КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 62-523.2

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПОДХОДОВ ПРИ УЧЁТЕ МОЩНОСТЕЙ

М.И. Грамм
г. Челябинск, Южно-Уральский государственный университет

COMPARISON OF APPROACHES WITH AN ACCOUNT OF POWERS

M.I. Gramm
Chelyabinsk, South Ural State University

Обсуждаются пределы корректного применения множителей типа комплексных проводимостей и сопротивлений в расчётах мощностей. Показано, что использующий их подход Будеану точен лишь в состояниях, при которых замена ими матрицы системы уравнений состояния корректна. Корректности соответствует совпадение токов с собственными векторами матриц состояния. Более универсален подход Фризе, который в современных условиях цифровой формы измерительной информации прост в реализации.
Ключевые слова: *электрическая цепь, передаваемая мощность, энергоучёт, собственные векторы, собственные числа.*

There are discussed limits of correct appliance of multipliers such as complex conductivity and resistances in power calculations. It is revealed that Budeanu method which uses them is accurate only in those conditions when they substitute the system matrix of state equations correctly. The correctness is complied with the coincidence of currents with eigenvectors of state matrices. Being more universal Fryze method is simple in practical realization in the conditions of modern digital form of measurement information.
Keywords: *electrical circuit, transmitted power, electric power metering, eigenvectors, eigenvalues.*

Без ущерба для общности дальнейшего обсуждения рассмотрим простейшую аппроксимацию дифференциального уравнения для RL цепи (рис. 1)

$$L\,\frac{di(t)}{dt} + R\,i(t) = u(t) \qquad (1)$$

в форме конечно-разностной схемы расчёта простейшего вида:

$$L\,\left(\frac{i^{(k+1)} - i^{(k-1)}}{2\Delta t}\right) + R\,i^{(k)} = u(k\,\Delta t)\,, \qquad (2)$$

где k=0,1,2,…, N – номера отсчётов массива мгновенных значений (ММЗ) с шагом $\Delta t \ll \tau = L/R$.

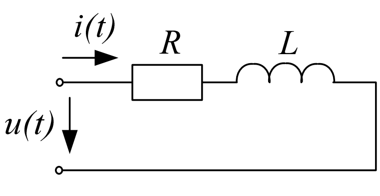

Рис. 1. Двухполюсник *RL*

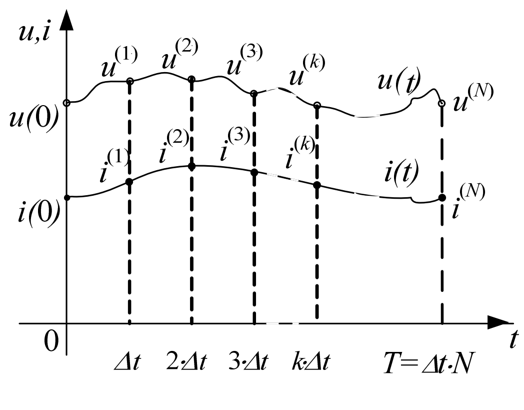

Рис. 2. Отсчёты для векторов U и I

Введём условие периодичности $i^{(0)}=i^{(N)}$ и обозначение $b = (L/2)\cdot\Delta t$:

$$\begin{bmatrix} R & b & 0 & \dots & -b \\ -b & R & b & \dots & 0 \\ 0 & -b & R & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b & 0 & 0 & -b & R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i^{(1)} \\ i^{(2)} \\ i^{(3)} \\ i^{(k)} \\ i^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(\Delta t) \\ u(2\cdot\Delta t) \\ u(3\cdot\Delta t) \\ u(k\cdot\Delta t) \\ u(N\cdot\Delta t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Z}\cdot\mathbf{I} = \mathbf{U}. \qquad (3)$$

При расчётах по Будеану матрица **Z** в (3) заменяется комплексным множителем. С его помощью рассчитываются мощности: активная, реактивная, искажения и т. п. [1–6]. С алгебраической точки зрения ясно, что замена **Z** множителем корректна лишь в случае, когда вектор **I** является собственным вектором матрицы **Z**. Собственными векторами циркулянта **Z** являются синусоиды [1, 7]. В ином подходе – по С. Фризе проблема принадлежности **I** и **U** к собственным векторам матрицы **Z** несущественна. Постулируется физически прозрачный факт – к произвольному моменту $t=k\cdot\Delta t$ цепью потреблена лишь энергия, определяемая коллинеарной вектору $\mathbf{U}(k)$ составляющей $\mathbf{I}_r(k)$тока $\mathbf{I}(k)$. Известная [1] процедура проектирования одного вектора на заданный другой даёт эту составляющую:

$$\mathbf{I}_r(k) = \frac{(\mathbf{U}(k),\mathbf{I}(k))}{(\mathbf{U}(k),\mathbf{U}(k))}\cdot\mathbf{U}(k) = g(k)\,\mathbf{U}(k)\,, \qquad (4)$$

где $g(k)$ – текущая скалярная проводимость цепи к моменту $t = k\,\Delta t$.

За время $t = k\,\Delta t$ энергия, связанная с коллинеарной компонентой, составит величину $W_r(k)= = [\mathbf{I}_r(k),\mathbf{U}(k)]\cdot\Delta t$, а её учёт после деления на число отсчётов за весь период отсчёта-наблюдения $T_{\text{наб}}$ даст величину активной мощности по Фризе:

$$P=[\mathbf{I}_r(N),\mathbf{U}(N)]/\mathrm{N}=(\mathbf{I},\mathbf{U})/\mathrm{N}. \qquad (5)$$

Величина (5) окажется равной $P=U\cdot I\cdot\cos(\varphi_k)$ лишь для синусоиды с амплитудой U_{mK} и целым числом K периодов $U_k^{(K)} = U_{mK}\cdot\sin(2\pi k K/N+\varphi_k)$, укладывающихся в отрезок наблюдения k=0,1, 2,… N (начальная фаза синусоиды тока K-й гармоники считается нулевой). В практическом энергоучёте различие результатов, получаемых в подходах по Будеану и по Фризе, как правило, игнорируется. Объясняется это преобладанием промышленной и более высоких частот в напряжениях и токах сложной формы. Положение может быстро измениться из-за появления множества источников альтернативной энергии и соответствующего усложнения сети длинных линий. В [8] обращено внимание на существование в сложных схемах с запаздываниями процессов, существенно превышающих по длительности рабочие отрезки $T_{\text{наб}}$ стандартных счётчиков энергии. В результате конфликты между показаниями систем энергоучёта на входе в систему и показаниями на нагрузках с усложнением схем могут стать серьёзной проблемой.

Дело не только в том, что для низкочастотной синусоиды условия периодичности могут оказываться не выполненными для конкретного счётчика. В дело вступает физика процессов. Величина энергии, полученная с помощью (5) для произвольного $t = k\,\Delta t$ на входе линии, может оказаться далёкой от величины, действительно необратимо использованной цепью на выходе к моменту t. В линиях колеблется собственный запас энергии, и учитываемая на входе «коллинеарная энергия» к любому моменту t от начала отсчёта, равная сумме интеграла от мощности потерь и энергии, запасённой к моменту t в реактивностях линии и нагрузки за вычетом начального запаса $W_q(0)$ в них. Например, для обсуждаемой RL-цепи непрерывное описание «коллинеарной энергии» достаточно очевидно:

$$W_r(t) = \frac{L\,i(t)^2}{2} + \int_0^t R\,i(t)^2\,dt - \frac{L\,i(0)^2}{2}\,. \qquad (6)$$

Дискретной проводимости $g(k)$ в (4) соответствует плавная функция проводимости:

$$g(t) = \int_0^t u(t)\cdot i(t)\cdot dt \Big/ \int_0^t u(t)^2\cdot dt\,. \qquad (7)$$

Числитель в (7) даёт величину введённой в цепь к моменту t энергии (включая энергию, затраченную на накопления в реактивностях линий и цепей, в обратимых аккумуляторах и т. п., то есть «невозвращённую» на вход в любом виде). Её вычисление возможно с помощью функции $g(t)$:

$$W_r(t) = g(t)\int_0^t u(t)^2\,dt\,. \qquad (8)$$

Именно расчёту по (8) и соответствует операция $W_r(k) = g(k)\cdot[\mathbf{U}(k),\mathbf{U}(k)]\;\Delta t$. Её целесообразно выполнять и для входа, и для выхода. Отчасти этим и объясняется появление активной мощности, потребляемой линией без потерь. Возникают весьма нетрадиционные проблемы КПД линии без потерь, компенсации реактивной мощности линии и др. [8].

Описанная «коллинеарная энергия» $W_r(k)$, будучи энергией принятой цепью в том или ином виде, принципиально отличается от «неактивной» или «реактивной» энергии $W_x(k)$, не принятой к моменту $t = k\,\Delta t$. Она пропорциональна ортогональной на отрезке 0–t к функции внешнего воздействия составляющей состояния. Например, именно взаимная ортогональность на отрезке в период делает гармоники Фурье энергетически независимыми. В ортогонализации разницы «параметр состояния – воздействие» состоит также и суть методов типа Ритца, Бубнова–Галёркина и подобных им [1]. В электрофизике на это впервые обратил внимание О. Хевисайд, заметив, что в теореме Дж.Г. Пойнтинга учёт передаваемой мощности требует расчёта не потока вектора Пойнтинга, а дивергенции этого вектора. Тогда вихревая составляющая вектора Пойнтинга выпадает, поскольку дивергенция ротора тождественно равна нулю. Энергию передаёт только потенциальная составляющая, которая и описывается вектором $\mathbf{I}_r(k)$. Не углубляясь в теорему Стокса и в расположения составляющих вектора Пойнтинга вокруг фидера передачи энергии, кратко опишем количественную оценку «неактивной энергии».

Здесь обнаруживается дополнительное удобство введения по Фризе коллинеарной составляющей тока. Оно состоит в простоте определения другой составляющей – ортогональной $\mathbf{I}_x(k)$, которая должна удовлетворять условию ортогональности $(\mathbf{U}(k), \mathbf{I}_x(k)) = 0$. Она равна разнице $\mathbf{I}_x(k) = \mathbf{I}(k) - \mathbf{I}_r(k)$. Составляющая $\mathbf{I}_x(k)$ на отрезке времени $0 - k\,\Delta t$ даст условную величину «неактивной энергии» $W_x(k) = |\mathbf{I}_x(k)| \cdot |\mathbf{U}(k)| \cdot \Delta t$, которая при $k=N$ для синусоиды с целым числом K периодов в $T_{\text{наб}}$ в точности равна величине традиционной реактивной мощности $Q(T) = W_x(T_{\text{наб}})/N\,\Delta t$, позволяющей проверить величину и часто вычисляемой реактивной проводимости $b(T)$. Ортогональность векторов $\mathbf{I}_x(k)$ и $\mathbf{U}(k)$ обеспечивает выполнение «правила треугольника» для векторов $\mathbf{I}_x(k)$, $\mathbf{I}_r(k)$ и $\mathbf{I}(k)$. Оно верно и для комплекта $W_r(k) = (\mathbf{I}_r(k), \mathbf{U}(k)) \cdot \Delta t$, $W_x(k) = \left[|\mathbf{I}_x(k)| \cdot |\mathbf{U}(k)|\right] \cdot \Delta t$ и условной «полной энергии» $W(k) = |\mathbf{I}(k)| \cdot |\mathbf{U}(k)| \cdot \Delta t$ при любой форме $i(t)$ и $u(t)$ и для любого момента t. Также возникает возможность непрерывного отслеживания угла $\varphi(k) = \operatorname{arctg}\left[|\mathbf{I}_x(k)| / |\mathbf{I}_r(k)|\right]$ между накопленными к моменту $k\,\Delta t$ векторами $\mathbf{U}(k)$ и $\mathbf{I}(k)$. Возникает алгоритм непрерывного мониторинга качества поставляемой и потребляемой энергий.

В варианте подхода с использованием коллинеарной составляющей нет места «мощностям искажения» и т.п. искусственным прибавкам. Применяемые в нём расчётные формулы и вытекающие из них алгоритмы учёта не зависят от форм $u(t)$ и $i(t)$, а также их точность не зависит от величины периода отсчётов $T_{\text{наб}}$. Алгоритмы весьма просто могут быть реализованы стандартными процедурами блоков линейной алгебры.

Литература

1. *Грамм, М.И. Матрично-спектральные методы расчётов в электротехнике и принцип минимума потерь / М.И. Грамм, Ю.Н. Немов, Ф.Н. Шакирзянов. – М.: Изд. Дом МЭИ, 2006.*
2. *ГОСТ Р 52425-2005. Аппаратура для измерения электрической энергии переменного тока. Частные требования. Часть 23. Статические счетчики реактивной энергии.*
3. *Hirofumi, Akagis. Instantaneous power theory and applications to power conditioning / Akagi Hirofumi, Edson Hirokazu Watanabe, Maurício Aredes. – N.Y., Tokyo.: John Wiley and Sons, 2007.*
4. *Fryze, S. Wirk-, Blind- und Scheinleistug in elektrischen Stromkreisen mit nichtsinusformigem Verlauf von Strom und Spannung/ S. Fryze. – Elektrotechnische Zeitschrift, 1932. – Heft 25.*
5. *Budeanu, C.I. Puisslanses reactiv'es et fictives / C.I. Budeanu. Inst. Romain de l'Energie. – Bucharest, Rumania, 1927.*
6. *Розанов, Ю.К. О мощностях в цепях переменного и постоянного токов / Ю.К. Розанов // Электричество. – 2009. – № 4.*
7. *Грамм М.И. О прикладных следствиях одной математической традиции // Вестник ЮУрГУ. «Энергетика». – 2001. – Вып. 1. – № 4.*
8. *Волновые явления в неоднородных структурах / В.К. Римский, В.П. Берзан, В.И. Пацюк и др. – Кишинев, 2009. – Т. 5.*

Поступила в редакцию 17.10.2012 г.

Грамм Михаил Израильевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Системы электроснабжения», Южно-Уральский государственный университет. Научные интересы связаны с общими вопросами теоретической электротехники и использованием её аппарата для моделирования физических и экономико-технических процессов. Контактный телефон: 8-(351)-267-91-51.

Gramm Mikhail Izrailjevich – Candidate of Science (Engineering), associate professor, Associate Professor of "Power-Supply Systems" Department of South Ural State University. His main interests are connected with the general issues of theoretical electrical engineering and its appliance in modeling of physical and economical technical processes. Contact telephone number: 8-(351)-267-91-51.