ω от 0 до ∞ , позволяет судить об устойчивости МДЭП при наличии контура синхронизации. Известно, что для устойчивости многомерного замкнутого контура годограф функции $Q(j\omega)$ должен охватывать начало координат в положительном направлении (против часовой стрелки) $r/2$ раз, где r – число правых корней характеристического полинома разомкнутого контура. Если $r = 0$, то для устойчивости замкнутого контура годограф не должен охватывать начало координат.

При этом величина минимального расстояния годографа функции $Q(j\omega)$ до начала координат косвенно характеризует запас устойчивости.

При наличии ν нулевых корней у разомкнутого контура (если есть интегрирующие звенья), для применения этого критерия годограф $Q(j\omega)$ необходимо дополнить при $\omega = 0$ условной дугой бесконечного радиуса, проходящей через ν квадрантов в положительном направлении. Если $L_x(p) = K/p$, то граничное значение коэффициента добротности $K = K_{гр}$ можно определить из условия прохождения годографа при некоторой частоте $\omega = \omega_{кр}$ через начало координат, либо решая уравнение $Q(j\omega, K) = 0$. Тогда значение коэффициента $K = K_{ном}$ можно назначить в 2–3 раза меньше величины $K_{гр}$, обеспечивая запас устойчивости по модулю 6–10 децибел.

3. Микропроцессорный вариант контура синхронизации

Ввиду широкого распространения микропроцессорных средств и способов управления МДЭП, актуальным является выбор шага дискретизации (выборки) по времени T_0 и дискретной передаточной функции $L_x(z)$ в контуре синхронизации. Эквивалентная структурная схема МДЭП с микропроцессорной реализацией управления, где Φ_0 – фиксатор, представлена на рис. 3. При выборе значения T_0 и $L_x(z)$ можно воспользоваться методом аналогового прототипа. При этом величина T_0 назначается из условия 10 %-го уменьшения запаса устойчивости по фазе одномерного эквивалентного контура с отрицательной обратной связью по току в относительном движении, имеющего передаточную функцию вида (9). Ей будет соответствовать передаточная функция разомкнутого контура $W_{раз}(p) = W_1(p) L_x(p)$. Тогда, если частота среза этого разомкнутого контура равна ω_c , а запас по фазе φ_3 (в радианах), то рекомендуемое значение T_0 выбирается из условия $T_0 \leq 0,2\varphi_3/\omega_c$.

Передаточную функцию $L_x(z)$ в этом методе получают из непрерывной передаточной функции $L_x(p)$ заменой переменной $p = f(z)$ в соответствии с выбранным способом численного интегрирования. Так, например, подстановка $p = (1 - z^{-1})$ соответ-

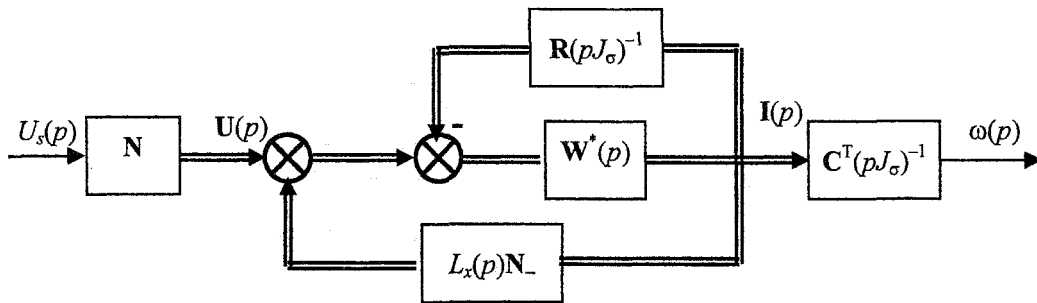


Рис. 2. Многомерное представление МДЭП с контуром синхронизации

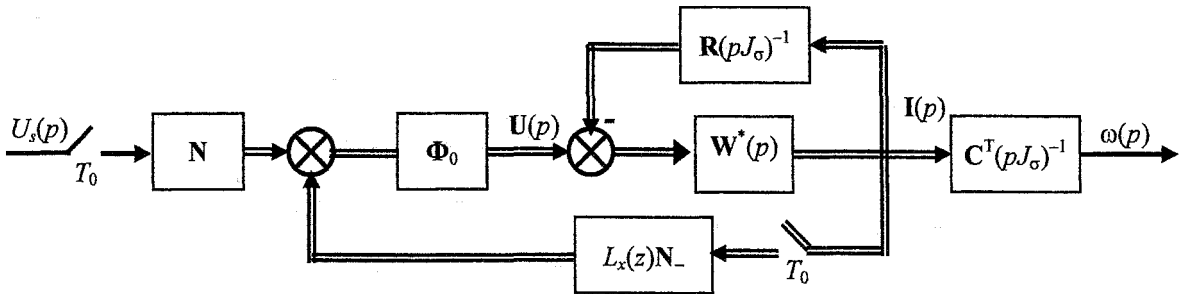


Рис. 3. Эквивалентная структурная схема МДЭП с цифровым управлением

вует методу Эйлера (метод прямоугольников), а замена $p = 2(z - 1) / [T_0(z + 1)]$ будет соответствовать методу трапеций.

При наличии существенного разброса параметров двигателей, замкнутый контур с цифровой обратной связью может оказаться неустойчивым.

Для исследования его устойчивости и обеспечения требуемого запаса устойчивости воспользуемся дискретным вариантом обобщенного критерия Найквиста для многомерных САП [4].

Для этого запишем матрицу возвратных разностей для замкнутого многомерного контура в виде:

$$G(z) = E - L_x(z)N_-W_L(z). \quad (18)$$

Здесь $W_L(z)$ – передаточная матрица дискретного звена «приведенной непрерывной части» (ПНЧ), состоящего из замкнутого непрерывного контура с фиксаторами Φ_0 на входе и «ключом» на выходе (см. рис. 3):

$$W_L(z) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-pT_0}}{p} \left[E + \frac{1}{pJ_\sigma} W^*(p)R \right]^{-1} \times \right. \\ \left. \times W^*(p) \right\} = Z \{ W_{\text{пнч}}(p) \}. \quad (19)$$

Заметим, что в нашем случае $W_{\text{пнч}}(p)$, а значит и $W_L(p)$, так же как и $L_x(z)$, не будут иметь неустойчивых полюсов. Тогда для устойчивости МДЭП с цифровым контуром синхронизации необходимо и достаточно, чтобы частотный годограф определителя матрицы возвратных разностей

$$Q^*(j\omega) = \det G(e^{j\omega T_0}) = \det G^*(j\omega)$$

при изменении частоты ω в диапазоне от 0 до π/T_0 не охватывал начало координат:

$$\Delta \text{Arg } Q^*(j\omega) = 0, \quad 0 \leq \omega \leq \pi/T_0 \quad (20)$$

При расчетах частотного годографа функции $Q^*(j\omega)$ удобно использовать следующую приближенную формулу для частотной передаточной матрицы $W_L^*(j\omega)$:

$$W_L^*(j\omega) \approx \frac{1}{T_0} \sum_{k=-m}^m W_{\text{пнч}} \left(j \left(\omega - k \frac{2\pi}{T_0} \right) \right), \quad (21)$$

где m – достаточно большое, например равное 10, целое число.

Аналогично рассмотренному выше непрерывному варианту контура синхронизации, для цифрового варианта его реализации можно определить граничные значения для коэффициента передачи и для периода дискретности T_0 , а также выбрать их величины из условия обеспечения требуемого запаса устойчивости.

Наиболее удобно расчеты по приведенным выше матричным формулам выполнять с помощью программных математических пакетов типа MathCAD или MATLAB.

Заключение

Разброс параметров и характеристик электродвигателей, работающих на общую нагрузку, приводит к нежелательному явлению в виде взаимного нагружения двигателей. Для уменьшения его влияния, система управления многодвигательным приводом должна дополняться специальным контуром синхронизации, состоящим из определенным образом подключаемых перекрестных обратных связей по якорным токам двигателей. При выборе способа подключения таких связей, при выборе их передаточных функций и параметров, а также для исследования свойств получаемой при этом системы управления целе-

сообразно пользоваться методами теории многосвязных САР. Полученные в работе матричные формулы позволяют это сделать как для непрерывного, так и для цифрового (микропроцессорного) варианта контура синхронизации.

Литература

1. Долбенков В.И. Синтез управления двухдвигательным электроприводом// Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника» . - 2006. - Вып. 3, № 9. — С. 31-34.

2. Морозовский В.Т. Многосвязные системы автоматического регулирования. - М.: Энергия, 1970.-288 с.

3. Зырянов Г.В., Кощеев А.А. О применении частотных критериев устойчивости для линейных систем с произвольной структурой// Системы управления и информационные технологии. Межвузовский сб. научн. тр. -Воронеж: 1999. - С. 62-68.

4. Зырянов Г.В. Частотный метод исследования устойчивости многомерных дискретных САУ//Системы автоматического управления: Сб. тр. - Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2000. - С. 36-39.