

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

А.С. Деева, А.Г. Щипицын

В состав навигационной системы (НС) обычно входит система непрерывного определения навигационных параметров, обычно это инерциальная навигационная система (ИНС), чувствительными элементами которой являются измерители ускорений (акселерометры) и углов ориентации или угловой скорости (гироскопы). Использование ИНС обеспечивает непрерывность работы, автономность НС и возможность выработки практически всех основных навигационных параметров.

При описании ИНС используются правые прямоугольные системы координат, с которыми соотносятся измеряемые и вырабатываемые параметры:

1. $\xi\eta\zeta$ - инерциальная система координат (ось η направлена по оси Мира, ось ξ лежит в плоскости Гринвичского меридиана в момент $t = 0$).

2. $\xi_3\eta_3\zeta_3$ - экваториальная система координат (ось η_3 совпадает с осью η , ось ζ_3 лежит в плоскости меридиана объекта).

3. xyz - географическая система координат (ось z совпадает с внешней нормалью к поверхности референц-эллипсоида Земли, ось y направлена на север).

1. Описание погрешности ИНС

Погрешность автономно работающей ИНС можно разделить на две части. Первая - это описание зависимости основных навигационных параметров от инструментальных погрешностей чувствительных элементов (гироскопов и акселерометров). Вторая часть описывает погрешности чувствительных элементов.

Описанная ниже модель погрешности справедлива при следующих допущениях:

- отсутствует влияние средств коррекции и демпфирования;
- отсутствует взаимное влияние между северным, восточным и вертикальным каналами географического трехгранника;
- отсутствует влияние движения объекта.

Описанные допущения сделаны по причине малого влияния описанных факторов [1].

Для описания погрешности чувствительных элементов использованы упрощенные модели в виде диффузионных Марковских процессов первого порядка, так как в данном случае более существенно различие уровней номинальной и аномальной погрешностей, а не характер поведения этих погрешностей во времени.

Модель для скоростей уходов гироскопов относительно экваториальных осей (диффузионные Марковские процессы первого порядка):

$$\dot{\omega}_{\xi_3} = -\frac{1}{\tau_{\Gamma}} \omega_{\xi_3} + g_1 w_1;$$

$$\dot{\omega}_{\zeta_3} = -\frac{1}{\tau_{\Gamma}} \omega_{\zeta_3} + g_2 w_2;$$

$$\dot{\omega}_{\eta_3} = -\frac{1}{\tau_{\Gamma}} \omega_{\eta_3} + g_3 w_3,$$

где w_1, w_2, w_3 - белозумные возмущения единичной интенсивности; g_1, g_2, g_3 - коэффициенты интенсивности возмущений; τ_{Γ} - интервал корреляции дрейфов гироскопов.

Погрешность акселерометров в виде диффузионных Марковских процессов первого порядка:

$$\delta \dot{a}_x = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_x + g_4 w_4;$$

$$\delta \dot{a}_y = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_y + g_5 w_5;$$

$$\delta \dot{a}_z = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_z + g_6 w_6,$$

где τ_a - интервал корреляции погрешностей акселерометров; w_4, w_5, w_6 - белозумные возмущения единичной интенсивности; g_4, g_5, g_6 - коэффициенты интенсивности возмущений

Модель для скоростей уходов гироскопов относительно географических осей в виде случайных констант:

$$\dot{\omega}_x = 0;$$

$$\dot{\omega}_y = 0,$$

где $\omega_y = \dot{\delta}_y$ и $\omega_x = \dot{\delta}_{\xi_3}$.

Погрешности $\dot{\delta}_{\xi_3}, \dot{\delta}_{\zeta_3}, \dot{\delta}_{\eta_3}$ построения экваториального трехгранника:

$$\dot{\delta}_{\xi_3} = u \delta_{\xi_3} + \omega_{\xi_3};$$

$$\dot{\delta}_{\zeta_3} = u \delta_{\zeta_3} + \omega_{\zeta_3};$$

$$\dot{\delta}_{\eta_3} = \omega_{\eta_3},$$

где $\omega_{\xi_3}, \omega_{\zeta_3}, \omega_{\eta_3}$ - скорости ухода гироскопов в проекциях на оси ξ_3, ζ_3, η_3 , а u - скорость вращения Земли.

При ненулевых начальных условиях и постоянных скоростях ухода гироскопов, поведение δ_{ξ_3}

и δ_{ζ_3} близко к колебательному, с периодом 24 часа (суточный контур). А для δ_{η_3} очевидно нарастание со временем значения погрешности при ненулевом ω_{η_3} .

Погрешности построения географического трехгранника:

$$\delta \dot{V}_E = -g\alpha_y + g\delta a_x;$$

$$\delta \dot{V}_N = g\alpha_x + \delta a_y;$$

$$\delta \dot{V}_H = g\alpha_z;$$

$$\dot{\alpha}_y = \frac{\delta V_E}{R} + \dot{\delta}_y;$$

$$\dot{\alpha}_x = -\frac{\delta V_N}{R} + \dot{\delta}_{\xi_3},$$

где $\delta V_E, \delta V_N, \delta V_H$ - погрешности составляющих скорости в географической системе координат; g - ускорение свободного падения; α_x, α_y - погрешности вертикали; a_x, a_y, a_z - проекции погрешности акселерометров на оси географической системы координат (в угловой мере); R - радиус Земли, принимаемой за шар, $\dot{\delta}_y$ - скорость ухода экваториального трехгранника по оси y :

$$\dot{\delta}_y = -\delta_{\xi_3} \sin \varphi + \delta_{\eta_3} \cos \varphi,$$

где φ - широта.

В погрешностях $\delta V_E, \delta V_N, \alpha_x, \alpha_y$ присутствует колебательная составляющая при ненулевых погрешностях акселерометра (шулеровский контур).

Погрешности выработки основных навигационных параметров:

$$\delta \varphi = -\alpha_x + \delta_{\xi_3};$$

$$\delta w = \delta \lambda \cos \varphi = \alpha_y - \delta_y;$$

$$\alpha_z = \alpha_y \operatorname{tg} \varphi + \delta_{\zeta_3} \frac{1}{\cos \varphi},$$

где $\delta \varphi$ - погрешность широты; δw - погрешность отшествия; α_z - погрешность курса.

Для прецизионных ИНС кроме погрешностей чувствительных элементов (гироскопов и акселерометров) необходимо учитывать так же и погрешности измерения углового положения гироскопов, в том числе погрешности изготовления карданова подвеса. В этом случае, полные погрешности построения экваториального трехгранника $\bar{\delta}_{\xi_3}, \bar{\delta}_{\zeta_3}, \bar{\delta}_{\eta_3}$ содержат составляющие, обусловленные погрешностями измерений положения гироскопов:

$$\bar{\delta}_{\xi_3} = \delta_{\xi_3} + \delta_{\xi_3}^u;$$

$$\bar{\delta}_{\zeta_3} = \delta_{\zeta_3} + \delta_{\zeta_3}^u;$$

$$\bar{\delta}_{\eta_3} = \delta_{\eta_3} + \delta_{\eta_3}^u.$$

Будем учитывать только погрешности измерения вызванные неточным изготовлением карда-

новых колец, в которые помещены свободные электростатические гироскопы - полярный и экваториальный. Введем обозначения для проекций этих погрешностей на оси ξ_3, ζ_3, η_3 : $a_{\xi_3}^n, a_{\zeta_3}^n, a_{\eta_3}^n, a_{\xi_3}^3, a_{\zeta_3}^3, a_{\eta_3}^3$.

$$\delta_{\xi_3}^u = -a_{\xi_3}^n \sin \varphi + a_{\eta_3}^n \cos \varphi;$$

$$\delta_{\zeta_3}^u = -a_{\xi_3}^n;$$

$$\delta_{\eta_3}^u = -a_{\zeta_3}^3 \sin \varphi - a_{\eta_3}^3 \cos \varphi.$$

Описанные процессы приводят к неограниченному нарастанию погрешностей выходных параметров ИНС.

2. Результаты моделирования погрешностей

Скорости уходов гироскопов относительно экваториальных осей - это решения стохастических дифференциальных уравнений:

$$\omega_{\zeta_3}(t) = -\frac{1}{\tau_\Gamma} \omega_{\zeta_3}(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_\Gamma} g_2 w_2(\theta) d\theta;$$

$$\omega_{\eta_3}(t) = -\frac{1}{\tau_\Gamma} \omega_{\eta_3}(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_\Gamma} g_3 w_3(\theta) d\theta;$$

$$\omega_{\xi_3}(t) = -\frac{1}{\tau_\Gamma} \omega_{\xi_3}(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_\Gamma} g_1 w_1(\theta) d\theta.$$

Результат моделирования скоростей уходов гироскопов представлен на рис. 1. Аналогично для погрешности акселерометров:

$$\delta a_x(t) = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_x(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_a} g_4 w_4(\theta) d\theta;$$

$$\delta a_y(t) = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_y(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_a} g_5 w_5(\theta) d\theta;$$

$$\delta a_z(t) = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_z(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_a} g_6 w_6(\theta) d\theta.$$

Моделирования погрешности построения экваториального трехгранника:

$$\delta_{\xi_3}(t) = \frac{\delta_{\xi_3}(t_0) - \omega_{\xi_3}(t)}{u} \cos(ut) - \frac{\delta_{\zeta_3}(t_0) - \omega_{\zeta_3}(t)}{u} \sin(ut) + \frac{\omega_{\xi_3}(t)}{u};$$

$$\delta_{\zeta_3}(t) = \frac{\delta_{\zeta_3}(t_0) - \omega_{\zeta_3}(t)}{u} \cos(ut) - \frac{\delta_{\xi_3}(t_0) - \omega_{\xi_3}(t)}{u} \sin(ut) + \frac{\omega_{\zeta_3}(t)}{u};$$

$$\delta_{\eta_3}(t) = \delta_{\eta_3}(t_0) + \int_{t_0}^t \omega_{\zeta_3}(\theta) d\theta.$$

На рис. 2 приведены графики, отражающие результаты моделирования погрешности построения экваториального трехгранника за двое суток.

На графике явно видна колебательность процессов $\delta_{\xi_3}(t)$ и $\delta_{\zeta_3}(t)$ (суточный контур) и «накапливающаяся» погрешность $\delta_{\eta_3}(t)$.

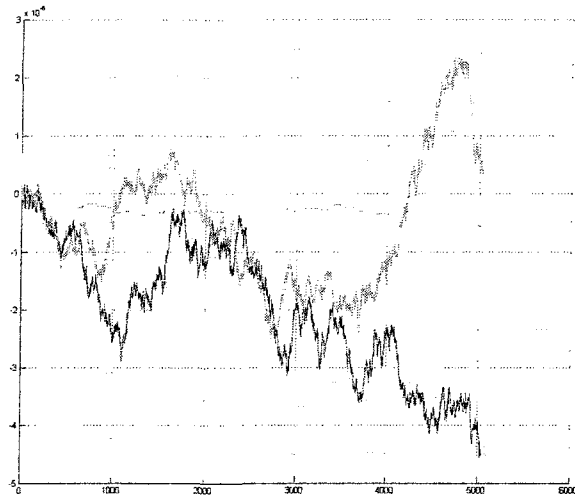


Рис. 1. Скорости ухода гироскопов (диффузионные Марковские процессы первого порядка)

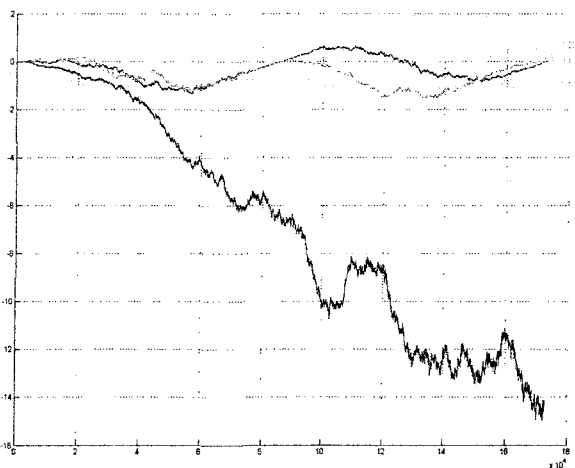


Рис. 2. Погрешности построения экваториального трехгранника

Погрешность построения экваториального трехгранника для прецизионных ИНС, учитывающая также и погрешности измерения углового положения гироскопов, в том числе погрешности изготовления карданова подвеса изображена на рис. 3. Погрешности построения географического трехгранника:

$$\begin{aligned} \delta V_E(t) = & \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(\delta V_E(t_0) + g\dot{\delta}_y + g\delta a_x(t)\right) \cos\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(\delta V_E(t_0) + g\dot{\delta}_y + g\delta a_x(t)\right) \sin\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(\dot{\delta}_y + g\delta a_x(t)\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta V_N(t) = & \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(\delta V_N(t_0) + g\dot{\delta}_{\xi_3} + g\delta a_y(t)\right) \cos\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(\delta V_N(t_0) + g\dot{\delta}_{\xi_3} + g\delta a_y(t)\right) \sin\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(g\dot{\delta}_{\xi_3} + \delta a_y(t)\right); \end{aligned}$$

$$\delta V_H(t) = \delta V_H(t_0) + \int_{t_0}^t \delta a_z(\theta) d\theta;$$

$$\begin{aligned} \alpha_y(t) = & \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(\alpha_y(t_0) + \dot{\delta}_y + \frac{\delta a_x(t)}{R}\right) \cos\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(\alpha_y(t_0) + \dot{\delta}_y + \frac{\delta a_x(t)}{R}\right) \sin\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(g\dot{\delta}_y + \frac{g\delta a_x(t)}{R}\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_x(t) = & \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(\alpha_x(t_0) + \dot{\delta}_{\xi_3} + \frac{\delta a_y(t)}{R}\right) \cos\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(\alpha_x(t_0) + \dot{\delta}_{\xi_3} + \frac{\delta a_y(t)}{R}\right) \sin\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left(\dot{\delta}_{\xi_3} + \frac{\delta a_y(t)}{R}\right). \end{aligned}$$

На рис. 4 и рис. 5 приведены результаты моделирования погрешности построения географического трехгранника.

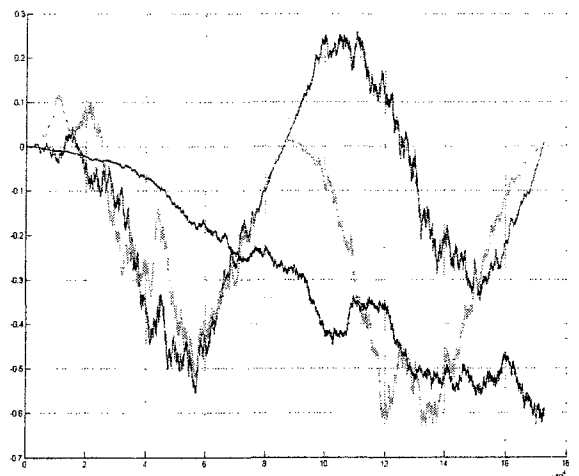


Рис. 3. Погрешности построения экваториального трехгранника прецизионной ИНС

Погрешности выработки основных навигационных параметров изображены на рис. 6.

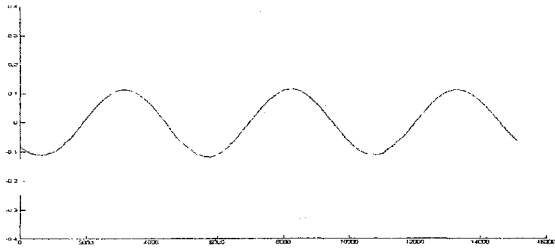


Рис. 4. Погрешность построения географического трехгранника – ориентация

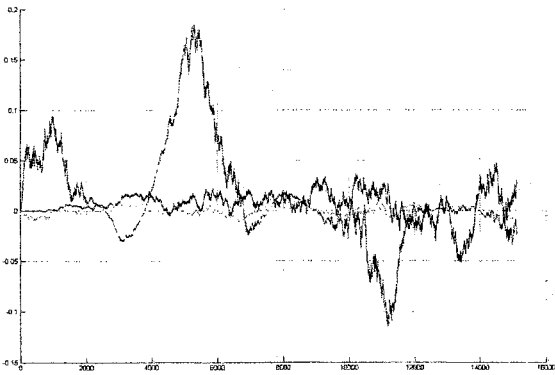


Рис. 5. Погрешности построения географического трехгранника – скорости

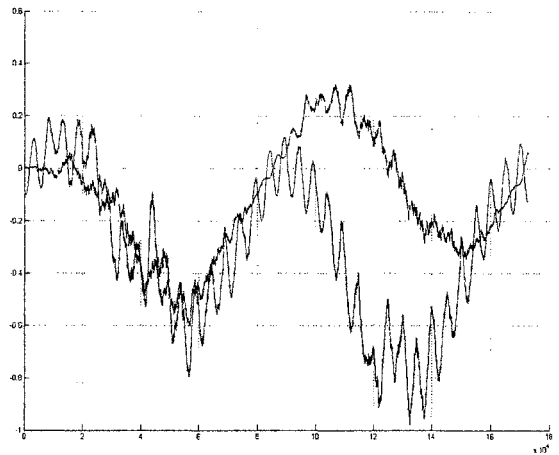


Рис. 6. Погрешности выработки угловых навигационных параметров

Описанную математическую модель погрешности предполагается использовать для решения задачи контроля и диагностики ИНС.

Литература

1. Дмитриев С.П., Колесов К.В., Осипов А.В. Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем. - СПб.: ГИЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. - 207 с.