

КАЛИБРОВКА АКСЕЛЕРОМЕТРА БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

М.Н. Устюгов, М.А. Щипицына

Для задачи анализа точности выставки бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) [1, 2] на неподвижном относительно Земли основании необходима информация о погрешностях акселерометров, входящих в состав БИНС. Эта информация может быть получена путем процедуры калибровки акселерометра на неподвижном относительно Земли основании. Акселерометр БИНС имеет абсолютную погрешность, которая включает постоянную составляющую, линейную комбинацию проекций вектора ускорения и квадратичную форму этих проекций с неизвестными коэффициентами, которые назовем калибровочными коэффициентами. Рассматривается задача определения калибровочных коэффициентов акселерометра.

Для нахождения калибровочных коэффициентов предлагается схема калибровочной установки, представленная на рис. 1. Двухосный карданов подвес установлен на неподвижном относительно Земли основании так, что плоскость, содержащая оси его наружной 1 и внутренней 2 рамок, является горизонтальной в начальном положении подвеса. Оси наружной и внутренней рамок пересекаются в точке O , являющейся центром масс системы, включающей карданов подвес и акселерометр 3. Внутренняя рамка представляет собой площадку, на которой расположен акселерометр. Измерительная ось акселерометра в начальном положении совпадает с осью наружной рамки подвеса. По осям наружной и внутренней рамок подвеса установлены соответственно датчики углов $ДУ Q_1$, $ДУ Q_2$, сигналы которых подаются на вход вычислительного устройства (ВУ). В ВУ на основе измеряемой информации с привлечением необходимой априорной информации вычисляются требуемые калибровочные коэффициенты (КК). Схема акселерометра показана на рис. 2.

Для построения математической модели поставленной задачи введем декартовые системы координат (СК), изображенные на рис. 3: $OX_1^0 X_2^0 X_3^0$ – СК, связанная с неподвижным основанием (СК $X^{(0)}$), ось OX_3^0 которой направлена вертикально вверх; $OX_1^1 X_2^1 X_3^1$ и $OX_1^2 X_2^2 X_3^2$ – системы координат, связанные с наружной (СК $X^{(1)}$) и внутренней (СК $X^{(2)}$) рамками соответственно. Углы поворота наружной и внутренней рамок вокруг собственных осей обозначены Q_1 и Q_2 соответственно.

Согласно рис. 3 матрицы направляющих косинусов от СК $X^{(0)}$ к СК $X^{(1)}$ и от СК $X^{(1)}$ к СК $X^{(2)}$ соответственно имеют вид:

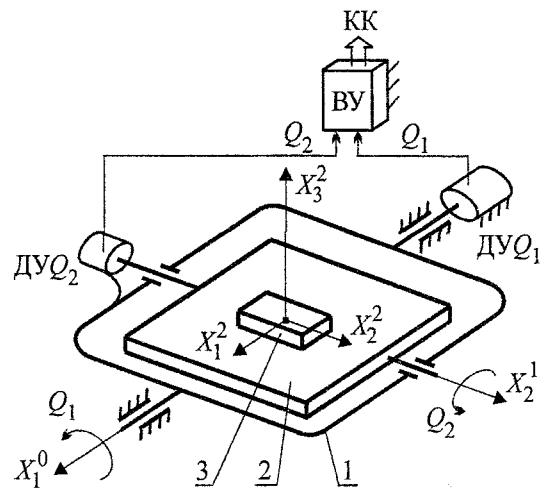


Рис. 1. Схема калибровочной установки акселерометра

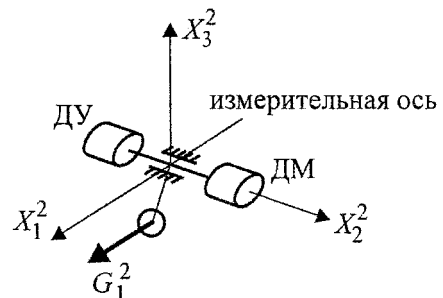


Рис. 2. Схема акселерометра

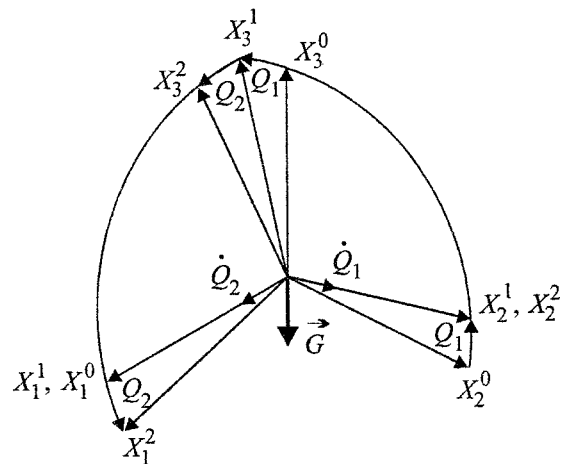


Рис. 3. Взаимное расположение систем координат

$$C^{01} = [C_{ik}^{01}] = [\bar{X}_i^0 \bar{X}_k^1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos Q_1 & -\sin Q_1 \\ 0 & \sin Q_1 & \cos Q_1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$C^{12} = [C_{kj}^{12}] = [\bar{X}_k^1 \bar{X}_j^2] = \begin{bmatrix} \cos Q_2 & 0 & \sin Q_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin Q_2 & 0 & \cos Q_2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Матрицу C^{02} направляющих косинусов осей СК $X^{(0)}$ в СК $X^{(2)}$ получим перемножением матриц C^{01} и C^{12} :

$$C^{02} = [C_{ij}^{02}] = C^{01} C^{12} = [\bar{X}_i^0 \bar{X}_j^2]$$

или

$$C^{02} = \begin{bmatrix} \cos Q_2 & 0 & \sin Q_2 \\ \sin Q_1 \sin Q_2 & \cos Q_1 & -\sin Q_1 \cos Q_2 \\ -\cos Q_1 \sin Q_2 & \sin Q_1 & \cos Q_1 \cos Q_2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

1. Уравнения относительно калибровочных коэффициентов

Входными воздействиями для акселерометра являются проекции вектора \vec{G} гравитационного ускорения на оси СК $X^{(2)}$, выходными величинами - сигналы акселерометра, которые согласно постановке задачи имеют вид:

$$S^0 = P_0 + (P_1 + k)G_1^{(2)} + \sum_{i=2}^3 P_i G_i^{(2)} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 P_{ij} G_i^{(2)} G_j^{(2)} \quad (4)$$

где $G_i^{(2)}$ - проекции вектора \vec{G} на оси СК $X^{(2)}$, k - масштабный коэффициент акселерометра, $P_0, P_i, P_{ij}, i, j = \overline{1, 3}$ - калибровочные коэффициенты. Полезный выходной сигнал акселерометра есть

$$S^* = kG_1^{(2)}. \quad (5)$$

Вычитая (5) из (4), получим:

$$S = S^0 - S^* = P_0 + \sum_{i=1}^3 P_i G_i^{(2)} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 P_{ij} G_i^{(2)} G_j^{(2)}. \quad (6)$$

Так как $P_{ij} = P_{ji}, i, j = \overline{1, 3}$, то всего подлежат определению десять калибровочных коэффициентов:

$$P_0, P_1, P_2, P_3, P_{11}, P_{22}, P_{33}, P_{12}, P_{13}, P_{23}. \quad (7)$$

Для их определения необходимо иметь десять линейно независимых уравнений, которые можно получить, проведя десять измерений сигналов акселерометра при различных углах поворотов наружной и внутренней рамок подвеса, т.е. «подставляя» акселерометр к вектору \vec{G} в различных положениях.

Согласно рис. 3 вектор гравитационного ускорения равен $\vec{G} = -G\bar{X}_3^0$. Проекция вектора \vec{G} на оси СК $X^{(2)}$ имеют вид

$$G_i^{(2)} = -GC_{3i}^{02}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (8)$$

Подставим (8) в (6) и поменяем местами левую и правую части равенства:

$$P_0 - G \sum_{i=1}^3 P_i C_{3i}^{02} + (G)^2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 P_{ij} C_{3i}^{02} C_{3j}^{02} = S. \quad (9)$$

Задавая значения углов Q_1, Q_2 , получим соответствующие значения направляющих косинусов (НК) C_{3i}^{02} для десяти сочетаний, которые внесем в таблицу.

Значения C_{3i}^{02} для десяти сочетаний значений углов Q_1, Q_2

	Q_1	Q_2	C_{31}^{02}	C_{32}^{02}	C_{33}^{02}
1	0	0	0	0	1
2	0	$\pi/2$	-1	0	0
3	0	π	0	0	-1
4	0	$-\pi/2$	1	0	0
5	$\pi/2$	0	0	1	0
6	$-\pi/2$	0	0	-1	0
7	0	$\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$	0	$\sqrt{2}/2$
8	$\pi/4$	0	0	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$
9	0	$-\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	0	$\sqrt{2}/2$
10	$-\pi/4$	$\pi/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	0

Используя выражение (9) и таблицу, составим десять уравнений для определения калибровочных коэффициентов:

$$\begin{cases} P_0 - GP_3 + (G)^2 P_{33} = S_1; \\ P_0 + GP_1 + (G)^2 P_{11} = S_2; \\ P_0 + GP_3 + (G)^2 P_{33} = S_3; \\ P_0 - GP_1 + (G)^2 P_{11} = S_4; \\ P_0 - GP_2 + (G)^2 P_{22} = S_5; \\ P_0 + GP_2 + (G)^2 P_{22} = S_6; \\ P_0 + GP_1 \sqrt{2}/2 - GP_3 \sqrt{2}/2 + (G)^2 P_{11}/2 + (G)^2 P_{33}/2 - (G)^2 P_{13}/2 = S_7; \\ P_0 - GP_2 \sqrt{2}/2 - GP_3 \sqrt{2}/2 + (G)^2 P_{22}/2 + (G)^2 P_{33}/2 + (G)^2 P_{23}/2 = S_8; \\ P_0 - GP_1 \sqrt{2}/2 - GP_3 \sqrt{2}/2 + (G)^2 P_{11}/2 + (G)^2 P_{33}/2 + (G)^2 P_{13}/2 = S_9; \\ P_0 + GP_1 \sqrt{2}/2 + GP_2 \sqrt{2}/2 + (G)^2 P_{11}/2 + (G)^2 P_{22}/2 + (G)^2 P_{12}/2 = S_{10}; \end{cases} \quad (10)$$

где $S_k, k = \overline{1, 10}$ - величины измеренного сигнала акселерометра, повернутого на углы Q_1, Q_2 , соответствующие варианту k таблицы.

2. Решения уравнений относительно калибровочных коэффициентов

Рассуждая формально, можно сделать вывод о том, что десять неизвестных (7) входят в систему (10), (11), состоящую из десяти линейно независимых уравнений. А поэтому должны существовать ее решения.

Рассмотрим *первый частный случай*, характеризующийся условиями:

$$P_{ij} = 0, \quad i, j = \overline{1, 3}. \quad (12)$$

Подставив (12) в (10), получим:

$$\begin{cases} P_0 - GP_3 = S_1; \\ P_0 + GP_1 = S_2; \\ P_0 + GP_3 = S_3; \\ P_0 - GP_1 = S_4; \\ P_0 - GP_2 = S_5; \\ P_0 + GP_2 = S_6. \end{cases} \quad (13)$$

Из уравнений (13) находим:

$$\begin{cases} P_0 = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 S_k; \\ P_1 = (S_2 - S_4)/(2G); \\ P_2 = (S_6 - S_5)/(2G); \\ P_3 = (S_3 - S_1)/(2G). \end{cases} \quad (14)$$

Второй частный случай характеризуется условиями:

$$P_{ii} = 0, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (15)$$

Подставив (15) в (10), получим систему, аналогичную (13). Следовательно, коэффициенты P_0, P_1, P_2, P_3 определяются по формулам (14). Подставляя (15) в (11) и перенося в правую часть слагаемые с $P_i, i = \overline{0, 3}$, получим

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}(G)^2 P_{13} = S_7 - P_0 - \frac{\sqrt{2}}{2} GP_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} GP_3; \\ \frac{1}{2}(G)^2 P_{23} = S_8 - P_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} GP_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} GP_3; \\ -\frac{1}{2}(G)^2 P_{12} = S_{10} - P_0 - \frac{\sqrt{2}}{2} GP_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} GP_2, \end{cases} \quad (16)$$

откуда:

$$\begin{cases} P_{12} = \frac{2}{(G)^2} \left(-P_0 - \frac{\sqrt{2}}{2} G(P_2 + P_1) + S_{10} \right); \\ P_{13} = \frac{2}{(G)^2} \left(P_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} G(P_1 - P_3) - S_7 \right); \\ P_{23} = \frac{2}{(G)^2} \left(-P_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} G(P_2 + P_3) + S_8 \right). \end{cases} \quad (17)$$

Для получения решения *в общем случае* необходимо использовать системы (10), (11) совместно.

Далее рассмотрим второй частный случай.

3. Численное моделирование алгоритма определения калибровочных коэффициентов

Для расчета калибровочных коэффициентов построен алгоритм, для реализации численного моделирования которого необходимо «заменить» измеряемые величины вычисленными на основе реальной модели функционирования калибровочной установки. Для этого следует решить обрат-

ную задачу: при заданных величинах калибровочных коэффициентов определить величины сигналов акселерометра

$$S_k, \quad k = \overline{1, 10}, \quad (18)$$

а затем вычислить калибровочные коэффициенты. Вычисленные значения с точностью до вычислительных погрешностей должны быть равны соответствующим заданным величинам. С целью сравнения вычисленных и заданных величин коэффициентов введем относительные погрешности

$$\begin{cases} D_i = \frac{|P_i - P_i^*|}{P_i^*}, \quad i = \overline{0, 3}; \\ D_{ij} = \frac{|P_{ij} - P_{ij}^*|}{P_{ij}^*}, \quad i, j = \overline{1, 3}. \end{cases} \quad (19)$$

Вычислив величины относительных погрешностей D_i, D_{ij} и сравнив их с заданной относительной погрешностью, можно сделать вывод о точности определения калибровочных коэффициентов и о правильности составленного алгоритма.

Для решения этой задачи следует использовать формулу (9) при десяти сочетаниях величин углов Q_1, Q_2 , приведенных в таблице, затем использовать формулы (14) и (17), после чего определить величины (19). С учетом этих замечаний сформулирован алгоритм, являющийся решением задачи этого подраздела. На основе этого алгоритма реализована программа в системе Turbo-Pascal 7.0.

4. Методика определения калибровочных коэффициентов

1. Необходимо иметь следующее.

1.1. Установку (рис. 1).

1.2. С относительной погрешностью 10^{-6} значения величин G - модуля вектора гравитационного ускорения точки O и k - масштабного коэффициента акселерометра.

1.3. С относительной погрешностью 10^{-4} углы поворотов рамок карданова подвеса.

1.4. С относительной погрешностью 10^{-4} сигналы акселерометра.

1.5. Программу, установленную в вычислительное устройство.

2. Установить акселерометр в начальный момент времени на площадке внутренней рамки так, как показано на рис. 1, при условии выполнения процедуры статической балансировки установки.

3. Поворачивая наружную и внутреннюю рамки вокруг их осей на углы согласно таблице (10 сочетаний углов), измерять сигналы акселерометра $S_k, k = \overline{1, 10}$ и запоминать их в вычислительном устройстве.

4. Ввести величины S_k и величины пункта 0 этой методики в программу, установленную в вычислительном устройстве и вычислить по этой программе значения калибровочных коэффициентов.

Заключение

1. Предложены схема калибровочной установки и метод определения калибровочных коэффициентов.

2. Построена математическая модель, составлен алгоритм и разработана программа для определения калибровочных коэффициентов.

3. Построена математическая модель, составлен алгоритм и разработана программа численного моделирования алгоритма определения калибровочных коэффициентов, позволяющих проверить правильность алгоритма разд. 2 при выполнении реальной калибровки.

4. Сформулирована методика определения калибровочных коэффициентов.

Литература

1. Щипицын А.Г., Щипицына М.А. и др. *Задача определения начальной ориентации объекта бесплатформенной инерциальной навигационной системой*// XXV Российская школа по проблемам науки и технологий, посвященная 60-летию Победы. *Краткие сообщения.* - Екатеринбург: УрО РАН, 2005. - С. 266-268.

2. Устюгов М.Н., Щипицына М.А. *Математическая модель для задачи определения параметров начальной ориентации объекта бесплатформенной инерциальной навигационной системой*// XXVI Российская школа по проблемам науки и технологий. *Краткие сообщения.* - Екатеринбург: УрО РАН, 2006. - С. 241-243.