УДК 662.64

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТИЦ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ВИХРЕВОМ ПОТОКЕ ГАЗА

Г.Ф. Кузнецов

Работа посвящена исследованию распределения твердых частиц, движущихся в закрученном газовом потоке.

Для оценки распределения частиц в закрученном потоке цилиндрической вертикальной камеры воспользуемся уравнением Больцмана [1-3]

$$N(r,v,t)=N_0(v)-\tau(v)\frac{dN}{dt}v\nabla T+\frac{e}{m}\tau(v)\varepsilon\frac{\partial N}{\partial v}+\frac{e}{mc}\tau(v)[v\times H]\frac{\partial N}{\partial v}, \qquad (1)$$

в котором для нашей задачи второе и третье слагаемые правой части можно считать равными нулю, поскольку задача рассматривается в изотермических условиях без учета электрических сил. Тогда уравнение (1) можно записать следующим образом

$$N(r,v,t)=N_0+\tau\omega^2 r\frac{dN(r,t,v_\varphi)}{dv_\varphi}, \qquad (2)$$

где N_0 - стационарная концентрация, обусловленная постоянным потоком частиц со скоростью v_z, $N(r,t,v_\varphi)$ - локальная концентрация, угловая скорость, τ - время релаксации, т.е. время установления стационарного потока после прекращения внешнего возмущения.

После разделения переменных и подстановки выражения для $dv_\varphi=\frac{\mu}{3\eta}(R-2r)dr$ [4], получим

$$\frac{-\mu}{3\tau\omega^2\eta}(R/r-2)dr=\frac{dN(r,t,v_\varphi)}{N(r,t,v_\varphi)-N_0}, \qquad (3)$$

и после интегрирования запишем распределение концентрации частиц

$$\frac{N(r,t,v_\varphi)-N_0}{N_0}=e^{\frac{-\mu(-R\ln\frac{r}{R}+2r)}{3\tau\omega^2\eta}}, \qquad (4)$$

где в качестве произвольной постоянной была выбрана величина ln R.

Более удобно полученный результат можно записать в виде

$$\frac{N(r,t,v_\varphi)-N_0}{N_0}=\exp\left[-\frac{\mu(-R\ln\frac{r}{R}+2r)}{3\tau\omega^2\eta}\right]. \qquad (5)$$

Анализ полученного выражения показывает, что при $\mu\neq 0$ $N(r,t,v_\varphi)>N_0$. Это означает, что в периферийной области концентрация частиц всегда выше, чем в приосевой, что совпадает с результатами реальных исследований. При условии, что $\eta=0,\omega=0,r=0$, либо равна нулю одна из этих величин, второе слагаемое выражения (5) обращается в нуль. Физически понятно, что при нулевой вязкости частицы не изменяют своего первоначального распределения. Если скорость вращения отсутствует $(\omega=0)$, осевая скорость распределена вдоль радиуса равномерно и, следовательно, также первоначальное распределение в этом случае измениться не может. Очевидно, что на оси (r = 0) содержание частиц не может быть большим первоначального.

При увеличении r величина концентрации увеличивается, достигая максимальной вблизи $r=R/2$, там, где наибольшее значение тангенциальной скорости. Отметим, что полученное распределение скоростей и концентраций частиц быстрее реализуется для мелких фракций, так как для более крупных фракций требуется более продолжительное время для приобретения скорости потока газа и частиц.

Оценка характерного времени снижения до нуля тангенциальной скорости - времени релаксации - дает следующий результат. После прекращения действия давления, на поток действуют только силы, связанные с вязкостью (силы тяжести не учитываются)

$$m\frac{dv}{dt} = -6\pi\eta v r_0, \tag{6}$$

где r_0 - радиус частицы.

После разделения переменных и интегрирования находим

$$\ln v = v_e \exp(-t/\tau), \tag{7}$$

где $\tau = \dfrac{m}{6\pi\eta r_0}$ – время релаксации.

Для частиц размером ~3 мм это время составляет 1-3 секунды, что является достаточно близким к реальным условиям. Время контакта частиц, очевидно, будет такого же порядка.

Проделанный анализ неплохо объясняет сущность процессов при относительно небольших тангенциальных скоростях (диаметр камеры ~1,5 м, скорость ~30 м/с)., так как в соотношении (2) принято, что $\omega \approx \mathrm{const}$. Как известно, при больших скоростях центральные и периферийные слои вращаются по различным законам [4]. Для того, чтобы учесть эту особенность, воспользуемся уравнением Больцмана в следующем виде:

$$N = N_0 - \tau\frac{v_\varphi^2}{r}\frac{dN}{dv_\varphi}. \tag{8}$$

Из предыдущих выкладок следует, что

$$v_\varphi = \frac{\mu}{3\eta}(Rr - r^2); \qquad \mu = \frac{\Delta P}{2\pi R};$$

$$dv_\varphi = \frac{\mu}{3\eta}(R - 2r)dr; \qquad v_\varphi^2 = \frac{\mu^2}{9\eta^2}(R^2r^2 - 2Rr^3 + r^4). \tag{9}$$

Подставляя (9) в (8), получим

$$\frac{dN}{N - N_0} = \frac{3\eta r(R - 2r)dr}{\tau\mu(R^2r^2 - 2Rr^3 + r^4)}. \tag{10}$$

Введем безразмерную координату $\xi = r/R$

$$\frac{dN}{N - N_0} = \frac{3\eta}{\tau\mu R}\left[\frac{(1-2\xi)d\xi}{\xi(1-\xi)^2}\right]. \tag{И}$$

Правую часть запишем в виде двух слагаемых

$$\frac{dN}{N - N_0} = -\frac{3\eta}{\tau\mu R}\left[\frac{d\xi}{\xi(1-\xi)} - \frac{d\xi}{(1-\xi)^2}\right]. \tag{12}$$

Тогда после интегрирования получим

$$-\frac{3\eta}{\tau\mu R}\left[\ln\frac{\xi}{1-\xi} + \ln\left(e^{-\frac{1}{1-\xi}}\right)\right] = \ln\frac{N - N_0}{N_0}. \tag{13}$$

Потенцируя, имеем

$$\left(\frac{\xi}{1-\xi}\cdot e^{-\frac{1}{1-\xi}}\right)^{-\frac{3\eta}{\tau\mu R}} = \frac{N - N_0}{N_0}. \tag{14}$$

Анализ последнего выражения позволяет сделать некоторые выводы. Концентрация частиц не отличается от начальной в центре камеры на максимальном радиусе, что соответствует известным представлениям закономерностей вихревых течений. Максимальное значение концентраций находится на расстояниях от оси, больших половины радиуса. В рассмотренной модели не учитывалась сила трения со стороны стенки, действующая на частицы. Любое торможение частиц на стенке камеры приводит к снижению их скорости и, следовательно, повышенной вероятности шлакования.

Распределение частиц по размерам и, следовательно, массам также влияет на их концентрацию в камере. Анализ уравнения (8) показывает - времени пребывания наиболее крупных частиц в модельной камере достаточно, чтобы произошло выравнивание скоростей всех частиц. Это будет означать, что на стенке камеры окажутся, в первую очередь, крупные частицы, что и наблюдается в реальности.

Для дальнейшего анализа запишем уравнение (14) в виде

$$\frac{N-N_0}{N_0}=\left(\frac{\xi}{1-\xi}\cdot e^{\frac{1}{1-\xi}}\right)^a, \text{ где } a=-\frac{3\eta}{\tau\mu R}. \qquad (15)$$

Правая часть уравнения обращается в нуль при $\xi=0$ и $\xi=1$, поэтому между этими точками должен существовать хотя бы один экстремум.

Найдем точку экстремума, приравнивая нулю производную правой части

$$a\left[\frac{1}{(1-\xi)^2}e^{\frac{1}{1-\xi}}+\frac{\xi}{1-\xi}\frac{-1}{(1-\xi)^2}e^{\frac{1}{1-\xi}}\right]=0, \qquad (16)$$

или

$$a\frac{1}{(1-\xi)^2}e^{-\frac{1}{1-\xi}}\left(\frac{1-2\xi}{1-\xi}\right)=0. \qquad (17)$$

Откуда видно, что экстремум будет иметь место в точке $\xi=1/2$. Для определения будет ли в этой точке максимум или минимум, определим знак второй производной в этой точке. Обозначим выражение перед последней скобкой.

$$a\frac{1}{(1-\xi)^2}e^{-\frac{1}{1-\xi}}=A,$$

так это фиксированное число, не влияющее на знак второй производной, которая

$$A\frac{-2(1-\xi)-(1-2\xi)}{(1-\xi)^2}\le 0, \qquad (19)$$

и, следовательно, при $\xi=1/2$ существует максимум распределения частиц. Этот результат соответствует анализу, проделанному при допущении $\omega=\text{const}$, свидетельство того, что для данного анализа такое допущение действительно можно принять.

Полученные результаты можно использовать для проектирования различных тепло-массообменных аппаратов, использующих вихревые потоки.

Литература

1. Ферцигер Дж., Комер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. - М.: Мир, 1976. - 554 с.

2. Прохоров А.М. Физический энциклопедический словарь. - М.: Советская энциклопедия, 1983.-928 с.

3. Пайерлс Р.Е. Квантовая теория твердых тел. - М.: Мир, 1956. - 340 с.

4. Кузнецов Г.Ф. Физико-химические процессы и технология газификации при сжигании твердых топлив. - Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2002. - 174 с.

Поступила в редакцию 24 октября 2006 г.