

# К ДИНАМИКЕ НАМАГНИЧЕННОГО СФЕРИЧЕСКОГО РОТОРА ГИРОСКОПИЧЕСКОГО ИНТЕГРАТОРА ЛИНЕЙНЫХ УСКОРЕНИЙ

Г.А. Левина, А.А. Логвинова

Миниатюрный гироскоп с намагниченным шаровидным ротором, находящимся в сферической полости статора на тонком слое маловязкой немагнитной жидкости, приводится во вращение магнитным полем обмоток статора. Зазор между поверхностями ротора и статора мал и составляет примерно 0,01 радиуса ротора.

Разгон ротора до номинальной скорости осуществляется в двухфазном режиме работы электропривода. По достижении ротором номинальной скорости одна из рабочих обмоток отключается. Стационарное синхронное вращение ротора поддерживается с помощью рабочей обмотки 1, синхронизирующей обмотки 2 и системы управления двигателем (рис. 1). Система управления двигателем осуществляет усиление и преобразование тока синхронизирующей обмотки.

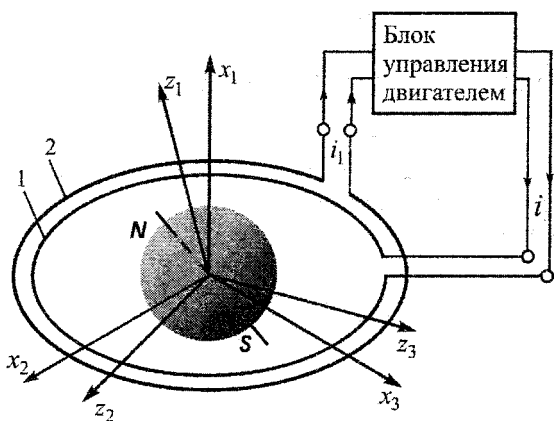


Рис. 1. Ротор с однофазным электроприводом:  
1 – рабочая обмотка;  
2 – синхронизирующая обмотка

Рассматриваются следующие задачи: об устойчивости стационарного синхронного вращения ротора в режиме однофазного электропривода; о возможности построения малогабаритного гироскопического интегратора на основе намагниченного сферического ротора с управляемым однофазным электроприводом.

## 1. Устойчивость стационарного вращения ротора с однофазным электроприводом

Сферическое движение ротора относительно статора рассматривается после переключения электропривода на однофазный режим и изучается с помощью углов Эйлера - Кр  $\alpha, \beta, \gamma$ , где  $\gamma$  - угол собственного вращения.

При выводе уравнений движения ротора принимаются следующие допущения:

- центр масс ротора совпадает с его геометрическим центром и с центром  $O$  полости статора, а связанные с ним оси  $Oz_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ) являются главными осями инерции;

- внешнее поле ротора вблизи его поверхности в условиях поставленной задачи приближенно представляется однородным и характеризуется вектором магнитной индукции  $\mathbf{B}$ , неизменным в пространстве  $Oz_i$  и имеющим направление магнитной оси  $N-S$ , заданное углами  $\delta_1, \delta_2$ :  $\delta_1$  - угол между  $\mathbf{B}$  и осью  $z_3$ ,  $\delta_2$  - угол, отсчитанный в плоскости  $z_1, z_2$  от оси  $Z_1$  к проекции вектора  $\mathbf{B}$  на эту плоскость;

- обмотки двигателя 1 и 2 располагаются в плоскости  $Ox_2x_3$ ;

- принимается, что преобразователь тока является аperiodическим звеном первого порядка и описывается дифференциальным уравнением

$$T \frac{di}{dt} + i = K_n K_{yc} i_1, \quad (1)$$

где  $K_{yc}$  - коэффициент усиления,  $K_n$  - коэффициент передачи аperiodического звена,  $T$  - постоянная времени аperiodического звена,  $i_1$  - ток синхронизирующей обмотки, определяемый по выражению:

$$i_1 = I_1 (\dot{\beta} \sin \beta \cos(\gamma + \delta_2) + \dot{\gamma} \cos \beta \sin(\gamma + \delta_2)), \quad (2)$$

где  $I_1 = Bw\sigma/R$ ,  $w, \sigma, R$  - параметры обмотки.

Главный момент электромагнитных сил, приложенных к ротору, определяется по формуле

$$\mathbf{M}^{эм} = \mathbf{B} \times \mathbf{P}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{P}$  - магнитный момент рабочей обмотки.

Следуя подходам, примененным в [1], момент сил вязкого трения относительно осей Резаля  $Oy_i$  представим:

$$M_{yi}^{гидр} = -D_{yi} \omega_{yi}, \quad (4)$$

где  $D_{yi}, i = \overline{1,3}$  - коэффициенты сопротивления,  $\omega_{yi}$  - проекции угловой скорости ротора на оси  $Oy_i$ .

Уравнения сферического движения ротора, полученные с помощью уравнений Лагранжа, приводятся к форме уравнений моментов относительно осей Резаля и с учетом (3) и (4) и условия  $\delta_1 = \pi/2$  (вектор магнитной индукции ротора расположен в плоскости собственного вращения ротора) записываются:

$$\ddot{\alpha} \cos \beta (A \cos^2 \gamma + B \sin^2 \gamma) + \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta (C - A - B) - \dot{\alpha} \dot{\gamma} (A - B) \cos \beta \sin 2\gamma + \frac{1}{2} \ddot{\beta} (A - B) \sin 2\gamma + \dot{\beta} \dot{\gamma} \cos \beta [(A - B) \cos 2\gamma + C] - \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 (A - B) \sin \beta \cos \beta \sin 2\gamma = -D_{y1} \dot{\alpha} \cos \beta + PB \sin \beta \sin(\gamma + \delta_2); \quad (5)$$

$$\ddot{\beta} (A \sin^2 \gamma + B \cos^2 \gamma) + \dot{\beta} \dot{\gamma} (A - B) \sin 2\gamma + \frac{1}{2} \dot{\alpha} (A - B) \sin 2\gamma \cos \beta - \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 \sin 2\beta (C - A \cos^2 \gamma + B \sin^2 \gamma) - \dot{\alpha} \dot{\gamma} \cos \beta [C - (A - B) \cos 2\gamma] = -D_{y2} \dot{\beta} - PB \sin \beta \cos(\gamma + \delta_2); \quad (6)$$

$$C \ddot{\gamma} + \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \beta [C - (A - B) \cos 2\gamma] + C \dot{\alpha} \sin \beta - \frac{1}{2} \dot{\beta}^2 (A - B) \sin 2\gamma + \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 (A - B) \cos^2 \beta \sin 2\gamma = -D_{y3} (\dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\gamma}) - PB \sin \delta_1 \cos \beta \sin(\gamma + \delta_2), \quad (7)$$

где  $A, B, C$  – главные осевые моменты инерции ротора.

Уравнения (5)–(7) совместно с уравнением преобразователя тока (1) представляют собой систему уравнений состояния рассматриваемой электромеханической системы.

Как показано в [2], стационарное синхронное вращение

$$\alpha = \beta = 0, \quad \dot{\gamma} = \omega_0 \quad (8)$$

имеет место при параметрах  $\omega_0, \varphi$ , удовлетворяющих условию уравнивания момента сопротивления постоянной составляющей момента двигателя:

$$D_{y3} \omega_0 = -\frac{S}{2} \cos \varphi, \quad (9)$$

где  $S = B\omega\sigma I^{(1)}$ ,  $\varphi$  – сдвиг фазы, обеспеченный аperiodическим звеном.

Условие непрерывности движения ротора при переключении электропривода с двухфазного режима на однофазный выражается равенством:

$$\cos \varphi = -2k_2 \sin \varphi_*, \quad (10)$$

где  $k_2 = I^{(2)}/I^{(1)}$  и  $I^{(2)}$  – параметр системы управления двигателем в двухфазном режиме,  $\varphi_*$  – «угол нагрузки», определяющий сдвиг фазы собственного вращения ротора относительно фазы вращения магнитного поля статора.

Состояние электромеханической системы с фазовыми координатами  $\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, \gamma, \dot{\gamma}, i$ , определяемое уравнениями (1) и (7), рассматривается как возмущенное движение по отношению к стационарному движению (8)–(10), которое назовем «невозмущенным движением». Фазовые координаты в возмущенном движении представим:

$$\bar{\alpha} = \alpha, \quad \bar{\beta} = \beta, \quad \dot{\gamma} = \omega_0 + \dot{\eta}, \quad \gamma = \omega_0 t + \delta_2 + \eta(t), \quad i = i^{(0)} + \Delta i, \quad i_1 = i_1^{(0)} + \Delta i_1. \quad (11)$$

Следуя примененным в [2] подходам, записываем уравнения возмущенного движения в отклонениях:

$$E_0 \ddot{\alpha} \cos \beta + (C - 2E_0) \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta + C \dot{\beta} \cos \beta (\omega_0 + \dot{\eta}) + D_{y1} \dot{\alpha} \cos \beta - B\omega\sigma \Delta i \sin \beta \sin(\gamma^* + \eta) - S \sin \beta \sin(\gamma^* + \eta) \cos(\gamma^* + \Delta\varphi) = 0; \quad (12)$$

$$E_0 \ddot{\beta} - C \dot{\alpha} \cos \beta (\omega_0 + \dot{\eta}) + \frac{1}{2} (C - E_0) \dot{\alpha}^2 \sin 2\beta + B\omega\sigma \Delta i \sin \beta \cos(\gamma^* + \eta) + S \sin \beta \cos(\gamma^* + \Delta\varphi) \cos(\gamma^* + \eta) + D_{y2} \dot{\beta} = 0; \quad (13)$$

$$C \ddot{\eta} + C \dot{\alpha} \sin \beta + C \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \beta + D_{y3} (\dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\eta}) + B\omega\sigma \Delta i \cos \beta \sin(\gamma^* + \eta) + \frac{S}{2} \eta \cos \Delta\varphi + \frac{S}{2} \eta \cos(2\gamma^* + \Delta\varphi) = -\frac{S}{2} \sin(2\gamma^* + \Delta\varphi); \quad (14)$$

$$\frac{d\Delta i}{dt} + \nu \Delta i - K^* (\dot{\beta} \sin \beta \cos(\gamma^* + \eta) + (\omega_0 + \dot{\eta}) \cos \beta \sin(\gamma^* + \eta) - \omega_0 \sin \gamma^*) = 0, \quad (15)$$

где  $A = B = E_0, K^* = \nu K_n K_y I_1, \nu = 1/T$ .

От нелинейных уравнений (12)–(15) переходим к уравнениям возмущенного движения по первому (линейному) приближению:

$$\ddot{\alpha} + k \dot{\beta} + d_{y1} \dot{\alpha} - \frac{\bar{d}_{y3}}{\sin \Delta\varphi} \beta [\sin(2(\tau + \Delta\varphi)) - \sin \Delta\varphi] = 0; \quad (16)$$

$$\ddot{\beta} - k \dot{\alpha} + d_{y2} \dot{\beta} + \frac{\bar{d}_{y3}}{\sin \Delta\varphi} \beta [\cos 2(\tau + \Delta\varphi) + \cos \Delta\varphi] = 0; \quad (17)$$

$$\ddot{\eta} + d_{y3} \dot{\eta} + b \Delta i \sin \tau + \frac{d_{y3}}{\sin \Delta\varphi} \eta \cos 2(\tau + \Delta\varphi) + d_{y3} \eta \operatorname{ctg} \Delta\varphi = -\frac{d_{y3}}{\sin \Delta\varphi} \sin 2(\tau + \Delta\varphi); \quad (18)$$

$$\frac{d\Delta i}{d\tau} + \frac{\nu \Delta i}{\omega_0} - K^* (\eta \cos \tau + \dot{\eta} \sin \tau) = 0, \quad (19)$$

где  $\Delta\varphi = \varphi - \pi/2, k = C/E_0, d_{y1} = D_{y1}/E_0 \omega_0,$

$d_{y2} = D_{y2}/E_0 \omega_0, d_{y3} = D_{y3}/C \omega_0,$

$\bar{d}_{y3} = D_{y3}/E_0 \omega_0, b = B\omega\sigma/C \omega_0^2.$

Свойства системы с периодическими коэффициентами (16)–(19) при условии симметрии подвеса  $d_y = d_{y1} = d_{y2}$  определяются безразмерными параметрами:  $k, k_1 = d_{y1}/d_{y3}, k_2, d_{y3}, \bar{d}_{y3}, \Delta\varphi.$

Параметрически возмущенной системе (16)–(17) соответствует осредненная за период  $\pi$  система:

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} + k\dot{\beta} + d_{y1}\dot{\alpha} + \bar{d}_{y3}\beta = 0; \\ \ddot{\beta} - k\dot{\alpha} + d_{y2}\dot{\beta} + \bar{d}_{y3}\beta \operatorname{ctg} \Delta\varphi = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Характеристическое уравнение системы (20) имеет один нулевой корень и при выполнении отвечающего критерию Рауса-Гурвица условия

$$k_1 > \frac{(k - d_y \operatorname{ctg} \Delta\varphi)k}{2k^2 + 2d_y^2}$$

остальные корни имеют отрицательные вещественные части. Следовательно, осредненная система является устойчивой не асимптотически, и рассматриваемый случай является критическим в определении устойчивости нелинейной системы по первому приближению. В связи с последним исследуются устойчивость и колебания линейной параметрически возмущенной системы (ПВС) (16)-(19) и нелинейной системы (12)-(15). Свойства первой системы изучаем двумя способами [1]: с помощью расчета мультипликаторов (теории Флоке-Ляпунова) и прямым численным интегрированием; свойства нелинейной системы - численным интегрированием.

Численные результаты (значения мультипликаторов и графики процессов) получены в программе MathCAD при следующих значениях физических параметров реальной системы: радиус ротора  $R = 2,5$  мм, частота тока в обмотках  $f = 2500$  Гц, плотность распределения массы ротора  $\rho = 8,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости жидкости гидроподвеса  $\mu = 0,6 \cdot 10^{-3}$  кг·с/м, разность радиусов поверхности чаши подвеса и ротора  $\varepsilon = 10$  мкм. Приводятся графики процессов  $\alpha(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$ ,  $\dot{\eta}(\tau)$  и модули мультипликаторов  $p_i$  при значениях безразмерных параметров, соответствующих области устойчивости осредненной системы. Графики, представленные на рис. 2, иллюстрируют поведение нелинейной системы; в случае линейной ПВС при тех же параметрах процессы имеют аналогичный характер.

Имеем, что при значениях безразмерных параметров, соответствующих области устойчивости осредненной системы (20), возмущенное движение устанавливается в виде высокочастотных колебаний с малой амплитудой, зависящей от величины сдвига фазы  $\Delta\varphi$ . При этом в установившемся процессе по координате  $\alpha$  имеется постоянная составляющая, величина которых также зависит от сдвига фазы (рис. 2). Численное моделирование также обнаруживает, что при некоторых параметрах из области устойчивости осредненной системы ПВС оказывается неустойчивой, а нелинейная система сохраняет устойчивость.

Таким образом, устойчивость стационарного синхронного вращения ротора с однофазным элект-

троприводом можно обеспечить, применяя систему управления током рабочей обмотки двигателя, преобразующую ток синхронизирующей обмотки с помощью апериодического звена.

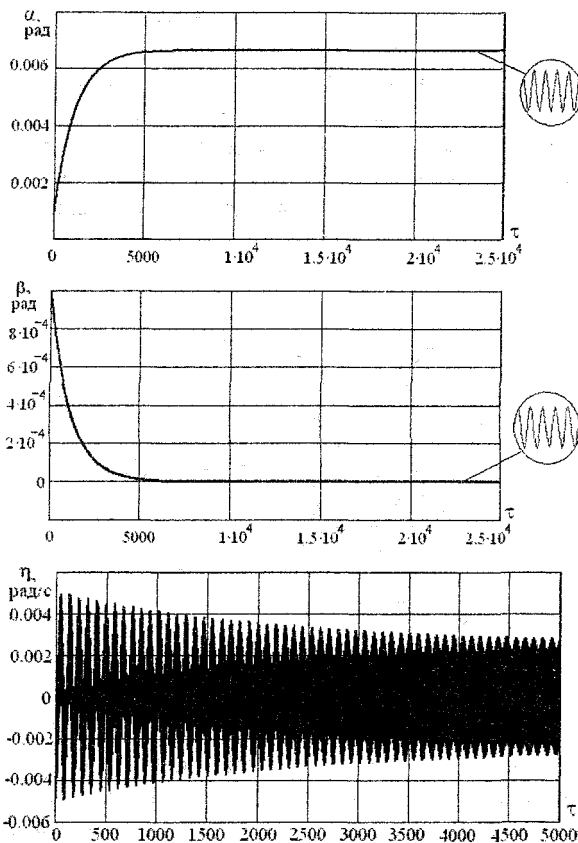


Рис. 2. Процессы  $\alpha(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$ ,  $\dot{\eta}(\tau)$ , при  $k = 1$ ,  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 1$ ,  $\Delta\varphi = 10^\circ$  и значениях модулей мультипликаторов  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 0,9970$ ,  $p_3 = 1$ ,  $p_4 = 0,9972$

Результат, свидетельствующий об устойчивости стационарного вращения ротора, полезен при разработке малогабаритного гироскопического интегратора (ГИЛУ), так как в этом случае освобожденные обмотки статора могут быть использованы для получения навигационной информации.

## 2. Исследование возможности построения малогабаритного гироскопического интегратора на основе гироскопа со сферическим ротором

Изучается относительное сферическое движение ротора, установленного на подвижном объекте. В этом случае ротор имеет смещенный вдоль главной оси на малую величину  $\Delta l$  центр масс.

При вращении намагниченного ротора наводимые в сигнальных ( $S_1$ ,  $S_2$ ) и синхронизирующей ( $O$ ) обмотках ЭДС (рис. 3), содержат информацию об углах относительных поворотов ротора  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Выражения для ЭДС, полученные по закону электромагнитной индукции и записанные с учетом малости угла  $\beta$ , имеют вид:

$$\begin{cases} \varepsilon_{C1} \approx B\omega\sigma\dot{\gamma}\sin\gamma; \\ \varepsilon_{S1} \approx B\omega\sigma\dot{\gamma}[\beta\cos\alpha\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma]; \\ \varepsilon_{S2} \approx B\omega\sigma\dot{\gamma}[\beta\sin\alpha\sin\gamma - \cos\alpha\cos\gamma]. \end{cases} \quad (21)$$

Задача о получении полезного сигнала о скорости поступательного движения объекта сводится к решению системы уравнений (21) относительно углов  $\alpha$  и  $\beta$  и реализуется с помощью программируемого вычислительного устройства (ВУ), в состав которого входит цифровой сигнальный процессор и фильтр гармонических компонент с частотой, равной удвоенной частоте собственного вращения ротора.

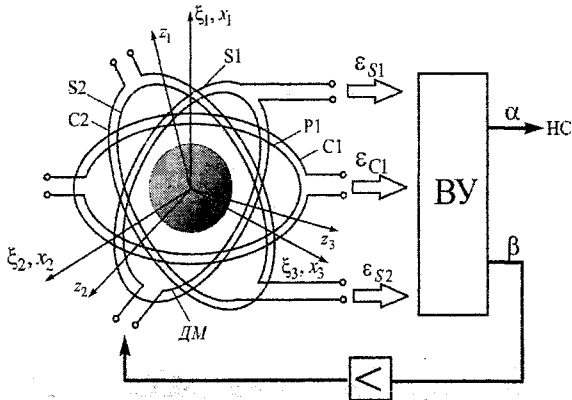


Рис. 3. Принципиальная схема ГИЛУ на базе гироскопа со сферическим ротором

Таким образом, выходной информацией вычислителя являются углы  $\alpha$  и  $\beta$ , причем угол  $\alpha$  содержит информацию для навигационной системы о скорости объекта, а пропорциональный углу  $\beta$  сигнал подается после усиления в обмотку датчика момента (ДМ), формирующего корректирующий момент  $M_k$  относительно оси  $x_1$ .

При выводе уравнений относительного сферического движения ротора приняты следующие допущения:

- рассматривается случай переносного поступательного движения объекта;
- входной величиной ГИЛУ является составляющая линейного ускорения объекта  $\dot{v}_{\xi 1}$ ;
- для поддержания малости угла  $\beta$  с помощью датчика момента создается коррекционный момент  $M_k$ , который может быть позиционным - линейным ( $M_k = k\beta$ ) или нелинейным ( $M_k = k \text{sign} \beta$ );

Уравнения относительного сферического движения ротора с учетом (3), (4) и условия динамической симметрии  $A = B = E$  имеют вид:

$$E\ddot{\alpha} + C(\dot{\gamma}\dot{\beta} - \dot{\gamma}\dot{\beta}) + D_{y1}\dot{\alpha} - PB\sin\beta\sin(\gamma + \delta_2) + M_k = 0; \quad (22)$$

$$E\ddot{\beta} - C\dot{\alpha}\dot{\gamma} + D_{y2}\dot{\beta} + PB\sin\beta\cos(\gamma + \delta_2) = -m\Delta\dot{v}_{\xi 1} - mg\Delta l; \quad (23)$$

$$C\ddot{\gamma} + D_{y3}(\dot{\alpha}\beta + \dot{\gamma}) + PB\cos\beta\sin(\gamma + \delta_2) = 0. \quad (24)$$

Добавляя к уравнениям движения (22)-(24) уравнение преобразователя тока (1), получаем уравнения состояния рассматриваемой электромеханической системы.

Принимаем регулярную прецессию  $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}^*$ ,  $\dot{\beta} = 0$ ,  $\dot{\gamma}^* = \omega_0$ ,  $\gamma^* = \omega_0 t$  и заданный закон изменения тока

$$\begin{aligned} i_1^{(0)} &= I_1\omega_0 \sin\gamma^*; \\ i^{(0)} &= I^{(1)} \sin(\gamma^* + \varphi), \end{aligned}$$

$\cos\varphi = -2D_{y3}\omega_0/S$  - невозмущенным движением.

Здесь  $\varphi$  - сдвиг фазы тока относительно фазы собственного вращения ротора, скорость регулярной прецессии, обусловленной моментом переносной силы инерции  $\dot{\alpha}^*$ , определяется выражением

$$\dot{\alpha}^* = \frac{m\Delta l(\dot{v}_{\xi 1} + g)}{C\omega_0}. \quad (25)$$

Фазовые координаты в возмущенном движении представляем с помощью отклонений ( $\bar{\beta} = \beta$ ):

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \dot{\alpha}^* + \Delta\dot{\alpha}, \quad \alpha = \dot{\alpha}^* t + \Delta\alpha; \\ \dot{\gamma} = \omega_0 + \dot{\eta}, \quad \gamma = \gamma^* + \eta; \\ \dot{i} = i^{(0)} + \Delta i; \quad i_1 + i_1^{(0)} + \Delta i_1. \end{cases} \quad (26)$$

Нелинейные уравнения возмущенного движения ротора, полученные с учетом выражений (26) и равенств, определяющих невозмущенное движение, записываются в виде:

$$E\Delta\ddot{\alpha} + C(\dot{\beta}(\omega_0 + \dot{\eta}) - \dot{\eta}\dot{\beta}) + D_{y1}\Delta\dot{\alpha} - B\omega\sigma\Delta i\beta\sin(\gamma^* + \eta) - \frac{S}{2}\beta(\sin(2\gamma^* + \Delta\varphi) - \sin\Delta\varphi + \eta(\cos\Delta\varphi + \cos(2\gamma^* + \Delta\varphi))) + M_k = -D_{y1}\dot{\alpha}^*; \quad (27)$$

$$E\ddot{\beta} - C(\dot{\alpha}^*\dot{\eta} + \Delta\dot{\alpha}(\omega_0 + \dot{\eta})) + D_{y2}\dot{\beta} + B\omega\sigma\Delta i\beta\cos(\gamma^* + \eta) + \frac{S}{2}\beta(\cos(2\gamma^* + \Delta\varphi) + \cos\Delta\varphi + \eta(\sin\Delta\varphi - \cos(2\gamma^* + \Delta\varphi))) = 0; \quad (28)$$

$$C\ddot{\eta} + D_{y3}(\dot{\eta} + (\dot{\alpha}^* + \Delta\dot{\alpha})\beta) + B\omega\sigma\Delta i\sin(\gamma^* + \eta) + \frac{S}{2}\eta(\cos\Delta\varphi + \cos(2\gamma^* + \Delta\varphi)) = -\frac{S}{2}\sin(2\gamma^* + \Delta\varphi); \quad (29)$$

$$\frac{d\Delta i}{dt} + v\Delta i - K^*(\dot{\beta}\sin\beta\cos(\gamma^* + \eta) + (\omega_0 + \dot{\eta})\sin(\gamma^* + \eta) - \omega_0 \sin\gamma^*) = 0. \quad (30)$$

От нелинейных уравнений возмущенного движения переходим к уравнениям возмущенного движения по первому приближению:

$$\Delta\ddot{\alpha} + \bar{C}\dot{\beta} + \bar{d}_{y1}\Delta\dot{\alpha} - \frac{d'_{y3}}{\sin\Delta\varphi}\beta(\sin(2\tau + \Delta\varphi) - \sin\Delta\varphi) + \bar{k}\beta = -\bar{d}_{y1}\frac{\dot{\alpha}^*}{\omega_0}; \quad (31)$$

$$\ddot{\beta} - \bar{C}\Delta\dot{\alpha} + \bar{d}_{y2}\dot{\beta} + \frac{d'_{y3}}{\sin\Delta\varphi}\beta(\cos(2\tau + \Delta\varphi) + \cos\Delta\varphi) = 0; \quad (32)$$

$$\ddot{\eta} + d_{y3}\dot{\eta} + \frac{d_{y3}}{\sin\Delta\varphi}\eta(\cos\Delta\varphi + \cos(2\tau + \Delta\varphi)) + b\Delta i \sin\tau = -\frac{d_{y3}}{\sin\Delta\varphi}\sin(2\tau + \Delta\varphi); \quad (33)$$

$$\frac{d\Delta i}{dt} + \frac{\nu}{\omega_0}\Delta i - K^*(\eta \cos\tau + \dot{\eta} \sin\tau) = 0, \quad (34)$$

где  $\bar{C} = C/E$ ,  $\bar{d}_{y1} = D_{y1}/E\omega_0$ ,  $\bar{d}_{y2} = D_{y2}/E\omega_0$ ,  $d_{y3} = D_{y3}/C\omega_0$ ,  $d'_{y3} = D_{y3}/E\omega_0$ ,  $\bar{k}_1 = \bar{d}_{y1}/\bar{d}_{y3}$ ,  $\bar{k} = K/E\omega_0^2$ .

Система (31)–(34) имеет периодические коэффициенты; при условии симметрии подвеса ее безразмерными параметрами являются:  $\bar{C}$ ,  $k_1$ ,  $\bar{k}$ ,  $d_{y3}$ ,  $\Delta\varphi$ .

Соответствующая уравнениям (31), (32) осредненная система записывается:

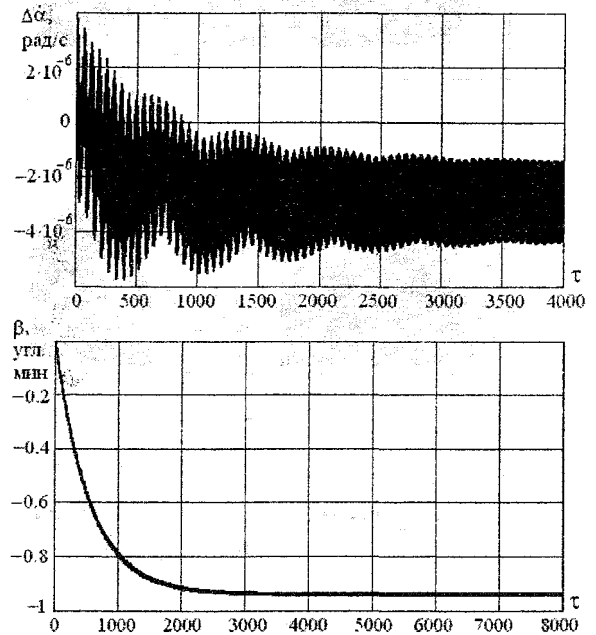
$$\begin{cases} \Delta\ddot{\alpha} + \bar{C}\dot{\beta} + \bar{d}_{y1}\Delta\dot{\alpha} + d'_{y3}\beta + \bar{k}\beta = -\bar{d}_{y1}\frac{\dot{\alpha}^*}{\omega_0}; \\ \ddot{\beta} - \bar{C}\Delta\dot{\alpha} + \bar{d}_{y2}\dot{\beta} + d'_{y3}\beta \operatorname{ctg}\Delta\varphi = 0. \end{cases} \quad (35)$$

Устойчивость и колебания линейной параметрически возмущенной системы (31)–(34) и нелинейной системы (27)–(30) исследуются при значениях безразмерных параметров, соответствующих области устойчивости осредненной системы (35).

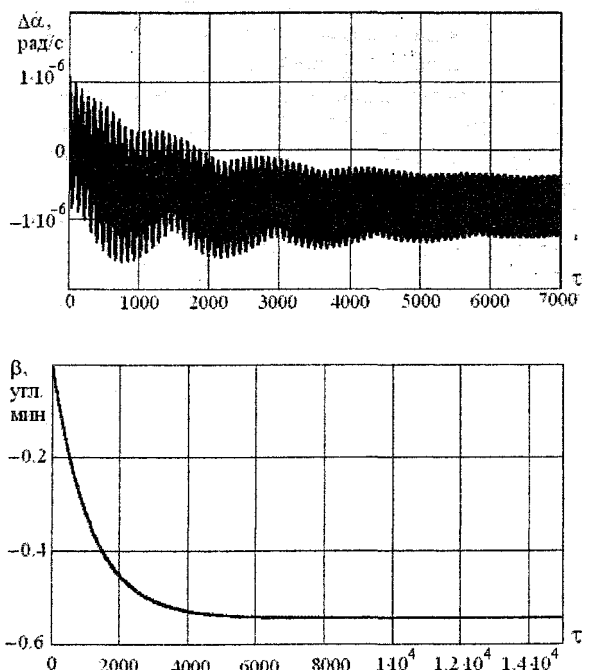
Рассматриваются три динамические модели: некорректируемый ГИЛУ ( $M_k = 0$ ), ГИЛУ с пропорциональной коррекцией ( $M_k = K\beta$ ), ГИЛУ с релейной коррекцией ( $M_k = K \operatorname{sign}\beta$ ).

Приводятся результаты численного моделирования, полученные с использованием программы MathCAD при следующих значениях физических параметров реальной системы: радиус ротора  $R = 2,5$  мм, частота тока в обмотках  $f = 2500$  Гц, плотность распределения массы ротора  $\rho = 8,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости жидкости гидроподвеса  $\mu = 0,6 \cdot 10^{-3}$  кг·с/м, разность радиусов поверхности чаши подвеса и ротора  $\varepsilon = 10$  мкм. При-

водятся графики процессов  $\dot{\alpha}(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$  и значения модулей мультипликаторов  $p_i$  для случаев  $M_k = 0$  (рис. 4),  $M_k = K\beta$  (рис. 5),  $M_k = K \operatorname{sign}\beta$  (рис. 6).



**Рис. 4.** Процессы  $\dot{\alpha}(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$ , при  $\bar{C} = 1$ ,  $k_1 = 1$ ,  $\Delta\varphi = 10^\circ$  и значениях модулей мультипликаторов  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 1$ ,  $p_3 = 0,997$ ,  $p_4 = 1$



**Рис. 5.** Процессы  $\Delta\dot{\alpha}(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$ , при  $\bar{C} = 1$ ,  $k_1 = 1$ ,  $\Delta\varphi = 10^\circ$  и значениях модулей мультипликаторов  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 1$ ,  $p_3 = 0,997$ ,  $p_4 = 1$

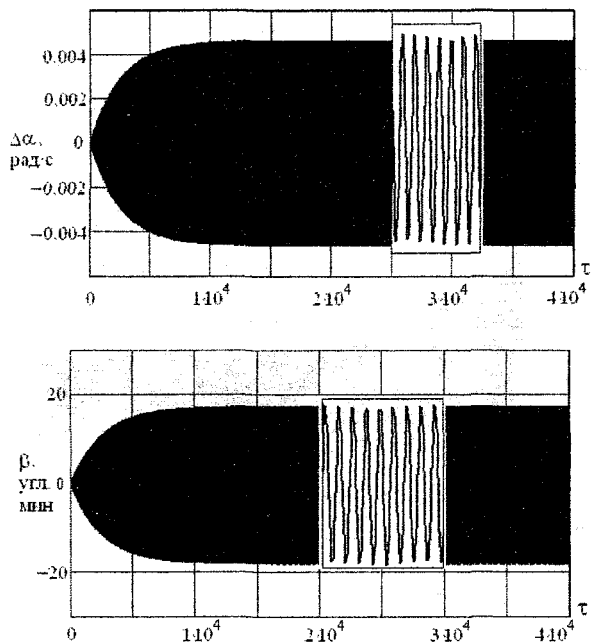


Рис. 6. Процессы  $\Delta\dot{\alpha}(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$ , при  $\bar{C} = 0,9$ ,  $k_1 = 0,9$ ,

$\Delta\varphi = 10^\circ$  и значениях модулей мультипликаторов

$$p_1 = 1, p_2 = 1, p_3 = 0,997, p_4 = 1$$

### Выводы

1. Устойчивость стационарного синхронного вращения ротора в условиях однофазного электропривода достигается применением системы управления током рабочей обмотки двигателя, в состав которой входит преобразователь тока синхронизирующей обмотки в виде апериодического звена.

2. Доказана возможность создания ГИЛУ на базе гироскопа со сферическим ротором в гидроподвесе, представляющего собой однокомпонентный измеритель линейной скорости объекта вдоль оси чувствительности прибора. При управлении током рабочей обмотки двигателя существует устойчивое прецессионное движение ротора со скоростью, пропорциональной измеряемому ускорению объекта.

3. Для получения информации о скорости объекта требуется совместное использование ротора со смещенным центром масс и программируемого вычислителя, в состав которого входит цифровой сигнальный процессор.

4. Особенностью рассматриваемого прибора является обусловленный электромагнитным взаимодействием намагниченного ротора и обмотки статора позиционный момент  $d_{y3}\beta$ , с помощью которого в условиях малых внешних возмущающих моментов поддерживается малым угол  $\beta$  (рис. 4). В этом случае возмущенное движение по координате  $\beta$  устанавливается в виде высокочастотных колебаний с малой амплитудой и частотой, равной частоте собственного вращения ротора. При работе ГИЛУ в более жестких условиях эффективным является применение релейной коррекции (рис. 6). Недостатком в этом случае является большая амплитуда установившихся колебаний ( $\approx 20'$ ), зависящая от величины кинетического момента гироскопа, а также от величины коэффициента усиления цепи коррекции  $\bar{k}$ .

### Литература

Г.Левина Г.А., Слепова С.В., Чагцин М.Ю. К проблеме создания миниатюрного шарового гироскопа в гидродинамическом подвесе: результаты математического моделирования // Труды Международного Форума по проблемам науки, техники и образования. Под ред. В.П. Савиных, В.В. Вишневого - М.: Академия наук о Земле. - 2001. - Том 2. - С. 119-123.

2. Левина Г.А., Логвинова А.А. Устойчивость стационарного вращения намагниченного шарового ротора с однофазным электроприводом // Информационные измерительные управляющие и радиоэлектронные устройства: Тематический сборник научных трудов приборостроительного факультета. - Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. - С. 56-63.