

# ДИНАМИКА ГИБКОГО АСИММЕТРИЧНОГО РОТОРА НА ТРЕХСЛОЙНЫХ ПОДШИПНИКАХ СКОЛЬЖЕНИЯ

*В.Н. Прокопьев, В.Г. Караваев, Е.А. Задорожная, Н.А. Хозенюк*

Сформулирована методология решения задачи расчета динамики гибкого асимметричного ротора, опирающегося цапфами на два подшипника скольжения с пакетом плавающих втулок. Задача сводится к решению системы из двадцати четырех уравнений движения пяти элементов ротора, плавающей невращающейся моновтулки и двух вращающихся втулок.

**1. Введение.** Для уменьшения уровня вибраций малоразмерных роторных машин и, в частности, турбокомпрессоров систем наддува двигателей внутреннего сгорания применяются конструкции подшипников ротора с плавающей вращающейся (ПВ) или невращающейся (ПН) моно-втулкой. Такие подшипники содержат два смазочных слоя и являются двухслойными.

При некоторых сочетаниях конструктивных и режимных параметров системы ротор-подшипник размеры орбит, по которым движутся цапфы ротора и плавающие втулки, существенно возрастают, хотя и остаются ограниченными. Для уменьшения уровня колебаний ротора и втулок, а также передаваемых на подшипники нагрузок могут найти применение конструкции подшипников с тремя смазочными слоями. Это достигается установкой в корпус роторной машины пакета плавающих втулок: ПН моновтулки и двух ПВ втулок.

Конструкцию ротора турбокомпрессора ТКР-8.5С с трехслойными подшипниками иллюстрирует рис. 1. Первый (внутренний) смазочный слой 15 ограничен поверхностью цапфы ротора и внутренней поверхностью ПВ втулки 2, второй (промежуточный) слой 11 образован наружной поверхностью ПВ втулки и внутренней поверхностью ПН моновтулки 6, зафиксированной от вращения штифтом 13, третий (наружный) слой 10 - наружной поверхностью ПН втулки и поверхностью корпуса 6.

Смазка подается через отверстие 8, заполняет окружную смазочную канавку 14 на наружной поверхности моновтулки и наружный смазочный слой 16. Через отверстие в ПН втулке смазка заполняет сегментную канавку 10 на внутренней поверхности ПН втулки и второй смазочный слой 11. Через шесть радиальных отверстий 12 смазка поступает во внутренний смазочный слой 15.

Если считать ротор с массой  $2m$  жестким и симметричным, его подшипники можно рассчитывать, воспользовавшись моделью автономного подшипника [1-3]. Итогом расчета являются параметры расчетных траекторий (орбит), по которым под действием приложенных нагрузок движутся центры цапф ротора и втулок, а также гидромеханические характеристики: минимальные толщины смазочных слоев, гидродинамические давления, потери на трение, расходы смазки и т. д.

В реальных конструкциях, например в конструкции турбокомпрессора ТКР-8,5С, инерционные характеристики турбинного и компрессорного колес отличаются более чем в два раза; колеса ротора несимметрично расположены относительно подшипников, а диаметр вала 5 меняется от 17 мм в районе турбинного колеса до 8 мм - около компрессорного. Под действием нагрузок ступенчатый вал ротора деформируется таким образом, что все точки его оси движутся по различным траекториям, а консольно расположенные турбинное 7 и компрессорное 1 колеса совершают сложные прецессионные движения. Геометрические центры цапф и втулок движутся по некоторым траекториям, параметры которых для левого и правого подшипника отличаются. Движения шипов (цапф) каждого подшипника не может рассматриваться независимо, т. к. между цапфами существуют упругие связи - вал ротора. Поэтому расчет подшипников скольжения должен происходить в рамках решения связанной задачи динамики гибкого ротора на подшипниках с пакетом плавающих втулок.

Практические результаты в области расчета динамики гибких роторов на обычных (одно-слойных) подшипниках скольжения получены в работах Рула и Букера [4], Нельсона, Мак-Во [5], Кирка и Гантера [6], Лунда, Орката [7], Шена [8], Натараджа, Нельсона [9]. Расчету динамики

гибкого асимметричного ротора на подшипниках с плавающей вращающейся втулкой посвящена статья Ли [10], в значительной степени опирающаяся на исследования Кирка и Гантера [6].

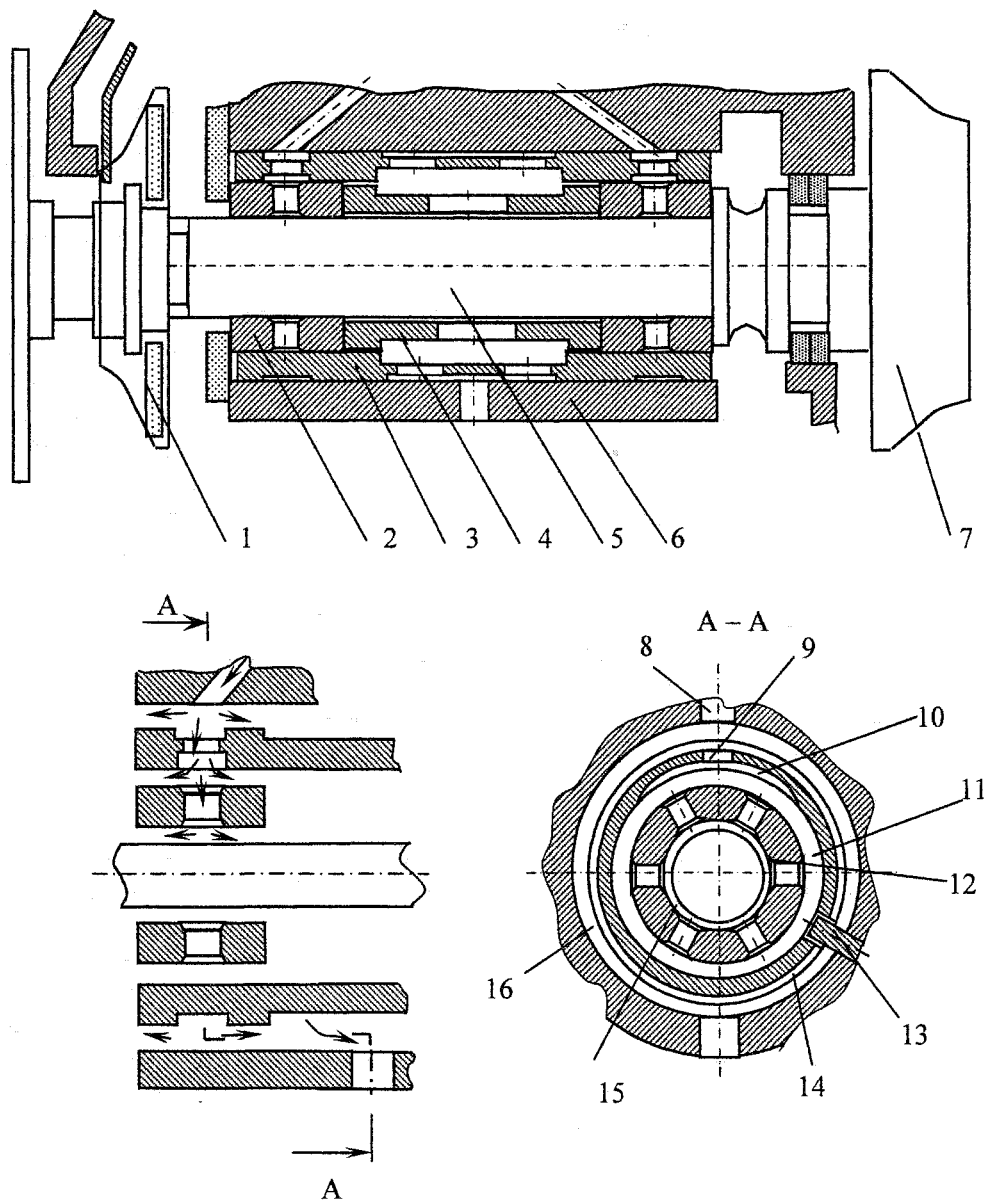


Рис. 1. Конструкция ротора на подшипниках с пакетом плавающих втулок: 1 – компрессорное колесо; 2 – плавающая вращающаяся втулка; 3 – плавающая невращающаяся моновтулка; 4 – дистанционная втулка; 5 – ротор; 6 – средний корпус турбокомпрессора; 7 – турбинное колесо; 8, 9, 12 – отверстия для подачи смазки; 10, 14 – сегментная, кольцевая канавки; 11, 15, 16 – смазочные слои; 13 – штифт

Разработанная авторами методика расчета динамики гибкого несимметричного ротора на двухслойных подшипниках, т. е. подшипниках с плавающей втулкой [11], отличается от известных главным образом уточнением гидродинамической части задачи. Так при расчете поля давлений в смазочном слое и потерь на трение рассматривается реальная конструкция подшипников, на поверхностях которых всегда располагаются источники смазки. Динамическое поведение системы «гибкий ротор - гидродинамические подшипники скольжения» определяется с учетом зависимости вязкости смазки от эффективной температуры смазочных слоев. При расчете температуры учитывается рециркуляция масла из смазочного слоя в источники, также теплообмен между смазочными слоями и поверхностями их ограничивающими.

В настоящей работе методика, изложенная в статье [11], распространена на систему «ротор - трехслойные подшипники скольжения». Содержание статьи охватывает постановку задачи рас-

чета динамики гибкого ротора, описание расчетной модели, вывод основных уравнений, а также методику расчета нагрузок, действующих на подшипники скольжения.

**2. Моделирование динамики гибкого ротора на подшипниках с тремя смазочными слоями.** Динамическая модель ротора турбокомпрессора с несимметрично расположенными колесами, опирающегося на два трехслойных подшипника, разработанная применительно к турбокомпрессору ТКР-8,5С (см. рис. 1), приведена на рис. 2. Ось  $OZ$  инерциальной системы координат  $OXYZ$  проведена через геометрические центры корпусов подшипников. Начало координат  $O$  располагается в геометрическом центре  $\tilde{O}_1$  диска, моделирующего турбинное колесо при недеформированном положении вала.

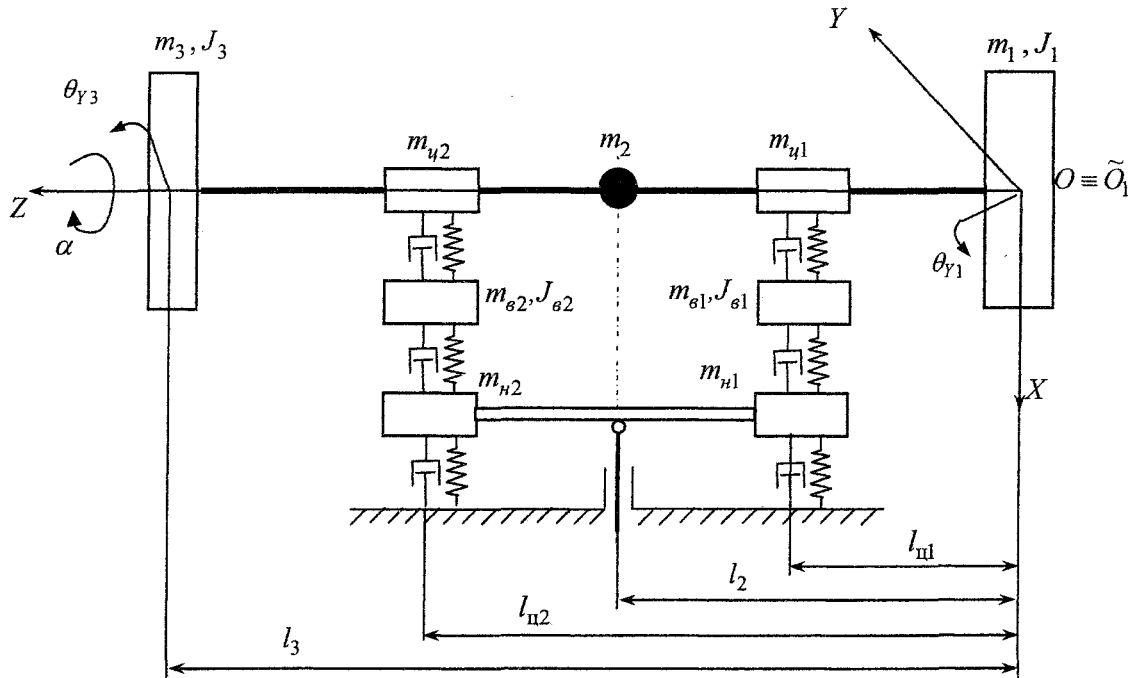


Рис. 2. Динамическая модель ротора турбокомпрессора

Ротор представлен в виде пяти масс, соединенных между собой безмассовыми гибкими стержнями (участками). Жесткостные характеристики вала ступенчато изменяются по его длине.

Две точечные массы  $m_{yk}$ ,  $k = 1, 2$  моделируют цапфы ротора. Участок вала между двумя подшипниками моделируется точечной массой  $m_2$ , колеса ротора - тонкими дисками с полярными  $J_i$  и экваториальными  $J_{\epsilon i}$ ,  $i = 1, 3$  моментами инерции и массами  $m_i$ . Массы дисков располагаются в центре масс соответствующих колес, точечные массы  $m_{y1}, m_{y2}, m_2$  сосредоточены, соответственно, в средних сечениях подшипников  $Z_k = l_{yk}$ ,  $k = 1, 2$  и участка вала  $l = l_{y2} - l_{y1}$  между подшипниками.

Предполагается, что каждая ПВ втулка совершает плоское движение и моделируется цилиндром с массой  $m_{\epsilon k}$  и полярным моментом инерции  $J_{\epsilon k}$ ,  $k = 1, 2$ .

НВ моновтулка представляет собой цилиндр переменной толщины (см. рис. 1). Для снижения массы и жесткости втулки в средней ее части выполняются отверстия. Вращение моновтулки вокруг оси  $Z$  ограничено штифтом. Зазор между штифтом и моновтулкой значительно больше, чем суммарный установочный зазор. Поэтому предполагается, что штифт не ограничивает линейные перемещения моновтулки, и ее движение в плоскости  $\tilde{O}XY$  предполагается плоскопараллельным. Движение ПН моновтулки в плоскости  $\tilde{O}XU$  штифтом не ограничено. Смещениями моновтулки вдоль оси  $Z$  пренебрегаем. Динамическая модель ПН моновтулки представлена двумя равновеликими точечными массами  $m_{nk}$ ,  $k = 1, 2$ , соединенными абсолютно жестким невесомым стержнем,  $m_{n1} = m_{n2} = m_n/2$ , где  $m_n$  - масса моновтулки. Положения масс  $m_{nk}$  соот-

# Расчет и конструирование

ответствуют срединным сечениям подшипников  $Z_k = l_{yk}$ . Абсолютно жесткий шток, моделирующий штифт, ограничивает лишь вращение моноштулки вокруг оси  $Z$ .

Положение всех масс определяется их расстояниями  $l_i, i = 2, 3, l_{yk}, k = 1, 2$  до центра масс первого диска.

Цапфы, ПВ, ПН втулки и корпус разделены тонкими смазочными слоями. На рис. 2 смазочные слои представлены в виде упругих и демпфирующих элементов с нелинейными свойствами. Оси вращения цапф вала, ПВ и ПН втулок остаются параллельными.

Ввиду малости углов изгиба вала предполагается, что геометрические центры дисков и точечные массы при движении остаются в соответствующих плоскостях, перпендикулярных оси  $OZ$ . Положения геометрических центров шипов, втулок, точечных масс и дисков в системе координат  $OXYZ$  описываются координатами  $X_{yk}, Y_{yk}, X_{ek}, Y_{ek}, X_{nk}, Y_{nk}, k = 1, 2; X_i, Y_i, i = 1, \dots, 3$ . Вращение дисков относительно осей координат  $OX, OY$  определяется углами  $\theta_{Xi}, \theta_{Yi}, i = 1, 3$  (рис. 3). Положительные направления отсчета углов приняты по ходу часовой стрелки, смотря, соответственно, с положительного конца осей  $OX$  и  $OY$ . Вращения шипов и ПВ втулок относительно оси  $OZ$  определяются углами  $\bar{\theta}_{yk}, \bar{\theta}_{ek}, k = 1, 2$ . При установившемся режиме  $\alpha_{yk} = \alpha = \omega t$ , где  $\omega = \text{const}$  - угловая скорость вращения вала ротора,  $t$  время.

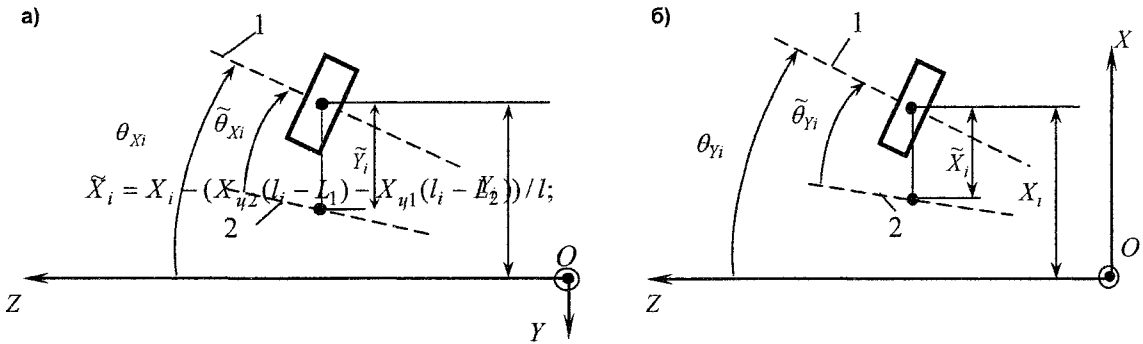


Рис. 3. Угловые координаты дисков: 1, 2 – проекции полярной оси диска и оси центров цапф на плоскости  $OYZ$  (а) и  $OXZ$  (б)

Движение ротора представим следующей суперпозицией: 1 - движение оси ротора, как жесткого целого, в пределах зазоров подшипников; 2 - упругие смещения элементов ротора относительно жесткой оси (рис. 4), обозначенные символом «~».

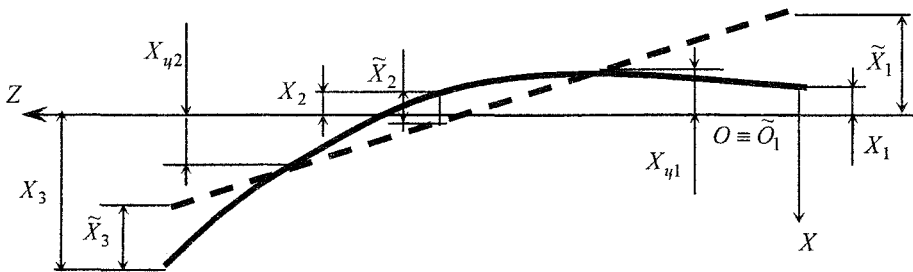


Рис. 4. Вал, деформированный в плоскости  $OXZ$ :  
 - - - - ось центров цапф ротора; — — — деформированный вал

Относительные линейные  $\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i$  и угловые  $\tilde{\theta}_{Xi}, \tilde{\theta}_{Yi}$  перемещения  $i$ -го элемента связаны с соответствующими абсолютными перемещениями равенствами:

$$\tilde{Y}_i = Y_i - (Y_{y2}(l_i - L_1) - Y_{y1}(l_i - L_2)) / l;$$

$$\tilde{\theta}_{Xi} = \theta_{Xi} - (Y_{y2} - Y_{y1}) / l; \quad \tilde{\theta}_{Yi} = \theta_{Yi} - (X_{y2} - X_{y1}) / l, \quad i = 1, \dots, 3.$$

Дифференциальные уравнения движения элементов ротора получим в форме уравнений Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_n} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_n} = Q_n, \quad (1)$$

где  $T$  – кинетическая энергия в инерциальной системе координат;  $\{q_n\}, \{\dot{q}_n\}, \{Q_n\}$  – обобщенные координаты, скорости и силы элементов ротора ( $n = 1, \dots, 4$  – для дисков,  $n = 1, 2$  – для точечных масс).

Движение  $i$ -го диска ( $i = 1, 3$ ) образуется поступательными перемещениями в направлениях осей  $OX, OY$  и вращательными движениями вокруг этих осей. Введем систему координат  $\tilde{O}_i X' Y' Z'$ , совершающую поступательное движение в неподвижной системе координат  $OXYZ$  (рис. 5). Соответствующие оси этих двух систем параллельны. Система координат  $\tilde{O}_i \eta \zeta \xi$  закреплена на диске, оси  $\tilde{O}_i \eta \zeta$  расположены в его плоскости.

Кинетическую энергию  $i$ -го диска при расположении центра масс в  $\tilde{O}_i$  запишем в виде:

$$T_i = T_{i1} + T_{i2}. \quad (2)$$

Здесь  $T_{i1} = 0,5 m_i V_i^2$  – кинетическая энергия диска в поступательном движении,  $V_i = \sqrt{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2}$  – скорость геометрического центра диска;  $T_{i2}$  – кинетическая энергия во вращательном движении диска с угловой скоростью  $\Omega$  относительно мгновенной оси вращения, проходящей через этот центр.

Полагая, что диск – тело вращения вокруг оси  $\tilde{O}_i z$  (оси  $\tilde{O}_i \eta, \zeta, \xi$  – главные центральные оси инерции), запишем:

$$T_{i2} = 0,5 \left( J_{\tilde{O}_i \eta} \Omega_{\eta}^2 + J_{\tilde{O}_i \zeta} \Omega_{\zeta}^2 + J_{\tilde{O}_i \xi} \Omega_{\xi}^2 \right), \quad (3)$$

где  $J_{\tilde{O}_i \eta} = J_{\tilde{O}_i \zeta} = J_{\tilde{O}_i \xi} = J_i$  – моменты инерции диска относительно подвижных осей  $\tilde{O}_i \eta, \zeta, \xi$ ;  $\Omega_{\eta}, \Omega_{\zeta}, \Omega_{\xi}$  – проекции на эти оси вектора  $\Omega$  угловой скорости вращения диска вокруг мгновенной оси вращения.

Учитывая кинематические соотношения Эйлера для левой системы координат  $\Omega_{\eta} = \dot{\theta} \sin \phi - \dot{\psi} \sin \theta \cos \phi$ ,  $\Omega_{\zeta} = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \theta \sin \phi$ ,  $\Omega_{\xi} = -\dot{\phi} + \dot{\psi} \cos \theta$ , из уравнения (3) находим

$$T_{i2} = \frac{1}{2} \left[ J_{\tilde{O}_i} (\dot{\psi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + J_i (-\dot{\phi} + \dot{\psi} \cos \theta)^2 \right].$$

В уравнениях (3) углы Эйлера обозначены следующим образом:  $\psi$  – прецессии,  $\theta$  – нутации,  $\phi$  – собственного вращения. Угол  $\psi$  отсчитывается от оси  $\tilde{O}_i X'$  не как обычно принято – до линии  $\tilde{O}_i N$ , а до линии  $\tilde{O}_i L$  – проекции оси  $\tilde{O}_i \xi$  на координатную плоскость  $\tilde{O}_i X' Y'$  (рис. 5, 6). Направление отсчета угла  $\phi$  считается положительным по ходу часовой стрелки, смотря с конца оси  $\tilde{O}_i \xi$ .

Ввиду малости угла  $\theta$  полагаем:

$$\Omega_{\xi} \approx -\dot{\phi} + \dot{\psi}; \quad \theta_{Y_i} \approx \theta \cos \psi; \quad \theta_{X_i} \approx \theta \sin \psi;$$

$$\dot{\theta}_{Y_i} \approx \dot{\theta} \cos \psi - \theta \dot{\psi} \sin \psi; \quad \dot{\theta}_{X_i} \approx \dot{\theta} \sin \psi + \theta \dot{\psi} \cos \psi.$$

Раскладывая функцию  $\cos \theta$  в ряд по степеням  $\theta$ , получаем:

$$T_{i2} = \frac{1}{2} \left[ J_{\tilde{O}_i} (\dot{\psi}^2 \theta^2 + \dot{\theta}^2) + J_i (-\dot{\phi} + \dot{\psi} (1 - \frac{\theta^2}{2} + \dots))^2 \right].$$

Поскольку  $\dot{\theta}_{X_i}^2 + \dot{\theta}_{Y_i}^2 = \dot{\theta}^2 + \theta^2 \dot{\psi}^2$ ,  $\dot{\theta}_{X_i} \theta_{Y_i} - \dot{\theta}_{Y_i} \theta_{X_i} = \theta^2 \dot{\psi}$ , кинетическая энергия  $i$ -го диска во вращательном движении равна

$$T_{i2} = \frac{1}{2} \left[ J_{\mathcal{O}_i} (\dot{\theta}_{xi}^2 + \dot{\theta}_{yi}^2) + J_i \left( -\dot{\phi} + \dot{\psi} - \frac{\dot{\psi}\theta^2}{2} \right)^2 \right]$$

или

$$T_{i2} = \frac{1}{2} \left[ J_{\mathcal{O}_i} (\dot{\theta}_{xi}^2 + \dot{\theta}_{yi}^2) + J_i (\omega^2 + \omega (\dot{\theta}_{xi}\theta_{yi} - \dot{\theta}_{yi}\theta_{xi})) \right], \quad (4)$$

где частота вращения ротора  $\omega \approx \dot{\phi} - \dot{\psi}$ .

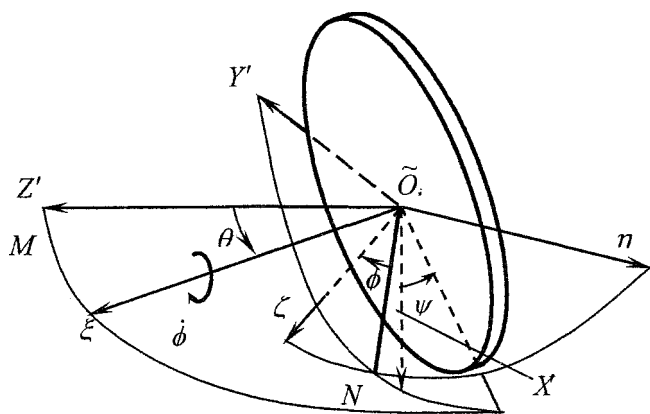


Рис. 5. Геометрия диска

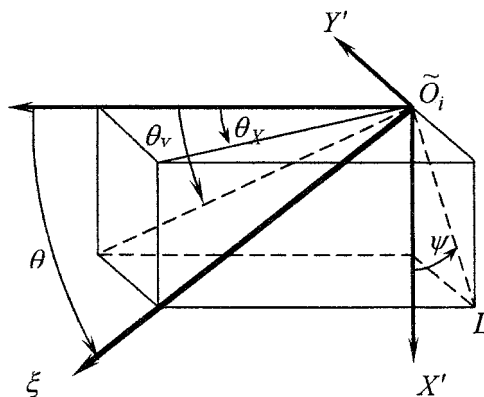


Рис. 6. Углы перекоса вала

Подстановкой (4) в (2) получаем следующее выражение для кинетической энергии дисков:

$$T_D = \sum_{i=1,3} \frac{1}{2} m_i (\dot{X}_i^2 + \dot{Y}_i^2) + \frac{1}{2} \left\{ J_{\mathcal{O}_i} (\dot{\theta}_{xi}^2 + \dot{\theta}_{yi}^2) + J_i \left[ \omega^2 + \omega (\dot{\theta}_{xi}\theta_{yi} - \dot{\theta}_{yi}\theta_{xi}) \right] \right\}. \quad (5)$$

Кинетическую энергию точечной массы  $m_2$  запишем как

$$T_m = 0,5 m_2 (\dot{X}_2^2 + \dot{Y}_2^2),$$

а уравнения Лагранжа (1) с учетом (5) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} P_{xi} &= -m_i \ddot{X}_i + m_i g; & P_{yi} &= -m_i \ddot{Y}_i; \\ M_{xi} &= -J_{\mathcal{O}_i} \ddot{\theta}_{xi} + G_{xi}; & M_{yi} &= -J_{\mathcal{O}_i} \ddot{\theta}_{yi} + G_{yi}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $P_{xi}, P_{yi}$  и  $M_{xi}, M_{yi}$  - приведенные к геометрическому центру  $\tilde{O}_i$  силы и моменты пар сил, с которыми  $i$ -й диск действует на вал,  $g$  - ускорение свободного падения,  $G_{xi} = -J_i \omega \dot{\theta}_{yi}$ ,  $G_{yi} = J_i \omega \dot{\theta}_{xi}$  - гироскопические моменты, вызываемые прецессией ротора.

Если центр масс  $i$ -го диска не находится в его геометрическом центре  $\tilde{O}_i$ , а корпус подшипников движется поступательно с ускорением  $j$  в положительном направлении оси  $O_i X$ , два первых равенства системы (6) принимают вид

$$P_{xi} = -m_i \ddot{X}_i + m_i (g - j) + F_{xi}; \quad P_{yi} = -m_i \ddot{Y}_i + F_{yi}, \quad (7)$$

где  $F_{xi} = m_i e_i \omega^2 \sin(\alpha + \eta_i)$ ,  $F_{yi} = m_i e_i \omega^2 \cos(\alpha + \eta_i)$  - проекции на оси  $O_i X Y$  действующей на  $i$ -й диск силы, вызванной дисбалансом  $e_i$ ;  $\eta_i$  - фазовый угол неуравновешенной массы  $m_i j$  - переносная сила инерции.

Из (7) при  $i = 2$  следуют уравнения движения точечной массы  $m_2$ :

$$P_{x2} = -m_2 \ddot{X}_2 + m_2 (g - j) + F_{x2}; \quad P_{y2} = -m_2 \ddot{Y}_2 + F_{y2}. \quad (8)$$

Для определения деформированного состояния вала воспользуемся гипотезой плоских сечений. Деформации в месте расположения геометрических центров дисков и точечных масс от действия приложенных сил определяются формулами:

$$\tilde{X}_{ij} = a_{ij} P_{xj} + b_{ij} M_{yj}; \quad \tilde{Y}_{ij} = a_{ij} P_{yj} + b_{ij} M_{xj}; \quad i = 1, \dots, 3, \quad j = 1, \dots, 3;$$

$$\tilde{X}_{ij} = \phi_{ij}P_{Yj} + \gamma_{ij}M_{Xj}; \quad \tilde{\theta}_{Yij} = \phi_{ij}P_{Xj} + \gamma_{ij}M_{Yj}; \quad i=1, 3, \quad j=1, 3.$$

Здесь  $\tilde{X}_{ij}, \tilde{Y}_{ij}$  - относительные перемещения геометрического центра  $\tilde{O}_i$  диска и точечной массы  $m_2$  (см. рис. 5);  $\tilde{\theta}_{Xij}, \tilde{\theta}_{Yij}$  - относительные угловые перемещения  $i$ -го элемента ротора под действием сил, приложенных к участку ротора в месте расположения  $j$ -го элемента, отсчитываемые от линии, соединяющей центры цапф;  $a_{ij}, b_{ij}, \phi_{ij}, \gamma_{ij}$  - коэффициенты влияния:  $a_{ij}, b_{ij}$  - линейные и  $\phi_{ij}, \gamma_{ij}$  - угловые перемещения в направлениях осей  $O_iX, O_iY$  геометрического центра  $\tilde{O}_i$   $i$ -го элемента от соответствующих единичных сил и моментов, приложенных к участку ротора в месте расположения  $j$ -го элемента.

Относительные линейные  $\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i$  и угловые перемещения  $\tilde{\theta}_{Xi}, \tilde{\theta}_{Yi}$  под действием всех сил, приложенных к ротору, получаются суммированием:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i &= a_{i1}P_{X1} + b_{i1}M_{Y1} + a_{i2}P_{X2} + a_{i3}P_{X3} + b_{i3}M_{Y3}; \\ \tilde{Y}_i &= a_{i1}P_{Y1} + b_{i1}M_{X1} + a_{i2}P_{Y2} + a_{i3}P_{Y3} + b_{i3}M_{X3}; \\ \tilde{\theta}_{Xij} &= \phi_{i1}P_{Y1} + \gamma_{i1}M_{X1} + \phi_{i2}P_{Y2} + \phi_{i3}P_{Y3} + \gamma_{i3}M_{X3}; \\ \tilde{\theta}_{Yij} &= \phi_{i1}P_{X1} + \gamma_{i1}M_{Y1} + \phi_{i2}P_{X2} + \phi_{i3}P_{X3} + \gamma_{i3}M_{Y3}. \end{aligned} \quad (9)$$

Учитывая (7), (8), представим равенства (9) в виде

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i &= a_{i1}(-m_1\dot{X}_1 + m_1(g-j) + F_{X1}) + b_{i1}(-J_{\Sigma 1}\ddot{\theta}_{Y1} + G_{X1}) + a_{i2}(-m_2\dot{X}_2 + m_2(g-j) + \\ &\quad + F_{X2}) + a_{i3}(-m_3\dot{X}_3 + m_3(g-j) + F_{X3}) + b_{i3}(-J_{\Sigma 3}\ddot{\theta}_{Y3} + G_{X3}); \\ \tilde{Y}_i &= a_{i1}(-m_1\dot{Y}_1 + F_{Y1}) + b_{i1}(-J_{\Sigma 1}\ddot{\theta}_{X1} + G_{Y1}) + a_{i2}(-m_2\dot{Y}_2 + F_{Y2}) + \\ &\quad + a_{i3}(-m_3\dot{Y}_3 + F_{Y3}) + b_{i3}(-J_{\Sigma 3}\ddot{\theta}_{X3} + G_{Y3}), \quad i=1, \dots, 3. \\ \tilde{\theta}_{Xi} &= \phi_{i1}(-m_1\dot{Y}_1 + F_{Y1}) + \gamma_{i1}(-J_{\Sigma 1}\ddot{\theta}_{X1} + G_{X1}) + \phi_{i2}(-m_2\dot{Y}_2 + F_{Y2}) + \\ &\quad + \phi_{i3}(-m_3\dot{Y}_3 + F_{Y3}) + \gamma_{i3}(-J_{\Sigma 3}\ddot{\theta}_{X3} + G_{X3}); \\ \tilde{\theta}_{Yi} &= \phi_{i1}(-m_1\dot{X}_1 + m_1(g-j) + F_{X1}) + \gamma_{i1}(-J_{\Sigma 1}\ddot{\theta}_{Y1} + G_{Y1}) + \phi_{i2}(-m_2\dot{X}_2 + m_2(g-j) + \\ &\quad + F_{X2}) + \phi_{i3}(-m_3\dot{X}_3 + m_3(g-j) + F_{X3}) + \gamma_{i3}(-J_{\Sigma 3}\ddot{\theta}_{Y3} + G_{Y3}), \quad i=1, 3. \end{aligned}$$

В матричной форме уравнения движения дисков и точечных масс записываются как

$$[A] \begin{Bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{\theta}_X \\ \ddot{\theta}_Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_X \\ \Phi_Y \\ \Lambda_X \\ \Lambda_Y \end{Bmatrix}. \quad (10)$$

Здесь  $A$  - матрица масс и коэффициентов влияния,  $\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{\theta}_X, \ddot{\theta}_Y$  - векторы-столбцы обобщенных перемещений,  $\Phi_X, \Phi_Y, \Lambda_X, \Lambda_Y$  - векторы-столбцы с элементами, определяемыми выражениями, приведенными в приложении статьи [11].

В правой части системы (10) присутствуют слагаемые  $\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i, \tilde{\theta}_{Xi}, \tilde{\theta}_{Yi}$ , нелинейно зависящие от перемещений цапф ротора. Поэтому система десяти дифференциальных уравнений движения (10) содержит 14 неизвестных. Дополнительные соотношения для  $\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i, \tilde{\theta}_{Xi}, \tilde{\theta}_{Yi}$  должны быть получены из системы уравнений движения подвижных элементов подшипников.

Система координат  $OXY$  (рис. 7) закреплена на корпусе роторной машины. Локальные системы  $O_{yk}x_{yk}y_{yk}$ ,  $O_{ek}x_{ek}y_{ek}$  и  $O_{nk}x_{nk}y_{nk}$ , связанные с  $k$ -й цапфой ротора и соответствующей плавающей и невращающейся втулками, введены для определения реакций на подвижные элементы  $k$ -го подшипника со стороны первого (внутреннего)  $R_{xk}^{(1)}, R_{yk}^{(1)}$ , второго (промежуточного)  $R_{xk}^{(2)}, R_{yk}^{(2)}$  и третьего (внешнего)  $R_{xk}^{(3)}, R_{yk}^{(3)}$  смазочных слоев. Координаты центров шипа  $O_{yk}$ ,

# Расчет и конструирование

втулок  $O_{ek}$ ,  $O_{hk}$  в системе  $OXY$ , обозначенные на рис. 7 через  $X_{yk}, Y_{yk}, X_{ek}, Y_{ek}, X_{hk}, Y_{hk}$ ,  $\kappa = 1, 2$ , определяются интегрированием следующих уравнений:

$$m_{yk} \frac{d^2 X_{yk}}{dt^2} = m_{yk}(g - j) + m_{yk} e_{yk} \omega^2 \cos(\omega t) - [R_{xk}^{(1)} \cos(\omega_{ek} t) - R_{yk}^{(1)} \sin(\omega_{ek} t)] + F_{Xk}; \quad (11)$$

$$m_{yk} \frac{d^2 Y_{yk}}{dt^2} = m_{yk} e_{yk} \omega^2 \sin(\omega t) - [R_{xk}^{(1)} \sin(\omega_{ek} t) + R_{yk}^{(1)} \cos(\omega_{ek} t)] + F_{Yk}; \quad (12)$$

$$m_{ek} \frac{d^2 X_{ek}}{dt^2} = m_{ek}(g - j) - R_{Xk}^{(2)} + [R_{xk}^{(1)} \cos(\omega_{ek} t) - R_{yk}^{(1)} \sin(\omega_{ek} t)]; \quad (13)$$

$$m_{ek} \frac{d^2 Y_{ek}}{dt^2} = -R_{Yk}^{(2)} + [R_{xk}^{(1)} \sin(\omega_{ek} t) + R_{yk}^{(1)} \cos(\omega_{ek} t)]; \quad (14)$$

$$J_{ek} \frac{d\omega_{ek}}{dt} = M_k^{(1)} + M_k^{(2)}; \quad (15)$$

$$m_{hk} \left( \frac{d^2 X_{hk}}{dt^2} \right) = R_{Xk}^{(3)} + m_{hk}(g - j) - R_{Xk}^{(2)}; \quad (16)$$

$$m_{hk} \left( \frac{d^2 Y_{hk}}{dt^2} \right) = R_{Yk}^{(3)} - R_{Yk}^{(2)}.$$

Здесь  $m_{ek}$ ,  $m_{hk}$  - расчетные массы втулок;  $e_{ek}$ ,  $e_{yk}$  - расстояния (дисбалансы) центров масс ПВ втулок и шипов от центров  $O_{ek}$  и  $O_{yk}$  их вращение  $R_{xk}^{(1)}, R_{yk}^{(1)}$  - проекции реакций гидродинамических давлений внутреннего (первого) смазочного слоя  $\kappa$ -го подшипника на оси системы  $O_{ek}xy$ , закрепленной на ПВ втулке;  $F_{ki}, F_{Yk}$  - внешние нагрузки, действующие на  $\kappa$ -ю цапфу со стороны других элементов ротора;  $R_{Xk}^{(2)}, R_{Yk}^{(2)}$ ,  $R_{Xk}^{(3)}, R_{Yk}^{(3)}$  - реакции второго и третьего смазочного слоя  $\kappa$ -го подшипника в системе  $OXY$ ;  $J_{ek}$  - момент инерции ПВ втулки;  $m_{ek}j, m_{hk}j$  и  $m_{yk}j$  - силы инерции, обусловленные кинематическим возбуждением, т.е. движением корпуса турбокомпрессора в положительном направлении оси  $OX$  с ускорением  $j$ ;  $M_k^{(1)}, M_k^{(2)}$  - моменты относительно центра  $O_{ek}$  от касательных напряжений, действующих со стороны смазочных слоев  $\kappa$ -го подшипника на внутреннюю и наружную поверхности ПВ втулки соответственно.

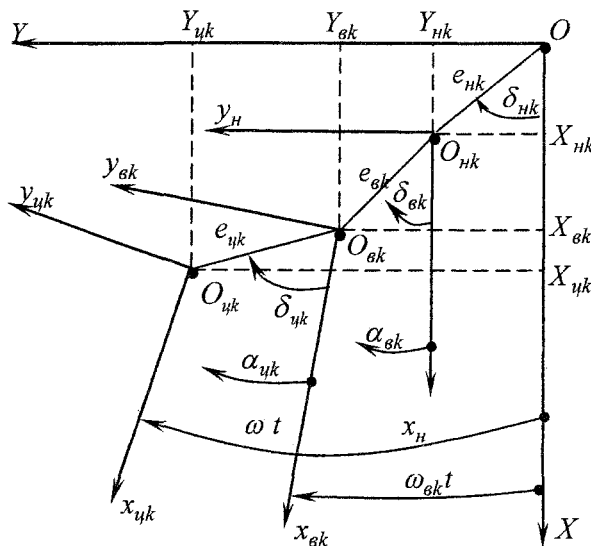


Рис. 7. Система координат для подшипника с тремя смазочными слоями



В выражениях (11), (12) проекции сил  $F_{Xk}, F_{Yk}$ , действующих на  $k$ -ю цапфу со стороны других элементов ротора, определяются из условий равновесия сил и моментов для схемы, изображенной на рис. 8:

$$F_{X1} = -\Pi_{X1} = -\sum_{i=1}^3 (M_{Yi} / L - f_i P_{Xi}); \quad F_{Y1} = -\Pi_{Y1} = -\sum_{i=1}^3 (M_{Xi} / L - f_i P_{Yi});$$

$$F_{X2} = -\Pi_{X2} = -\sum_{i=1}^3 (M_{Yi} / L - d_i P_{Xi}); \quad F_{Y2} = -\Pi_{Y2} = -\sum_{i=1}^3 (M_{Xi} / L - d_i P_{Yi}).$$

Здесь  $\Pi_{Xk}, \Pi_{Yk}$ ,  $k = 1, 2$  – опорные реакции;  $f_i = (L_2 - l_i) / L$ ;  $d_i = (l_i - L_1) / L$ ;  $i = 1, \dots, 3, l_1 = 0$ .

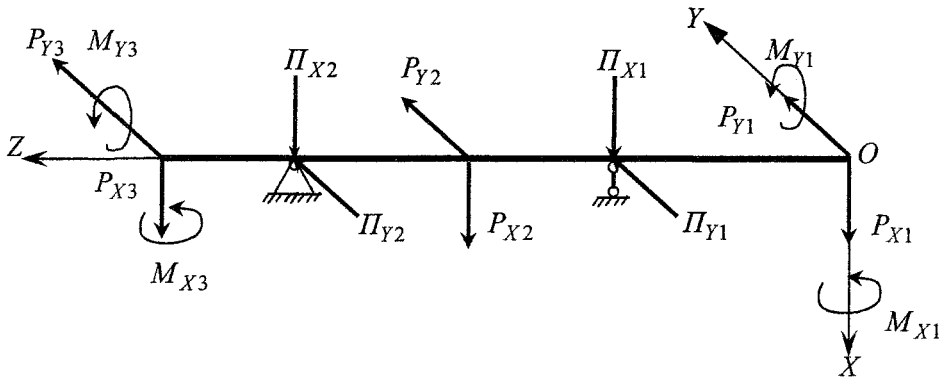


Рис. 8. Схема для расчета внешних нагрузок на цапфы

Реакции внутреннего (первого) смазочного слоя на  $k$ -ю цапфу ротора в системе координат  $OXY$ , закрепленной на корпусе турбокомпрессора, определяются формулами:

$$\begin{aligned} R_{Xk}^{(1)} &= R_{xk}^{(1)} \cos(\omega_{ek}t) - R_{yk}^{(1)} \sin(\omega_{ek}t); \\ R_{Yk}^{(1)} &= R_{xk}^{(1)} \sin(\omega_{ek}t) + R_{yk}^{(1)} \cos(\omega_{ek}t). \end{aligned} \quad (16)$$

Реакции смазочных слоев каждого из двух подшипников связаны с гидродинамическими давлениями известными соотношениями

$$R_{xk}^{(j)} = -r_k^{(j)} \iint_{\Omega_{Ak}^{(j)}} p_k^{(j)} \cos \varphi d\varphi dz; \quad R_{yk}^{(j)} = -r_k^{(j)} \iint_{\Omega_{Ak}^{(j)}} p_k^{(j)} \sin \varphi d\varphi dz.$$

Здесь  $p_k^{(j)}(\varphi, z)$  – поле гидродинамических давлений в  $j$ -м смазочном слое  $k$ -го подшипника, определяемое интегрированием уравнений Рейнольдса;  $\varphi, z$  – окружная и осевая координаты смазочного слоя;  $\Omega_{Ak}^{(j)}$  – активная область смазочного слоя;  $r_k^{(j)}$  – радиус шипа. Под шипом понимается: для внутреннего смазочного слоя – цапфа, для промежуточного – ПВ втулка, для внешнего – ПН втулка.

Таким образом, решение задачи расчета динамики гибкого ротора на подшипниках с тремя смазочными слоями сводится к решению системы уравнений движения (10) для дисков и центральной массы (10 уравнений) и системы вида (11)-(16) – для двух трехслойных подшипников (14 уравнений).

В процессе расчета динамики гибкого ротора на подшипниках с тремя смазочными слоями определяются траектории движения всех элементов ротора (два колеса, две цапфы и центральная масса), положение упругой линии вала ротора в каждый момент времени, а также следующие гидромеханические характеристики подшипников.

Средние за цикл:

- мощности потерь  $N_k^{(j)}$  в смазочных слоях каждого подшипника и суммарные потери;
- расходы смазки в торцы  $k$ -го подшипника из каждого смазочного слоя  $Q_{Bk}^{(j)}$  и суммарные расходы через  $k$ -й подшипник  $Q_{\Sigma k}$ ;

- расчетные (эквивалентные) температуры смазочных слоев  $T_{Эк}^{(j)}$  подшипников.

Экстремальные за цикл:

- толщины смазочных слоев  $\inf h_{\min,k}^{(j)}$ ;

- гидродинамические давления  $\sup p_{\max,k}^{(j)}$ .

Систему уравнений движения (10)–(16) можно использовать для расчета динамики гибкого асимметричного ротора как на трех- и двухслойных подшипниках, так и на подшипниках без промежуточных элементов. Пример расчета динамики гибкого асимметричного ротора на двухслойных подшипниках приведен в работе [12].

В настоящее время проводится адаптация численных алгоритмов, разработанных для решения задач динамики симметричного и асимметричного ротора на двухслойных подшипниках, на случай применения пакета втулок.

Представленная работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 04-01-96-088) и аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2006-2008 годы)» (код проекта РНП 2.1.2.2285).

### Литература

1. Прокопьев В.Н. и др. Разработка чертежно-технической документации и проведение испытаний турбокомпрессоров ТКР-8,5 с различными вариантами конструкции подшипниковых узлов. Выполнение расчетных исследований и формулировка рекомендаций по совершенствованию конструкций подшипниковых узлов // Отчет о научно-исследовательской работе. № 01200407780, инв. № 02.200404133. - Челябинск, 2004. - 76 с.
2. Применение для роторов малоразмерных турбокомпрессоров опор скольжения с пакетом плавающих втулок/В.Н. Прокопьев, А.К. Бояршинова, Е.А. Задорожная, А.С. Фишер // Конструирование и эксплуатация наземных транспортных машин. Сборник трудов. - Челябинск: ЮУрГУ, 2002. - С. 102-113.
3. Прокопьев В.Н., Бояршинова А.К., Задорожная Е.А. Многосеточный алгоритм интегрирования уравнения Рейнольдса для гидродинамических давлений в смазочном слое опор скольжения // Труды Международного форума по проблемам науки, техники и образования. Академия наук о земле. 3-7 декабря, 2001 г.-М., 2001. - С. 6-10.
4. Рул, Букер. Модель турбомоторной системы с распределенными параметрами в конечных элементах // Конструирование и технология машиностроения. - 1972. — № 1.-С. 135-142.
5. Нельсон, Мак-Во. Исследование динамики системы ротор-подшипники методом конечных элементов // ТАОИМ. Конструирование. - 1976. - № 2.-С. 223-231.
6. Kirk R. G. Gunter E. Nonlinear Transient Analysis of Multimass Flexible Rotors Theory and Applications. NASA CR-2300, 1973. - 238 с
7. Лунд, Оркат. Расчет и экспериментальное исследование влияния неуравновешенности на движение гибкого ротора // ТАОИМ. Конструирование и технология машиностроения, 1967. - № 4. - С. 211-224.
8. Шен. Исследование динамики гибкого ротора. Часть I. Теория // ТАОИМ. Конструирование и технология машиностроения. -1972. - №2. -С. 33-43.
9. Натарадж, Нельсон. Общий подход к определению периодических решений уравнений динамики роторных систем с нелинейными опорами // ТАОИМ. Современное машиностроение, серия Б. - 1989. - № 11. - С. 103-109.
10. Ли. Динамика роторов на подшипниках с плавающей втулкой // ТАОИМ. Проблемы трения и смазки, т. 104. -1982. - №4.-С. 34-40.
11. Методика расчета динамики гибкого асимметричного ротора на подшипниках с плавающей вращающейся втулкой/ В.Н. Прокопьев, В.Г. Караваев, Е.А. Задорожная, Н.А. Хозенюк // Труды Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы теории и практики современного двигателестроения». - Челябинск, 2006. -С. 176-191.
12. Динамика ротора турбокомпрессора ТКР-8,5С/ Е.А. Задорожная, Н.А. Хозенюк, П.А. Тараненко, Н.А. Литучая // Труды Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы теории и практики современного двигателестроения». - Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2006. - С. 125-134.