УДК 629.13

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДЛЯ ПРОЦЕДУРЫ КАЛИБРОВКИ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

А.Г. Щипицын

Появление этой работы вызвано обстоятельством необходимости решения конкретной задачи калибровки ИНС на движущемся объекте и тем, что ко времени написания данной статьи автор не нашел достаточно полных публикаций, посвященных разработкам математического описания для решения указанной задачи, а в найденных публикациях изложены лишь общие подходы к решению проблем калибровки ИНС.

1. Терминология

Калибровкой инерциальной навигационной системы (ИНС) назовем задачу определения коэффициентов моделей погрешностей ее датчиков поступательного и углового движения. Эти коэффициенты далее будем называть калибровочными коэффициентами (КК).

Датчик поступательного движения - однокомпонентный акселерометр, выходным сигналом которого является проекция вектора кажущегося ускорения (ВКУ) начала связанной с акселерометром системы координат (СК) на его измерительную ось.

Датчик углового движения это:

- однокомпонентный датчик угловой скорости (ДУС), выходным сигналом которого является проекция вектора абсолютной угловой скорости (ВАУС) корпуса ДУС, или
- датчик угла стабилизации трехосного гироскопического стабилизатора (ТГС), физически моделирующего на объекте инерциальную систему отсчета.

2. Постановка задач

На объекте, движущемся произвольным образом в инерциальном пространстве, в разных его местах установлены эталонная ИНС (ЭИНС) и калибруемая ИНС (КИНС). Блок инерциальной информации (БИИ) ЭИНС может быть выполнен в двух вариантах:

- три взаимоортогональных ДУС и три взаимоортогональных акселерометра, сигналы которых подключены к вычислительному блоку (ВБ), выходными сигналами которого являются три проекции ВКУ начала связанной с БИИ СК и три проекции ВАУС связанной с БИИ СК;
- ТГС, на площадке (внутренней раме) которого установлены три взаимоортогональных акселерометров, сигналы датчиков углов ТГС, сигналы акселерометров подключены к ВБ, выходными сигналами которого являются три угла поворота объекта вокруг осей стабилизации ТГС и три проекции ВКУ начала связанной с площадкой ТГС СК на оси этой СК.

Имеется следующая априорная информация (АИ):

1. О характеристиках местности: движении Земли в инерциальном пространстве и ее гравитационном поле.
2. О начальных условиях об ориентации, движении и положении объекта.
3. Начала и ориентации осей СК, связанных: с Землей, объектом, с БИИ ЭИНС и с БИИ КИНС, расположенных на объекте.
4. Модель погрешностей датчиков БИИ КИНС, т.е. аналитическая зависимость аддитивных погрешностей их выходных сигналов от кинематических характеристик объекта.

Измеряемая информация (ИИ) - это совокупность выходных сигналов БИИ ЭИНС и КИНС. На объекте имеется бортовой компьютер (БК), входными сигналами которого являются выходные сигналы БИИ ЭИНС и КИНС, а его выходными сигналами являются переменные навигационной информации ЭИНС и КИНС, которые обрабатываются в нем по алгоритму вычисления величин КК.

Задачи заключаются в выполнении математических описаний, позволяющих на основе указанных выше априорной и измеряемой информации:

- определить КК КИНС в течение заданного интервала времени движения объекта;
- проверить правильность определения КК путем подачи на вход алгоритма модели погрешностей БИИ с заданными КК и сравнения с вычисленными КК на выходе этого алгоритма.

3. Принятые допущения

1. Земля имеет сферическую форму с радиусом R_z.
2. Земля имеет только собственное вращение с постоянной по величине и направлению угловой скоростью.
3. Гравитационное поле Земли является сферическим и не изменяется в объеме, занятом объектом.
4. Объект представляет собой абсолютно твердое тело (АТТ).
5. Модель погрешностей датчика БИИ представляет собой сумму произведений постоянных во времени величин на проекции ВКУ на оси связанной с БИИ СК и предполагается, что такой вид модели погрешностей определен путем испытаний до навигации объекта, а неизвестными являются только коэффициенты этой модели - КК.

4. Подходы к решению задач

Математическое описание (МО) для решения первой из поставленных задач выполнено на основе теории инерциальной навигации и заданных априорной и измеряемой информации и включает в себя: составление уравнений функционирования ЭИНС и КИНС; приведение этих уравнений к связанной с объектом СК; составление уравнений относительно абсолютных погрешностей переменных навигационной информации, обусловленных только погрешностями КИНС; составление системы уравнений, связывающих абсолютные погрешности БИИ с погрешностями переменных навигационной информации и вычисление этих величин в заданные моменты времени; составление системы уравнений относительно КК КИНС и решение этих уравнений относительно КК.

МО для решения второй задачи включает в себя МО для решения первой задачи с добавлением к нему блоков:

- моделей сигналов БИИ (А) и БИИ (В);
- моделей погрешностей БИИ КИНС с заданными КК;
- сравнения вычисленных КК с заданными.

5. Математическое описание для решения первой задачи

5.1. Системы координат

Введем следующие СК (изображены на рисунке): $O_I I_1 I_2 I_3$ (*СКI*) – инерциальная, т.е. неподвижная в инерциальном пространстве; $O_J J_1 J_2 J_3$ (*СКJ*) – земная геоцентрическая с началом O_J в центре Земли, осью J_3 направленной по вектору $\vec{U}$ угловой скорости вращения Земли, осью J_1 проходящей через нулевой меридиан; $O_Z Z_1 Z_2 Z_3$ (*СКZ*) – земная географическая с началом O_Z на поверхности Земли, осью Z_3 направленной в зенит, осью Z_1 направленной на Восток, (осью Z_2 направленной на Север); $O_Y Y_1 Y_2 Y_3$ (*СКY*) – объектная с началом в полюсе (например, в центре масс), осью Y_1 направленной вдоль в сторону положительного направления движения, ось Y_2 направленной вбок влево, если смотреть в сторону положительного направления движения, (ось Y_3 – вверх); $O_X^A X_1^A X_2^A X_3^A$ (*СКX*^{A}) – связанная с БИИ ЭИНС ≡ БИИ (А); $O_X^B X_1^B X_2^B X_3^B$ (*СКX*^{B}) – связанная с БИИ КИНС ≡БИИ (В).

5.2. Векторы

Введем векторы (см. рисунок): $\overrightarrow{O_J O_Z}$ – радиус-вектор начала *СКZ* относительно начала *СКJ*; $\overrightarrow{O_Z O_Y} = \vec{R}$ – радиус-вектор начала *СКY* относительно начала *СКZ*: определяет положение объекта относительно Земли; $\overrightarrow{O_Y O_X^A} = \overrightarrow{L^A}$ – радиус-вектор начала *СКX*^{A} относительно начала *СКY*: определяет положение БИИ (А) относительно объекта; $\overrightarrow{O_Y O_X^B} = \overrightarrow{L^B}$ – радиус-вектор начала *СКX*^{B} относительно начала *СКY*: определяет положение БИИ (В) относительно объекта; $\vec{V} = \dot{\vec{R}}$ – вектор скорости точки O_Y; $\vec{W} = \dot{\vec{V}}$ – вектор ускорения точки O_Y; $\vec{G}$ – вектор гравитационного ускорения любой точки объекта (согласно допущению); $\vec{U}$ – вектор абсолютной угловой скорости Земли; $\vec{\Omega}$ – вектор абсолютной угловой скорости объекта; $\vec{\varepsilon}$ – вектор абсолютного углового ускорения объекта; $\overrightarrow{\Omega^{ZY}}$ – вектор угловой скорости объекта относительно Земли; $\overrightarrow{\varepsilon^{ZY}}$ – вектор углового ускорения объекта относительно Земли; $\vec{J_i}$, $\vec{Z_i}$, $\vec{Y_i}$, $\overrightarrow{X_i^A}$, $\overrightarrow{X_i^B}$ – орты соответствующих осей СК.

5.3. Углы поворотов и направляющие косинусы

Обозначим углы поворотов введенных СК друг относительно друга: Q_m^{JZ}, $m = \overline{1,3}$ – углы поворотов *СКZ* относительно *СКJ* в последовательности: вокруг оси J_3 на угол $Q_3^{JZ} \equiv \lambda$ (долгота места) → вокруг оси J_1^1 на угол $Q_1^{JZ} \equiv \varphi$ (широта места) → вокруг оси J_2^2 на угол $Q_2^{JZ} \equiv \psi$ (в частности, $\psi = 0$); указанные последовательности поворотов будем обозначать так:

$$J_1 J_2 J_3 \xrightarrow[Q_3^{JZ}]{J_3} J_1^1 J_2^1 J_3^1 \xrightarrow[Q_1^{JZ}]{J_1^1} J_1^2 J_2^2 J_3^2 \xrightarrow[Q_2^{JZ}]{J_2^2} Z_1 Z_2 Z_3;$$

$Q_m^{ZY} = Q_m$, $m = \overline{1,3}$ – углы поворотов *СКY* относительно *СКZ* в последовательности:

$$Z_1 Z_2 Z_3 \xrightarrow[Q_1^{ZY}]{Z_1} Z_1^1 Z_2^1 Z_3^1 \xrightarrow[Q_2^{ZY}]{Z_2^1} Z_1^2 Z_2^2 Z_3^2 \xrightarrow[Q_3^{ZY}]{Z_3^2} Y_1 Y_2 Y_3;$$

$Q_m^{YA} = P_m^A$, $m = \overline{1,3}$ – углы поворотов *СКX*^{A} относительно *СКY* в последовательности:

$$Y_1 Y_2 Y_3 \xrightarrow[Q_1^{YA}]{Y_1} Y_1^1 Y_2^1 Y_3^1 \xrightarrow[Q_2^{YA}]{Y_2^1} Y_1^2 Y_2^2 Y_3^2 \xrightarrow[Q_3^{YA}]{Y_3^2} X_1^A X_2^A X_3^A;$$

$Q_m^{YB} = P_m^B$, $m = \overline{1,3}$ – углы поворотов *СКX*^{B} относительно *СКY* в последовательности:

$$Y_1 Y_2 Y_3 \xrightarrow[Q_1^{YB}]{Y_1} Y_1^1 Y_2^1 Y_3^1 \xrightarrow[Q_2^{YB}]{Y_2^1} Y_1^2 Y_2^2 Y_3^2 \xrightarrow[Q_3^{YB}]{Y_3^2} X_1^B X_2^B X_3^B.$$

Введем обозначения для направляющих косинусов (НК):

1. от *СКJ* к *СКZ*:

$$H_{ij}^{JZ} = \vec{J_i} \cdot \vec{Z_j}, \quad i,j = \overline{1,3}; \tag{1}$$

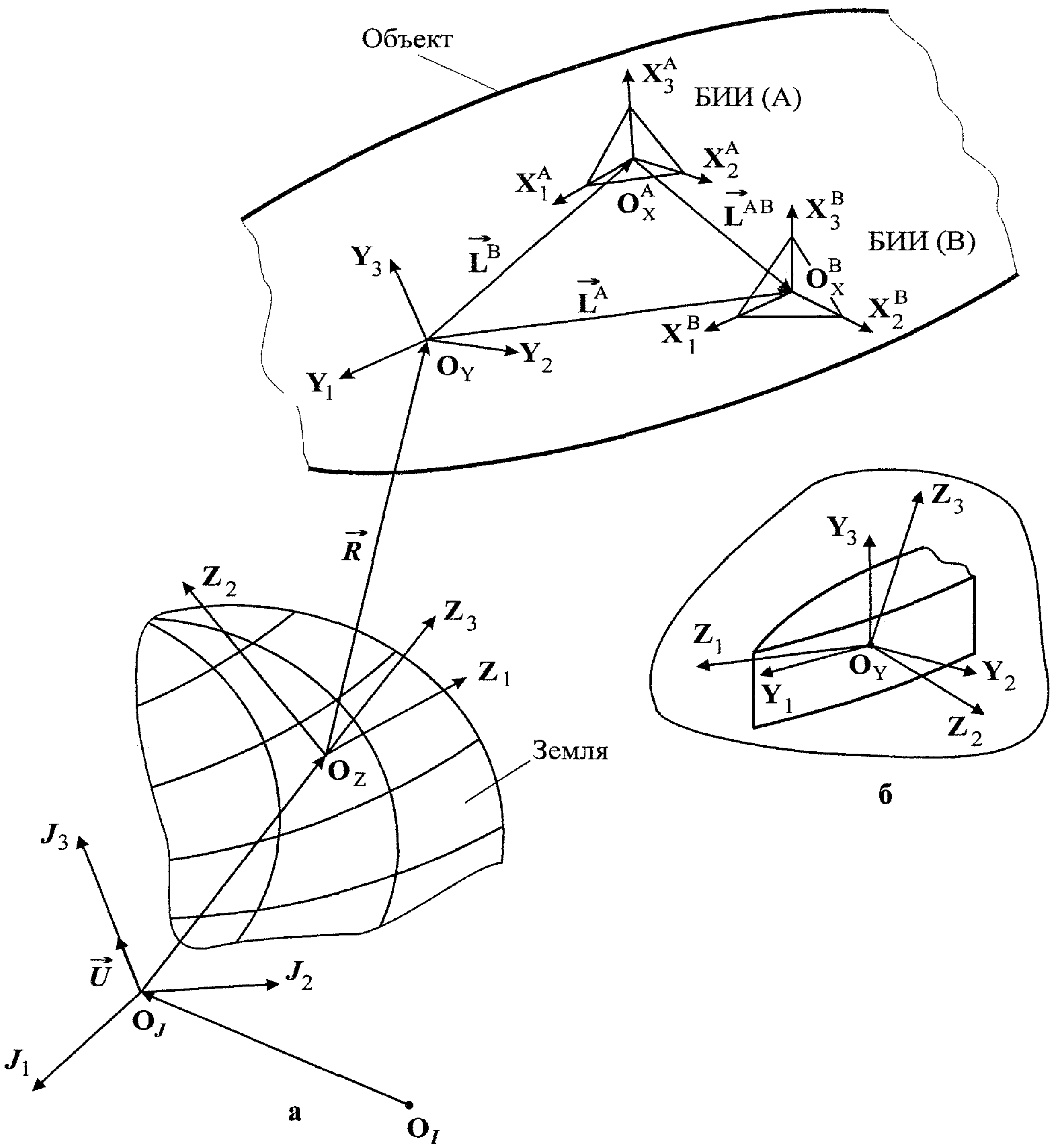
2. от *СКZ* к *СКY*:

$$H_{ij}^{ZY} = \vec{Z_i} \cdot \vec{Y_j}, \quad i,j = \overline{1,3}; \tag{2}$$

3. от *СКY* к *СКX*^{D}:

$$H_{ij}^{YD} = \vec{Y_i} \cdot \overrightarrow{X_j^D}, \quad D = A, B; \quad i,j = \overline{1,3}. \tag{3}$$

Использовав указанные последовательности поворотов, составим выражения для НК (1), (2),



Пояснения к математическому описанию для решения задачи:
а – системы координат, связанные с Землей, объектом, БИИ (А), БИИ (В),
б – ориентация осей связанной с объектом системы координат

(3). Для этого введем обозначения для промежуточных НК, т.е. НК: от начальной СК к СК после 1-го поворота, от СК после 1-го поворота к СК после 2-го поворота, от СК после 2-го поворота к СК после 3-го поворота, т.е. к конечной СК, обозначим их соответственно

$$h_{ip}^{01},\ h_{pq}^{12},\ h_{qj}^{23},\quad i,p,q,j=\overline{1,3}, \tag{4}$$

а затем вычислим НК от предыдущей СК к последующей по формулам:

$$H_{ij}^{NS}=\sum_{q=1}^{3}\sum_{p=1}^{3}h_{ip}^{01}h_{pq}^{12}h_{qj}^{23}, \tag{5}$$

где $i,j=\overline{1,3}$;

$N=J,Z,Y,X^A,X^B$;

$S=Z,Y,X^A,X^B$.

Заметим, что в общем случае НК являются переменными во времени, поэтому необходимо иметь их производные по времени, которые следует вычислять по формулам:

$$\dot{H}_{ij}^{NS} = = \sum_{p=1}^{3}\sum_{q=1}^{3}\left(\dot{h}_{ip}^{01}h_{pq}^{12}h_{qj}^{23} + h_{ip}^{01}\dot{h}_{pq}^{12}h_{qj}^{23} + h_{ip}^{01}h_{pq}^{12}\dot{h}_{qj}^{23}\right), \qquad (6)$$

где $i, j = \overline{1,3}$, смысл индексов N, S указан в (5).

5.4. Векторные уравнения функционирования ЭИНС и КИНС

Для решения поставленной задачи составим уравнения функционирования ЭИНС и КИНС. Эти уравнения являются одинаковыми по структуре, отличие заключается в наличии разных индексов (A или B) у векторов и ортов СК. Поэтому вначале запишем уравнения с применением общего индекса D, подразумевая под ним индекс A или индекс B. А когда потребуется разделить эти уравнения, введем разные индексы.

Для описания ориентации объекта на основе информации БИИ (D) введем НК:

$$C_{ij}^{ZD} = \overline{Z_i} \cdot \overline{X_j^D}, \quad i, j = \overline{1,3}. \qquad (7)$$

Применяя операцию абсолютного (обозначено «*») дифференцирования по времени (ДВ) к (7), получаем

$$\dot{C}_{ij}^{ZD} = \left(\overline{Z_i} \cdot \overline{X_j^D}\right)^{*} \qquad (8)$$

Заметим, что орт $\overline{Z_i}$ вращается в инерциальном пространстве с угловой скоростью $\vec{U}$, а орт $\overline{X_j^D}$ вращается в инерциальном пространстве с угловой скоростью $\overline{\Omega^D}$, поэтому перепишем (8) в виде

$$\dot{C}_{ij}^{ZD} = \left(\vec{U}\times\overline{Z_i}\right)\cdot\overline{X_j^D} + \overline{Z_i}\cdot\left(\overline{\Omega^D}\times\overline{X_j^D}\right). \qquad (9)$$

Абсолютная скорость начала O_X^D CKX^D определяется выражением (см. рисунок)

$$\overline{V^D} = \left(\overline{O_I O_J} + \overline{O_J O_Z} + \vec{R} + \overline{L^D}\right)^{*}. \qquad (10)$$

Абсолютное ускорение начала O_X^D CKX^D определяется выражением:

$$\overline{W^D} = \overset{*}{\overline{V^D}} \qquad (11)$$

Из кинематики АТТ известно векторное равенство:

$$\overline{W^D} = \vec{W} + \vec{\varepsilon}\times\overline{L^D} + \vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\overline{L^D}). \qquad (12)$$

Имеет место векторное равенство

$$\overline{W^D} = \overline{A^D} + \vec{G}, \qquad (13)$$

которое записано с учетом допущения о гравитационном ускорении и в котором $\overline{A^D}$ – вектор кажущегося ускорения начала O_X^D CKX^D, проекции которого в CKX^D измеряются акселерометрами БИИ (D). Реально измеряются проекции векторов $\vec{\varepsilon}$, $\vec{\Omega}$, с помощью БИИ (D), т.е. следует полагать $\vec{\Omega} = \overline{\Omega^D}$, $\vec{\varepsilon} = \overline{\varepsilon^D}$, и поэтому векторное равенство (12) следует переписать в виде:

$$\overline{W^D} = \vec{W} + \overline{\varepsilon^D}\times\overline{L^D} + \overline{\Omega^D}\times(\overline{\Omega^D}\times\overline{L^D}). \qquad (14)$$

Подставив (13) в (14), получим выражение для вектора ускорения точки O_Y:

$$\vec{W} = \overline{A^D} + \vec{G} - \overline{\varepsilon^D}\times\overline{L^D} - \overline{\Omega^D}\times(\overline{\Omega^D}\times\overline{L^D}). \qquad (15)$$

Применяя операцию ДВ к (10) и учитывая ограничение по движению Земли в инерциальном пространстве, т.е. что

$$\overset{*}{\overline{O_I O_J}} = 0, \qquad (16)$$

а также то, что вектор

$$\overline{O_J O_Z} = \overline{R^Z}, \qquad (17)$$

модуль которого является постоянным и равен радиусу Земли, и что этот вектор задан проекциями в CKZ, вращающейся в инерциальном пространстве с угловой скоростью $\vec{U}$, имеем:

$$\overset{*}{\overline{R^Z}} = \vec{U}\times\overline{R^Z}, \qquad (18)$$

что вектор $\vec{R}$ определен проекциями в CKZ и что эти проекции изменяются во времени, имеем:

$$\overset{*}{\vec{R}} = \overset{\bullet}{\vec{R}} + \vec{U}\times\vec{R}, \qquad (19)$$

что вектор $\overline{L^D}$, постоянный по модулю, задан проекциями в CKY, вращающейся в инерциальном пространстве с угловой скоростью $\vec{\Omega} = \overline{\Omega^D}$, имеем:

$$\overset{*}{\overline{L^D}} = \overline{\Omega^D}\times\overline{L^D} \qquad (20)$$

Подставив (16), (18)–(20) в (10), получим

$$\overline{V^D} = \vec{U}\times\overline{R^Z} + \overset{\bullet}{\vec{R}} + \vec{U}\times\vec{R} + \overline{\Omega^D}\times\overline{L^D}, \qquad (21)$$

где символами с точкой • обозначены локальные производные по времени.

Из кинематики АТТ известно равенство

$$\overline{V^D} = \vec{V} + \overline{\Omega^D}\times\overline{L^D}, \qquad (22)$$

где $\vec{V}$ – вектор скорости точки O_Y объекта.

Сравнивая (21) и (22), приходим к равенству:

$$\vec{U}\times\overline{R^Z} + \overset{\bullet}{\vec{R}} + \vec{U}\times\vec{R} = \vec{V}, \qquad (23)$$

откуда имеем

$$\overset{\bullet}{\vec{R}} = \vec{V} - \vec{U}\times\vec{R} - \vec{U}\times\overline{R^Z}. \qquad (24)$$

Применяя операцию абсолютного ДВ к векторному равенству (22), получаем

$$\overset{*}{\overline{V^D}} = \overset{*}{\vec{V}} + \overline{\varepsilon^D}\times\overline{L^D} + \overline{\Omega^D}\times(\overline{\Omega^D}\times\overline{L^D}), \qquad (25)$$

где учтено, что

$$\overline{\varepsilon^D} = \overset{*}{\overline{\Omega^D}}, \qquad (26)$$

Учитывая, что

$$\overset{*}{\vec{V}} = \vec{W}, \qquad (27)$$

и что векторопределен проекциями в CKZ, имеем:

$$\overset{*}{\vec{V}} = \dot{\vec{V}} + \vec{U} \times \vec{V}, \qquad (28)$$

перепишем (15) в виде:

$$\dot{\vec{V}} = \overrightarrow{A^D} + \vec{G} - \vec{U} \times \vec{V} - \varepsilon^D \times \overrightarrow{L^D} -$$
$$-\overrightarrow{\Omega^D} \times (\overrightarrow{\Omega^D} \times \overrightarrow{L^D}). \qquad (29)$$

Следует заметить, что в векторных уравнениях (24), (29) символами $\vec{R}$, $\vec{V}$ обозначены соответственно радиус-вектор точки O_Y объекта и вектор скорости этой точки, вычисленные на основе информации, полученной с БИИ (D). А так как $D = A$, B, т.е. введены в рассмотрение разные БИИ, то символы $\vec{R}$, $\vec{V}$ в уравнениях (24), (26) следует заменить на символы, которые бы учитывали это различие. Поэтому далее вместо символов $\vec{R}$, $\vec{V}$ будем использовать символы $\overrightarrow{R^{ZD}}$, $\overrightarrow{V^{ZD}}$, понимая под ними, что они обозначают соответственно радиус-вектор точки O_Y объекта и вектор скорости этой точки, вычисленные на основе информации, полученной с БИИ (D). Следовательно, уравнения (24), (26) перепишем в виде:

$$\dot{\overrightarrow{V^{ZD}}} = \overrightarrow{A^D} + \vec{G} - \vec{U} \times \overrightarrow{V^{ZD}} - \varepsilon^D \times \overrightarrow{L^D} -$$
$$-\overrightarrow{\Omega^D} \times (\overrightarrow{\Omega^D} \times \overrightarrow{L^D}), \qquad (30)$$

$$\dot{\overrightarrow{R^{ZD}}} = \overrightarrow{V^{ZD}} - \vec{U} \times \overrightarrow{R^{ZD}} - \vec{U} \times \overrightarrow{R^Z}. \qquad (31)$$

Широта места

$$\varphi = \varphi_0 + \operatorname{arctg} \frac{R_2}{R_3 + R_3^Z}. \qquad (32)$$

где $\varphi_0 = \varphi(t_0)$, т.е. значение φ в начальный момент времени.

5.5. Скалярные уравнения функционирования ЭИНС и КИНС

Уравнения (9) в скалярной форме имеют вид:

$$\dot{C}_{ij}^{ZD} = \sum_{p=1}^{3} \left(\hat{U}_{ip} C_{pj}^{ZD} + C_{ip}^{ZD} \hat{\Omega}_{pj}^{D} \right), \qquad (33)$$

где введены обозначения:

$$\hat{U}_{ip} = \sum_{q=1}^{3} \in_{qip} U_q ; \qquad (34)$$

$$\hat{\Omega}_{pj}^{D} = \sum_{q=1}^{3} \in_{qip} \Omega_q^D ; \qquad (35)$$

$$\in_{ijk} = \begin{cases} 1, \text{ если } ijk \text{ есть } 123, 231, 312; \\ -1, \text{ если } ijk \text{ есть } 132, 213, 321; \\ 0 \text{ в остальных сочетаниях.} \end{cases} \qquad (36)$$

Если ввести матрицы:

$$\begin{cases} C^{ZD} = \left\| C_{ij}^{ZD} \right\|_{3\times3}; \\ \hat{U} = \left\| \hat{U}_{ip} \right\|_{3\times3}; \\ \hat{\Omega}^D = \left\| \hat{\Omega}_{pi}^D \right\|_{3\times3}, \end{cases} \qquad (37)$$

то скалярные уравнения (33) можно записать в матричной форме:

$$\dot{C}^{ZD} = \hat{U} C^{ZD} + C^{ZD} \hat{\Omega}^D. \qquad (38)$$

Уравнение (30) в скалярной форме имеет вид

$$\dot{V}_i^{ZD} = G_i + \sum_{j=1}^{3} C_{ij}^{ZD} A_j^D -$$
$$-\sum_{j=1}^{3} \hat{U}_{ij} V_j^{ZD} - \sum_{j=1}^{3} C_{ij}^{ZD} A_j^{LD}, \qquad (39)$$

где введены обозначения:

$$\hat{U}_{ik} = \sum_{j=1}^{3} \in_{ijk} U_j ; \qquad (40)$$

$$A_q^{\varepsilon D} = \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \sum_{p=1}^{3} L_k^D \in_{jpq} H_{kp}^{YD} \varepsilon_j^D ; \qquad (41)$$

$$\begin{cases} A_q^{\Omega D} = \\ = \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \sum_{p=1}^{3} L_k^D \left(E_{jp} H_{kq}^{YD} - E_{qp} H_{jk}^{YD} \right) \Omega_j^D \Omega_p^D ; \\ A_j^{LD} = A_j^{\varepsilon D} - A_j^{\Omega D}. \end{cases} \qquad (42)$$

Здесь использован символ Кронекера

$$E_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } i = j; \\ 0, \text{ если } i \neq j. \end{cases}$$

Если ввести матрицы C^{ZD}, $\hat{U}$ из (37), а также ввести матрицы

$$\begin{cases} V^{ZD} = \left\| V_i^{ZD} \right\|_{3\times1}; \\ G = \left\| G_i \right\|_{3\times1}; \\ A^D = \left\| A_j^D \right\|_{3\times1}; \\ A^{LD} = \left\| A_j^{LD} \right\|_{3\times1}, \end{cases} \qquad (43)$$

то скалярные уравнения (39) можно записать в матричной форме:

$$\dot{V}^{ZD} = G + C^{ZD} A^D - \hat{U} V^{ZD} - C^{ZD} A^{LD}. \qquad (44)$$

Уравнения (38) определяют ориентацию БИИ (D) относительно земной СК. В правой части уравнения (38) первое слагаемое учитывает влияние вращения Земли и если пренебречь этим вращением, то оно обращается в нуль. Уравнения (44) определяют движение точки O_Y объекта относительно земной СК. В правой части (44): первое слагаемое определяет компоненты вектора гравитационного ускорения точки O_Y объекта; второе слагаемое определяет компоненты вектора кажущегося ускорения точки O_X^D в CKZ, полученные на основе информации БИИ (D); третье слагаемое определяет компоненты ускорения точки O_Y объекта в CKZ, обусловленные вращением Земли; четвертое слагаемое определяет компоненты векторов в CKZ вращательного (41) и центростремительного (42) ускорений точки O_X^D.

5.6. К составлению алгоритма для определения КК датчиков углового движения

Предполагаем выполненными допущения, перечисленные в разделе 3, а также будем предполагать выполненными следующие допущения.

1. Априорная информация о характеристиках местности задана абсолютно точно, т.е. проекции G_i, U_i векторов $\vec{G}$, $\vec{U}$ заданы без погрешностей.

2. Начальные условия для уравнений (38), (44) заданы абсолютно точно, т.е. компоненты матриц C^{ZD}, V^{ZD} в начальный момент времени $t=t_0$ не имеют погрешностей.

3. Априорная информация о параметрах положения и ориентации БИИ (А), БИИ (В) относительно объекта задана абсолютно точно, т.е. проекции L_k^A, L_k^B векторов $\overrightarrow{L^A}$, $\overrightarrow{L^B}$ и углы ориентации Q_m^{YA}, Q_m^{YB}, а значит, и НК H_{ij}^{YA}, H_{ij}^{YB} не имеют погрешностей.

4. ЭИНС не имеет погрешностей, следовательно, проекции A_j^A, Ω_j^A, ε_j^A векторов $\overrightarrow{A^A}$, $\overrightarrow{\Omega^A}$, $\overrightarrow{\varepsilon^A}$ в CKX^A, полученные на основе информации БИИ (А) являются абсолютно точными, а поэтому проекции Ω_j^B, ε_j^B в (41), (42) при D = B для КИНС будем вычислять на основе величин Ω_j^A, ε_j^A, полученных с помощью БИИ (А) при перепроектировании последних на оси CKX^B, для чего введем проекции Ω_i^{BA}, ε_i^{BA}, которые назовем проекциями векторов $\vec{\Omega}$, $\vec{\varepsilon}$ на оси CKX^B, полученные на основе проекций Ω_j^A, ε_j^A этих векторов CKX^A.

Определение КК датчиков углового движения БИИ (В) включает в себя следующие операции.

1. Задать $\hat{U}_{ij}$, L_j^{AB}, начальные условия для H_{ij}^A, H_{ij}^B, углы ориентации БИИ (А) и БИИ (В) относительно CKY, вычислить H_{ij}^{YA}, H_{ij}^{YB}.

2. Измерить A_i^A, Ω_i^A, ε_i^A, Ω_k^A, Ω_k^B, вычислить $\tilde{\Omega}_k^A$, $\tilde{\Omega}_k^B$ по формулам:

$$\tilde{\Omega}_q^D = \sum_{k=1}^{3} H_{qk}^{YD}\Omega_k^D, \quad D = A, B; \tag{45}$$

вычислить $\hat{\Omega}_{pj}^A$, $\hat{\Omega}_{pj}^B$ по формулам:

$$\hat{\Omega}_{pj}^D = \sum_{q=1}^{3} \epsilon_{pqj}\, \tilde{\Omega}_q^D, \quad D = A, B. \tag{46}$$

3. Проинтегрировать системы:

$$\dot{H}_{ij}^A = \sum_{k=1}^{3}\left(\hat{U}_{ik}H_{kj}^A + H_{ik}^A\hat{\Omega}_{kj}^A\right); \tag{47}$$

$$\dot{H}_{ij}^B = \sum_{k=1}^{3}\left(\hat{U}_{ik}H_{kj}^B + H_{ik}^B\hat{\Omega}_{kj}^B\right); \tag{48}$$

$$\Delta\dot{H}_{ij} = \sum_{k=1}^{3}\left(\hat{U}_{ik}\Delta H_{kj} + H_{ik}^B\hat{\Omega}_{kj}^B - H_{ik}^A\hat{\Omega}_{kj}^A\right). \tag{49}$$

4. Найти компоненты матрицы H_{ij}^0, обратной для матрицы H_{ij}.

5. Найти $\Delta\hat{\Omega}_{ij}^B$ по формулам:

$$\Delta\hat{\Omega}_{ij}^B = \sum_{k=1}^{3} H_{ik}^0\Big[\Delta\dot{H}_{kj} - \sum_{p=1}^{3}\left(\hat{U}_{kp}\Delta H_{pj} + \Delta H_{kp}\hat{\Omega}_{pj}^A\right)\Big]. \tag{50}$$

6. Вычислить $\Delta\tilde{\Omega}_q^B$ по формулам:

$$\Delta\tilde{\Omega}_1^B = \Delta\hat{\Omega}_{32}^B, \quad \Delta\tilde{\Omega}_2^B = \Delta\hat{\Omega}_{13}^B, \quad \Delta\tilde{\Omega}_3^B = \Delta\hat{\Omega}_{21}^B. \tag{51}$$

7. Вычислить $\Delta\Omega_k^B$ по формулам:

$$\Delta\Omega_k^B = \sum_{q=1}^{3} H_{qk}^{YB}\Delta\tilde{\Omega}_q^B, \tag{52}$$

и зафиксировать $B_i^{\Omega K} = \Delta\Omega_k^B(t_i)$ в моменты времени t_i, $i = \overline{1, N_p}$.

8. Вычислить a_l^B по формулам:

$$a_l^B = \sum_{i=1}^{3} H_{li}^{BA} + \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{m=1}^{3} \epsilon_{mkl}\, L_j^{AB} H_{mi}^{BA} H_{jk}^{YB}\varepsilon_i^A + \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{m=1}^{3} L_j^{AB}\left(H_{jm}^{YA}H_{li}^{BA} - E_{jm}H_{jl}^{YB}\right)\Omega_i^A\Omega_m^A, \tag{53}$$

и вычислить Q_{ij} по формулам:

$$\begin{cases} Q_{i1} = 1; \\ Q_{i\,(l+1)} = a_l^B(t_i), \quad l = \overline{1,3}; \\ Q_{i5} = a_1^B(t_i)\cdot a_1^B(t_i); \\ Q_{i6} = a_1^B(t_i)\cdot a_2^B(t_i); \\ Q_{i7} = a_1^B(t_i)\cdot a_3^B(t_i); \\ Q_{i8} = a_2^B(t_i)\cdot a_2^B(t_i); \\ Q_{i9} = a_2^B(t_i)\cdot a_3^B(t_i); \\ Q_{i10} = a_3^B(t_i)\cdot a_3^B(t_i); \\ i = \overline{1,10}. \end{cases} \tag{54}$$

9. Решить систему

$$\sum_{j=1}^{3} Q_{ij}X_j^{\Omega k} = B_i^{\Omega k}, \quad i = \overline{1, N_p}, \quad k = \overline{1,3}, \tag{55}$$

т.е. определить искомые КК датчиков углового движения ИНС (В).

5.7. К составлению алгоритма определения КК датчиков поступательного движения

Определение КК датчиков поступательного движения ИНС (В) включает в себя следующие операции.

1. Задать углы ориентации БИИ (А), БИИ (В) относительно объекта и вычислить все компоненты соответствующих матриц H_{ij}^{YA}, H_{ij}^{YB}, H_{ij}^{BA}; проекции U_i, G_i векторов $\vec{U}$, $\vec{G}$ и вычислить $\hat{U}_{ij}$; проекции L_i^A, L_i^B, (L_i^{BA}) векторов $\vec{L}^A$, $\vec{L}^B$, ($\vec{L}^{BA}$); начальные условия $V_i^A(t_0)$, $V_i^B(t_0)$, $\Delta V_i(t_0)$, $C_{ij}^{ZA}(t_0)$, $S_{ij}^{ZB}(t_0)$.

2. Получить на интервале времени $[t_0;T]$ с БИИ (А) и БИИ (В) величины A_i^A, Ω_i^A, ε_i^A; A_j^B.

3. Вычислить A_j^{LA} по формулам (41), (42); a_j^B – по формуле (53); a_j^{LB} – по формулам:

$$a_q^{LB} = \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\sum_{p=1}^{3} L_k^B \Big[\in_{jpq} H_{kp}^{YB}\varepsilon_p^{BA} +$$

$$+\left(E_{jp}H_{kq}^{YB} - E_{qp}H_{jk}^{YB}\right)\Omega_j^{BA}\Omega_p^{BA}\Big], q=\overline{1,3}, \qquad (56)$$

где Ω_p^{BA}, ε_p^{BA} вычисляются по формулам:

$$\Omega_i^{BA} = \sum_{j=1}^{3} H_{ij}^{BA}\Omega_j^A; \qquad (57)$$

$$\varepsilon_i^{BA} = \sum_{j=1}^{3} H_{ij}^{BA}\varepsilon_j^A. \qquad (58)$$

4. Проинтегрировать системы:

$$\dot{C}_{ij}^{ZA} = \sum_{p=1}^{3}\sum_{q=1}^{3}\left[\in_{qip} U_q C_{pj}^{ZA} + \in_{pqj} \Omega_q^A C_{ip}^{ZA}\right]; \qquad (59)$$

$$\dot{S}_{ij}^{ZB} = \sum_{p=1}^{3}\sum_{q=1}^{3}\left[\in_{qip} U_q S_{pj}^{ZB} + \in_{pqj} \Omega_q^{BA} S_{ip}^{ZB}\right]; \qquad (60)$$

$$\dot{V}_i^A = G_i + \sum_{j=1}^{3} C_{ij}^{ZA}A_j^A - \sum_{j=1}^{3}\hat{U}_{ij}V_j^A - \sum_{j=1}^{3} C_{ij}^{ZA}A_j^{LA}; \qquad (61)$$

$$\dot{V}_i^B = G_i + \sum_{j=1}^{3} S_{ij}^{ZB}A_j^B - \sum_{j=1}^{3}\hat{U}_{ij}V_j^B - \sum_{j=1}^{3} S_{ij}^{ZB}a_j^{LB}, \qquad (62)$$

где использовано переобозначение

$$V_i^D = V_i^{ZD}, \quad i=\overline{1,3}; \quad D = A,B;$$

$$\Delta\dot{V}_i = \sum_{j=1}^{3} S_{ij}^{ZB}A_j^B - \sum_{j=1}^{3} C_{ij}^{ZA}A_j^A - \sum_{j=1}^{3}\hat{U}_{ij}\Delta V_j -$$

$$-\sum_{j=1}^{3}\left(S_{ij}^{ZB}a_j^{LB} - C_{ij}^{ZA}A_j^{LA}\right), \qquad (63)$$

где обозначено

$$\Delta V_i = V_i^B - V_i^A.$$

5. Вычислить R_i^{ZB} по формулам:

$$R_i^{ZB} = \Delta\dot{V}_i - \sum_{j=1}^{3}\Big(S_{ij}^B a_j^B - C_{ij}^{ZA}A_j^A - \hat{U}_{ij}\Delta V_j -$$

$$-S_{ij}^{ZB}a_j^{LB} + C_{ij}^{ZA}A_j^{LA}\Big), \quad i=\overline{1,3}. \qquad (64)$$

6. Решить систему

$$\sum_{j=1}^{3} S_{ij}^{ZB}\Delta A_j^B = R_i^{ZB}, \quad i=\overline{1,3} \qquad (65)$$

и зафиксировать $\Delta A_j^B(t)$, a_j^B в моменты времени t_i, $i=\overline{1,N_p}$.

7. Вычислить Q_{ij} по формулам (54).

8. Решить систему

$$\sum_{j=1}^{N_p} Q_{ij}X_j^{Ak} = B_i^{Ak}, \quad i=\overline{1,N_p}, \quad k=\overline{1,3}, \qquad (66)$$

т.е. определить искомые КК датчиков поступательного движения ИНС (В).

6. Математическое описание для решения второй задачи

6.1. Модели сигналов БИИ (А), БИИ (В)

Согласно подходу к решению второй задачи необходимо смоделировать сигналы БИИ(А), БИИ (В) и модели погрешностей БИИ (В).

Модели сигналов обоих БИИ определяются на основе равенств:

$$\begin{cases} \Omega_i^A = \vec{\Omega}\cdot\vec{X}_i^A; \\ \varepsilon_i^A = \vec{\varepsilon}\cdot\vec{X}_i^A; \\ A_i^A = \vec{A}^A\cdot\vec{X}_i^A; \\ \Omega_i^B = \vec{\Omega}\cdot\vec{X}_i^B; \\ \varepsilon_i^B = \vec{\varepsilon}\cdot\vec{X}_i^B; \\ A_i^B = \vec{A}^B\cdot\vec{X}_i^B, \end{cases} \qquad (67)$$

где $i=\overline{1,3}$, $\vec{\Omega}$, $\vec{\varepsilon}$, $\vec{A}^A$, $\vec{A}^B$ векторы соответственно абсолютной угловой скорости объекта, абсолютного углового ускорения CKX^A, кажущегося ускорения точек O_X^A, O_X^B.

Имеет место векторное равенство

$$\vec{\Omega} = \vec{U} + \vec{\omega}, \qquad (68)$$

где $\vec{U}$, $\vec{\omega}$ – векторы угловых скоростей соответственно Земли и объекта относительно Земли, которые заданы в CKZ:

$$\begin{cases} \vec{U} = \sum_{j=1}^{3} U_j\vec{Z}_j; \\ \vec{\omega} = \sum_{j=1}^{3} \omega_j^Z\vec{Z}_j. \end{cases} \qquad (69)$$

Имеет место зависимость

$$\vec{\varepsilon} = \overset{*}{\vec{\Omega}}. \qquad (70)$$

Использовав (68), (69), раскроем абсолютную производную в (70):

$$\vec{\varepsilon} = \sum_{j=1}^{3}\dot{\omega}_j^Z\vec{Z}_j + \sum_{j=1}^{3}\left(U_j + \omega_j^Z\right)\overset{*}{\vec{Z}}_j. \qquad (71)$$

Так как

$$\overset{*}{\vec{Z}}_j = \vec{U} \times \vec{Z}_j, \tag{72}$$

то (71) с учетом (69) примет вид:

$$\vec{\varepsilon} = \sum_{j=1}^{3} \dot{\omega}_j^Z \vec{Z}_j + \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\left[\left(U_j + \omega_j^Z\right)U_k\right]\left(\vec{Z}_k \times \vec{Z}_j\right). \tag{73}$$

Для определения ω_j^Z составим векторное равенство:

$$\vec{\omega} = \sum_{k=1}^{3} \dot{Q}_k \vec{Z}_k^k. \tag{74}$$

Умножая (74) скалярно на $\vec{Z}_j \equiv \vec{Z}_j^0$ и учитывая обозначения (4), получим

$$\omega_j^Z = \sum_{k=1}^{3} h_{jk}^{0k} \dot{Q}_k. \tag{75}$$

Применив операцию ДВ к (75), получим:

$$\dot{\omega}_j^Z = \sum_{k=1}^{3}\left(\dot{h}_{jk}^{0k}\dot{Q}_k + h_{jk}^{0k}\ddot{Q}_k\right). \tag{76}$$

Умножив (68), (73) скалярно на орт $\vec{Z}_m$ с учетом символа Леви-Чивита, получим:

$$\begin{cases} \Omega_m^Z = U_m + \omega_m^Z; \\ \varepsilon_m^Z = \dot{\omega}_m^Z + \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \in_{kjm} U_k (U_j + \omega_m^Z), \end{cases} \tag{77}$$

где Ω_m^Z, ε_m^Z – проекции векторов $\vec{\Omega}$, $\vec{\varepsilon}$ в *CKZ*, т.е.

$$\begin{cases} \vec{\Omega} = \sum_{m=1}^{3} \Omega_m^Z \vec{Z}_m; \\ \vec{\varepsilon} = \sum_{m=1}^{3} \varepsilon_m^Z \vec{Z}_m. \end{cases} \tag{78}$$

Подставив (78) в выражения для Ω_i^A, Ω_i^B, ε_i^A, ε_i^B из (67) с учетом обозначений (7), получим:

$$\begin{cases} \breve{\Omega}_i^A = \sum_{m=1}^{3} \breve{C}_{mi}^{ZA} \Omega_m^Z; \\ \breve{\varepsilon}_i^A = \sum_{m=1}^{3} \breve{C}_{mi}^{ZA} \varepsilon_m^Z; \\ \breve{\Omega}_i^B = \sum_{m=1}^{3} \breve{C}_{mi}^{ZB} \Omega_m^Z; \\ \breve{\varepsilon}_i^B = \sum_{m=1}^{3} \breve{C}_{mi}^{ZB} \varepsilon_m^Z. \end{cases} \tag{79}$$

6.2. Модели поступательного движения объекта

Поступательное движение объекта относительно начала *CKZ* зададим проекциями r_k вектора $\vec{R}$ в *CKZ*, а значит,

$$\vec{R} = \sum_{m=1}^{3} r_m \vec{Z}_m. \tag{80}$$

Применяя операцию ДВ к (80), получим локальную производную

$$\dot{\vec{R}} = \sum_{m=1}^{3} \dot{r}_m \vec{Z}_m. \tag{81}$$

Подставив (80), (81) в (23) с учетом того, что векторы $\vec{U}$, $\vec{R}^Z$ заданы проекциями в *CKZ*, получим:

$$\vec{V} = \overset{*}{\vec{R}} = \sum_{m=1}^{3} \dot{r}_m \vec{Z}_m + \sum_{j=1}^{3} U_j \vec{Z}_j \times \sum_{k=1}^{3}\left(r_k + R_k^Z\right)\vec{Z}_k. \tag{82}$$

Умножив (82) на вектор $\vec{Z}_m$ скалярно, получим

$$V_m = \dot{r}_m + \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \in_{jkm} U_j\left(r_k + R_k^Z\right). \tag{83}$$

Применив операцию ДВ к (83) с учетом того, что $\dot{U}_j = 0$, $\dot{R}_K^Z = 0$, получим

$$\dot{V}_m = \ddot{r}_m + \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \in_{jkm} U_j \dot{r}_k. \tag{84}$$

Умножив векторное равенство

$$\vec{W} = \overset{*}{\vec{V}} = \dot{\vec{V}} + \vec{U} \times \vec{V} \tag{85}$$

скалярно на орт $\vec{Z}_m$ с учетом того, что векторы $\dot{\vec{V}}$, $\vec{U}$, $\vec{V}$ заданы проекциями в *CKZ*, получим

$$W_m = \dot{V}_m + \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \in_{jkm} U_j V_k. \tag{86}$$

Вектор $\vec{L}^D$ задан проекциями в *CKY*, поэтому

$$\vec{L}^D = \sum_{k=1}^{3} L_k^D \vec{Y}_k. \tag{87}$$

Орт $\vec{Y}_k$ связан с ортом $\vec{Z}_j$ зависимостью

$$\vec{Y}_k = \sum_{j=1}^{3} H_{jk}^{ZY} \vec{Z}_j. \tag{88}$$

Двойное векторное произведение, входящее в (12) можно представить в виде

$$\vec{\Omega} \times \left(\vec{\Omega} \times \vec{L}^D\right) = \vec{\Omega}\left(\vec{\Omega} \cdot \vec{L}^D\right) - \vec{L}^D\left(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}\right). \tag{89}$$

Использовав (87)–(89), перепишем (12) в виде

$$\vec{W}^D = \vec{W} + \sum_{k=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{p=1}^{3} L_k^D \left\{ H_{jk}^{ZY} \varepsilon_p^Z \left(\vec{Z}_p \times \vec{Z}_j\right) + \right.$$
$$\left. + \left[\left(\vec{Z}_j \cdot \vec{Y}_k\right) \cdot \vec{Z}_j - \left(\vec{Z}_p \cdot \vec{Z}_j\right) \cdot \vec{Y}_k\right] \Omega_j^Z \Omega_p^Z \right\}. \tag{90}$$

Умножив (90) скалярно на орт $\vec{Z}_m$ и использовав (3), символы Леви-Чивита и Кронекера, перепишем (90):

$$W_m^D = W_m + \sum_{k=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{p=1}^{3} L_k^D \left[\in_{pjm} H_{jk}^{ZY} \varepsilon_p^Z + \right.$$
$$\left. + \left(H_{jk}^{ZY} E_{jm} - E_{pj} H_{mk}^{ZY}\right) \Omega_j^Z \Omega_p^Z \right], \; D = A, B. \tag{91}$$

Итак, задавая проекции r_k, их первые $\dot{r}_k$ и вторые $\ddot{r}_k$ производные по времени и задавая проекции G_i, U_i, R_i^Z, учитывая, что

$$R_1^Z = 0, \; R_2^Z = 0, \; R_3^Z = R^Z, \tag{92}$$

где R^Z – радиус Земли, а затем последовательно применяя формулы (83), (84), (86), алгоритмы вычисления Ω_m^Z, ε_m^Z, и (91) на основе равенства

$$\vec{A}^D = \vec{W}^D - \vec{G}, \quad D = A,B \tag{93}$$

вычисляем модели сигналов акселерометров БИИ (А), БИИ (В) по формулам:

$$\breve{A}_i^A = \sum_{m=1}^{3} \breve{C}_{mi}^{ZA} \left(W_m^A - G_m\right); \tag{94}$$

$$\breve{A}_i^B = \sum_{m=1}^{3} \breve{C}_{mi}^{ZB} \left(W_m^B - G_m\right), \tag{95}$$

где $\breve{A}_i^A$, $\breve{A}_i^B$ – проекции векторов $\vec{A}^A$, $\vec{A}^B$, являющиеся имитационными моделями для a_i^A, a_i^B.

6.3. Модели углового движения объекта

В выражениях (94), (95) использованы НК

$$\breve{C}_{mi}^{ZD} = \vec{Z}_m \cdot \vec{X}_i^D, \tag{96}$$

которые должны быть вычислены на основе проекций U_k, Ω_k^Z путем интегрирования уравнений:

$$\dot{\breve{C}}_{mi}^{ZD} = \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\left[\epsilon_{kmj}\, U_k + \epsilon_{kim}\, \Omega_k^Z\right] \times$$

$$\times \breve{C}_{ji}^{ZD}, \ D = A,B. \tag{97}$$

В выражениях (91) использованы НК (2), которые должны быть вычислены на основе проекций U_k, Ω_k^Z путем интегрирования уравнений:

$$\dot{H}_{ij}^{ZY} = \sum_{k=1}^{3}\sum_{m=1}^{3}\left[\epsilon_{kim}\, U_k + \epsilon_{kmi}\, \Omega_k^Z\right] H_{mj}^{ZY}. \tag{98}$$

6.4. Модели погрешностей датчиков поступательного и углового движения

Модели погрешностей БИИ (В) по условию задачи имеют вид

$$\Delta\breve{\Omega}_i^B = \breve{P}_{i0}^{\Omega B} + \sum_{j=1}^{3} \breve{P}_{ij}^{\Omega B} \breve{A}_j^B + \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \breve{P}_{ijk}^{\Omega B} \breve{A}_j^B \breve{A}_k^B; \tag{99}$$

$$\Delta\breve{A}_i^B = \breve{P}_{i0}^{AB} + \sum_{j=1}^{3} \breve{P}_{ij}^{AB} \breve{A}_j^B + \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \breve{P}_{ijk}^{AB} \breve{A}_j^B \breve{A}_k^B, \tag{100}$$

где проекции $\breve{A}_j^B$ вектора $\vec{A}^B$ должны быть вычислены по формулам (95). В зависимостях (99), (100) использован символ «волна» над буквенными символами, указывающий на то, что эти буквенные символы относятся к обозначению величин, являющихся имитационными моделями соответствующих величин, обозначенных без символа«волна», т.е. $\Delta\breve{\Omega}_i^B$, $\Delta\breve{A}_i^B$ – это обозначения для имитационных моделей соответствующих величин $\Delta\Omega_i^B$, ΔA_i^B.

6.5. Начальные условия для ориентации объекта

Для интегрирования уравнений (97), (98) понадобятся начальные условия, т.е. значения НК $\breve{C}_{ij}^{ZD}$, H_{ik}^{ZY} в начальный момент времени $t = t_0$. Согласно (2) имеет место зависимость:

$$\vec{Z}_i = \sum_{k=1}^{3} H_{ik}^{ZY} \vec{Y}_k. \tag{101}$$

Подставив (101) в (7) и приписывая символ «волна», получаем:

$$\breve{C}_{ij}^{ZD} = \sum_{k=1}^{3} H_{ik}^{ZY} \left(\vec{Y}_k \cdot \vec{X}_j^D\right)$$

или с учетом (2):

$$\breve{C}_{ij}^{ZD} = \sum_{k=1}^{3} H_{ik}^{ZY} H_{kj}^{YD}, \tag{102}$$

где H_{kj}^{YD} – это НК от CKY к CKX^D, являющиеся постоянными величинами и характеризующие установку БИИ (D) на объекте, D = А, В. Таким образом для определения начальных условий для $\breve{C}_{ik}^{ZD}$ необходимо задать начальные условия для H_{ik}^{ZY}, направляющих косинусов H_{kj}^{YD} и вычислить $\breve{C}_{ij}^{ZD}$ по формулам (102).

Начальные условия для НК H_{ik}^{ZY} – это начальная ориентация объекта (CKY) относительно Земли (CKZ), которая в общем случае должна быть задана углами:

$$Q_k^0 = Q_k(t_0), \ k = \overline{1,3}, \tag{103}$$

где Q_1, Q_2, Q_3 – соответственно углы крена (поперечной качки), тангажа (продольной качки), курса. Вычислив по алгоритму НК величины H_{ik}^{ZY} для аргументов (103), получим искомые начальные условия.

Заключение

1. Выполнено математическое описание для задачи определения калибровочных коэффициентов моделей погрешностей датчиков углового и поступательного движения калибруемой инерциальной навигационной системы (ИНС), установленной на движущемся объекте при условии наличия на этом же объекте эталонной ИНС, позволяющее составить алгоритм определения указанных калибровочных коэффициентов на основе:

- известной априорной информации о гравитационном поле и вращении Земли, расположении обеих ИНС на объекте, начальных условий об ориентации, движении и положении объекта;
- измерений сигналов датчиков эталонной и калибруемой ИНС.

2. Выполнено математическое описание для задачи построения имитационной модели определения указанных выше калибровочных коэффициентов, которое включает в себя выполненное по разделу 5 матаматическое описание и совокупность зависимостей, позволяющих на основе информации о кинематических характеристиках объекта определить имитационные модели сигналов

датчиков обеих ИНС и имитационные модели погрешностей калибруемой ИНС.

Литература

1. Лурье А.И. Аналитическая механика. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961. - 824 с.

2.Дмитриев СП. и др. Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем. ~ СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2004. - 208 с.

З.Щипщын А.Г. Обработка информации в инерциалъных навигационных системах: монография. - Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1995. - 339 с.

4. Голиков В.П. и др. Алгоритмы калибровки платформенной инерциальной навигационной системы// Гироскопия и навигация. - 2006. - № 4. - С. 89.

5. Николаев СГ. Калибровка БИНС с использованием моделей ошибок системы// Гироскопия и навигация. - 2006. -№4.- С. 90-91.