

ВЛИЯНИЕ КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ НА ВОЛНОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЖИДКОЙ ПЛЕНКИ

Л.А. Прокудина¹, Е.А. Саламатов²

Исследовано влияние газового потока на волновые характеристики жидкой пленки в диапазоне чисел Рейнольдса $Re < 15$. Рассмотрены оптимальные режимы течения жидкой пленки в условиях противотока. Рассчитаны формы волн на свободной поверхности жидкой пленки в нелинейном приближении.

Ключевые слова: жидкая пленка, режим противотока, касательное напряжение, свободная поверхность, волновые характеристики.

Исследование течений тонких слоев вязких жидкостей (жидких пленок) имеет практический и теоретический интерес, так как течения жидких пленок являются основой многих технологических процессов в нефтехимической, металлургической, энергетической и других отраслях промышленности. Широкое использование контактных устройств пленочного типа обусловлено их эффективностью, экономичностью, высоким качеством получаемых продуктов. Результаты исследований пленочных течений используются при проектировании технологических установок, разработке эффективных методов расчета контактных устройств пленочного типа [1, 2].

Рассмотрим волновое течение тонкого слоя вязкой однородной несжимаемой жидкости в диапазоне чисел Рейнольдса $Re < 15$. Жидкая пленка стекает под действием силы тяжести по вертикальной плоской гладкой непроницаемой поверхности (стенке). Параллельно стенке в режиме противотока движется газовый поток, обтекающий жидкую пленку и создающий на ее свободной поверхности постоянное касательное напряжение.

Уравнение свободной поверхности жидкой пленки [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} = & b_1 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + b_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + b_3 \frac{\partial \psi}{\partial x} + b_4 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial t} + b_5 \psi \frac{\partial \psi}{\partial x} + b_6 \psi \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + b_7 \psi \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + b_8 \psi \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial t} + \\ & + b_9 \frac{\partial \psi}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial x} + b_{10} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 + b_{11} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $b_1 = -\frac{Re\sigma}{3}$, $b_2 = \frac{3}{40} Re^3 F (F - \tau)$, $b_3 = -Re(F - \tau)$, $b_4 = \frac{5}{27} Re^2 F$, $b_5 = -2ReF + Re\tau$, $b_6 = \frac{3}{8} Re^3 F \tau + \frac{9}{20} Re^3 F^2$, $b_7 = 3b_1$, $b_8 = 4b_4$, $b_9 = b_8$, $b_{10} = b_6$, $b_{11} = 3b_1$. σ – параметр поверхностного натяжения, F – число Фруда, τ – параметр касательного напряжения, $\psi(x, t)$ – отклонение свободной поверхности жидкой пленки от невозмущенного состояния.

Изучено развитие периодических возмущений в жидкой пленке при обдуве ее свободной поверхности газовым потоком. Расчеты [3] осуществлены в линейном приближении (учтены члены при коэффициентах b_1 , b_2 , b_3 , b_4) и в нелинейном приближении (уравнение (1) в полной форме). Исследованы оптимальные режимы течения, с наибольшей вероятностью реализующиеся в эксперименте [4], соответствующие максимальным скоростям роста амплитуд волн на свободной поверхности пленки. Для оптимальных режимов течения рассчитаны волновые характеристики жидкой пленки в условиях противотока (см. таблицу): волновое число k , инкремент ω_i , частота ω_r , фазовая скорость $C = \omega_r/k$.

Газовый поток оказывает существенное влияние на волновые характеристики жидкой пленки. Чем больше величина касательного напряжения τ , тем больше значения волновых чисел k ,

¹ Прокудина Людмила Александровна – доктор физико-математических наук, профессор, кафедра прикладной математики, Южно-Уральский государственный университет.

² Саламатов Евгений Александрович – аспирант, кафедра прикладной математики, Южно-Уральский государственный университет.
E-mail: salamatov@gmx.com

Краткие сообщения

Волновые характеристики жидкой пленки в условиях противотока (оптимальные режимы)				
τ	k	ω_i	ω_r	C
$Re = 7$				
0	0,09332	0,03376	0,26618	2,852
0,05	0,10161	0,04745	0,29782	2,931
0,10	0,10861	0,06194	0,32411	2,984
0,15	0,11442	0,07629	0,34508	3,097
$Re = 10$				
0	0,11629	0,06419	0,30222	2,599
0,05	0,12512	0,08611	0,32256	2,578
0,10	0,13072	0,10247	0,33194	2,539
0,15	0,13419	0,11378	0,33620	2,505

частот ω_r , инкрементов ω_i . Для чисел Рейнольдса $Re < 9$ при увеличении касательного напряжения τ наблюдается увеличение фазовых скоростей C ; для $Re > 9$ увеличение касательного напряжения τ способствует уменьшению фазовых скоростей C (см. таблицу).

В рамках вычислительного эксперимента [3] рассчитаны формы волн на свободной поверхности жидкой пленки (рис. 1, 2), ψ_{\max} , ψ_{\min} , амплитуды

$$A = \frac{\psi_{\max} + |\psi_{\min}|}{2}. \quad (2)$$

Касательное напряжение τ в режиме противотока способствует увеличению амплитуд на свободной поверхности жидкой пленки. Например, для $Re = 7$ к моменту времени $t = 6$ амплитуда волны при $\tau = 0,15$ на 20 % больше, чем амплитуда волны в режиме свободного стекания ($\tau = 0$).

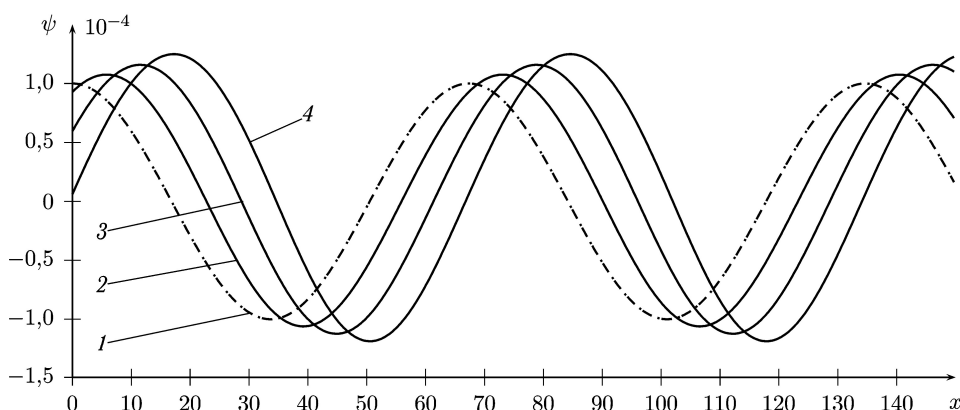


Рис. 1. Состояние свободной поверхности жидкой пленки ($Re = 7$, $\tau = 0$):

1 – $t = 0$; 2 – $t = 2$; 3 – $t = 4$; 4 – $t = 6$

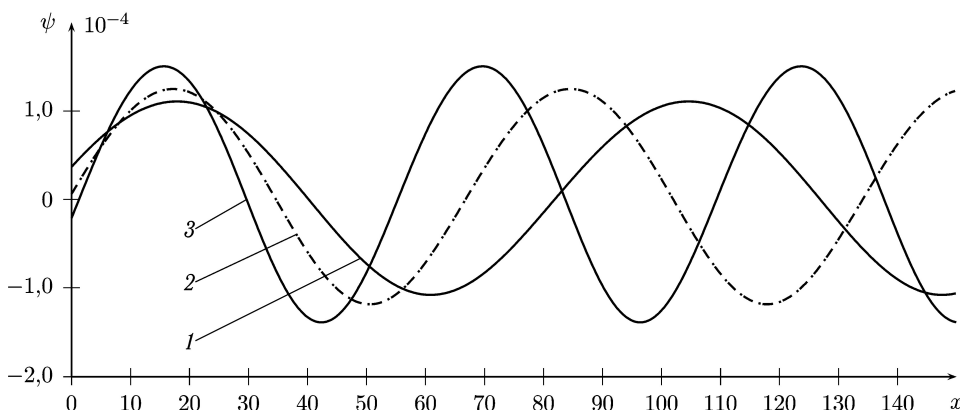


Рис. 2. Состояние свободной поверхности жидкой пленки

к моменту времени $t = 6$ ($Re = 7$): 1 – $\tau = 0$; 2 – $\tau = 0,05$; 3 – $\tau = 0,15$

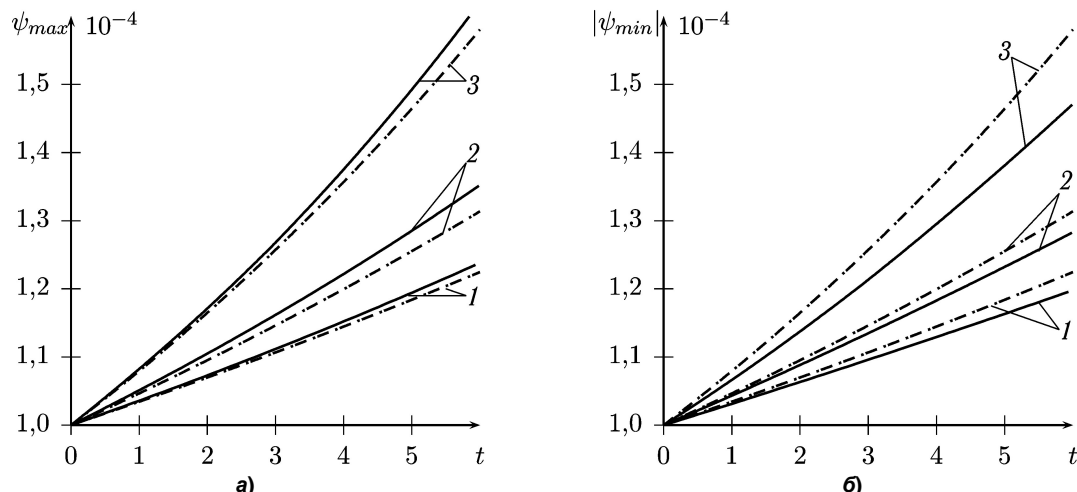


Рис. 3. Изменение величин ψ_{\max} и $|\psi_{\min}|$ с течением времени ($Re = 7$):
1 – $\tau = 0$; 2 – $\tau = 0,05$; 3 – $\tau = 0,15$;
сплошные кривые – расчет в нелинейном приближении [3];
пунктирные кривые – расчет в линейном приближении

Уточнено поведение величин ψ_{\max} , ψ_{\min} , A с течением времени (рис. 3, 4).

В нелинейном приближении величина ψ_{\max} больше, чем величина ψ_{\max} в линейном приближении (рис. 3, а), расхождение достигает 4 %.

Величина $|\psi_{\min}|$ в нелинейном приближении меньше по сравнению с линейным приближением (рис. 3, б), расхождение достигает 8 %.

Чем больше значение касательного напряжения τ , тем больше расхождение между линейным и нелинейным приближениями для величин ψ_{\max} , $|\psi_{\min}|$, A (рис. 3, 4).

Таким образом, при изменении касательного напряжения τ наблюдается увеличение волновых чисел k , частот ω_r , инкрементов ω_i , возмущений, развивающихся на свободной поверхности жидкой пленки. При $Re < 9$ увеличение касательного напряжения приводит к увеличению фазовых скоростей C возмущений, при $Re > 9$ – к уменьшению фазовых скоростей C . Чем больше значение касательного напряжения τ , тем больше амплитуды волн A на свободной поверхности жидкой пленки, что приводит к увеличению поверхности раздела газ–жидкость, повышению эффективности контактных устройств пленочного типа.

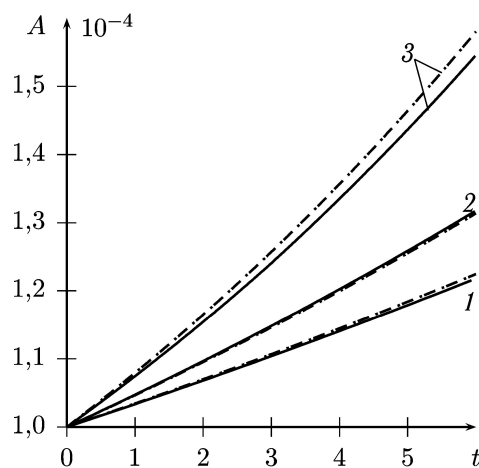


Рис. 4. Амплитуды волн на свободной поверхности пленки ($Re = 7$):
1 – $\tau = 0$; 2 – $\tau = 0,05$; 3 – $\tau = 0,15$;
сплошные кривые – нелинейное приближение;
пунктирные кривые – линейное приближение

Литература

1. Прокудина, Л.А. Волновое течение неизоэтермической жидкой пленки: препринт / Л.А. Прокудина, Г.П. Вяткин. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1998. – 42 с.
2. Прокудина, Л.А. Моделирование оптимальных режимов течения жидкой пленки в контакте с газовым потоком / Л.А. Прокудина, Е.А. Саламатов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2010. – Вып. 3. – № 30(206). – С. 79–82.
3. Прокудина, Л.А. Нелинейные волны на поверхности неизотермической жидкой пленки: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011617666 / Л.А. Прокудина, Е.А. Саламатов. – № 2011615884; заявл. 03.08.2011; зарег. 30.09.2011.
4. Алексеенко, С.В. Волновое течение пленок жидкости / С.В. Алексеенко, В.Е. Накоряков, Б.Г. Покусаев. – М.: Наука, 1992. – 256 с.

Поступила в редакцию 5 сентября 2012 г.

SHEAR STRESS INFLUENCE ON WAVE CHARACTERISTICS OF LIQUID FILM

L.A. Prokudina¹, E.A. Salamatov²

The influence of gas flow on wave characteristics of liquid film for $Re < 15$ is studied. Optimal modes of liquid film flow in terms of countercurrent are considered. Wave shapes on free surface of liquid film in nonlinear approach are calculated.

Keywords: liquid film, countercurrent, shear stress, free surface, wave characteristics.

References

1. Prokudina L.A., Viatkin G.P. *Volnovoe techenie neizotermicheskoi zhidkoi plenki: preprint* (Wave flow of nonisothermal liquid film: preprint). Cheliabinsk: Izd-vo YuUrGU, 1998. 42 p. (in Russ.).
2. Prokudina L.A., Salamatov E.A. Modelirovanie optimal'nykh rezhimov techeniia zhidkoi plenki v kontakte s gazovym potokom (Modeling of optimal modes of liquid film flow in contact with gas stream). *Vestnik YuUrGU. Seriya «Matematika. Mekhanika. Fizika»*. 2010. Issue 3. no. 30(206). pp. 79–82. (in Russ.).
3. Prokudina L.A., Salamatov E.A. *Nelineinye volny na poverkhnosti neizotermicheskoi zhidkoi plenki: svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlia EVM № 2011617666* (Nonlinear waves on the surface of nonisothermal liquid film: certificate of state registration of computer program No.2011617666). no. 2011615884; zaiavl. 03.08.2011; zareg. 30.09.2011.
4. Alekseenko S.V., Nakoryakov V.E., Pokusaev B.G. *Wave Flow of Liquid Films*. New York: Beggel House, 1994. 313 p.

¹ Prokudina Lyudmila Alexandrovna is Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Applied Mathematics Department, South Ural State University.

² Salamatov Evgeny Alexandrovich is Post-graduate student, Applied Mathematics Department, South Ural State University.

E-mail: salamatov@gmx.com