

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С КОРОТКОЗАМКНУТЫМ РОТОРОМ

Е.Я. Омельченко

Магнитогорский филиал ООО НТЦ «Приводная техника» (г. Челябинск)

A MATHEMATICAL MODEL OF THE THREE-PHASE SQUIRREL-CAGE INDUCTION MOTOR

E.Y. Omelchenko

Magnitogorsk branch of the Scientific and Technological center "Privodnaya Tehnika", Ltd (Chelyabinsk)

Представлены основные уравнения, разработана структурная схема математической модели трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, позволяющая рассчитывать переходные процессы в электродвигателе и электроприводе с учетом распределенной обмотки, насыщения и вихревых токов в зубцах статора и ротора. Модель реализована с помощью программного пакета MATLAB 6. Представлены кривые переходных процессов прямого пуска двигателя.

Ключевые слова: математическая модель, трехфазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором, переходные процессы.

The basic equations are given; a structure chart of a mathematical model of a three-phase squirrel-cage induction motor is designed. This model allows to calculate the transient processes of an electric motor and electric drive taking into consideration a distributed winding, saturation and the eddy currents in stator and rotor teeth. The model was implemented with the use of MATLAB 6 software package. The transient curves of the across-the-line start of engine are given.

Keywords: mathematical model, three-phase squirrel-cage induction motor, transient processes.

Регулируемый электропривод переменного тока (ЭПТ) стал самым распространенным, существенно потеснив позиции электропривода постоянного тока. Современные транзисторные преобразователи частоты, тиристорные устройства плавного пуска на базе микропроцессорных устройств надежно и качественно управляют асинхронными и синхронными двигателями. Простота конструкции и отсутствие вращающихся контактов за счет применения беличьей клетки ротора сделало асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором самой надежной и распространенной электрической машиной.

Электромагнитные процессы, происходящие в роторной обмотке, существенно отличаются от типовых процессов в электрических машинах, поэтому разработка математической модели асинхронного двигателя (АД) с короткозамкнутым ротором, позволяющей точнее учитывать процесс электромагнитомеханического пространственного преобразования и энергии трехфазного переменного тока в механическую энергию с возможностью формирования электромеханических обрат-

ных связей, является актуальной научно-технической задачей.

1. Постановка задачи исследования

Существующие математические модели разработаны в основном в двухфазном варианте для сосредоточенных обмоток статора и ротора, учитывается только основная гармоника напряжения, тока, потокосцепления, практически не учитывается насыщение магнитной цепи и наведенные вихревые токи [1–4]. В трехфазном исполнении насыщение рассматривалось для сосредоточенных обмоток с фазным ротором без учета вихревых токов [5].

Исходные положения для разработки математической модели асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором.

1. Трехфазная обмотка статора уложена в пазы и состоит из нескольких катушечных групп.

2. Не учитываются зубцовые пульсации потока при вращении ротора.

3. Учет насыщения магнитной системы проводится по цепи «ярмо статора–зубец статора–зазор–зубец ротора–ярмо ротора–зазор».

4. Контуры вихревых токов представлены короткозамкнутыми витками в каждом зубце статора.

5. Роторная обмотка представлена одиночной беличьей клеткой, состоящей из двух замыкающих колец и токопроводящих стержней.

6. Индуктивности потоков рассеяния статорных и роторных обмоток считаются постоянными и не зависящими от насыщения основной магнитной цепи.

7. Расчет основных переменных ведется в абсолютных величинах.

8. Входные воздействия: фазные напряжения любой амплитуды, формы, частоты, фазы; момент сопротивления (m_c).

9. Выходные координаты для контроля и внешнего управления: трехфазные токи статорных обмоток (I_s); электромагнитный момент ротора (m_r); угловая скорость вращения и угол поворота ротора (ω, θ).

2. Исходные уравнения для статора

Электрические процессы в фазах статора описываются векторным уравнением

$$U_s = R_s I_s + L_s di_s / dt + d\Psi_s / dt, \quad (1)$$

где U, I, Ψ – обобщенные векторы напряжения, тока и потокосцепления статорных (s) обмоток; R, L – активное сопротивление и индуктивность потоков рассеивания обмоток.

Для расчета магнитодвижущих сил (МДС) в пазах статора необходимо предварительно рассчитать пространственные волны намагничивающих сил фазных обмоток $Q(\varphi)$ в зависимости от угловой функции дуги статора φ [2]. Для большинства АД с целью исключения зубцовых пульсаций магнитного потока выполняется скос пазов статорной или роторной обмотки на одно зубцовое деление. Поэтому пространственную обмоточную функцию можно рассчитать как линейный интеграл линейной плотности поверхностных токов обмотки $A(\varphi)$, причем линейную плотность для фазы принимаем постоянной на пазовом делении ΔZ . Магнитодвижущая сила статора в заданной точке магнитной системы зависит от взаимного расположения трех обмоток статора и фазных токов. В связи с этим вектор МДС для пазов принимает вид суммы произведений трехмерных токов статора на матрицы соответствующих коэффициентов [6]:

$$F_S(n, t) = W_S(Q_A(n)i_{SA}(t) + Q_B(n)i_{SB}(t) + Q_C(n)i_{SC}(t)), \quad (2)$$

где $F_S(n, t)$ – МДС в n -пазу статора; $Q_i(n)$ – значение пространственной обмоточной функции для n -паза статора.

Значения пространственных обмоточных функций двухслойной укороченной обмотки с параметрами $q=3; r=9; y=7$ приведены в таблице. Сумма коэффициентов Q_i не равна нулю. Это говорит о том, что пространственные обмоточные функции конкретной обмотки представляют собой несимметричную трехфазную систему. Для момента времени t вектор МДС статора описывается интерполяционной функцией Лагранжа с равноотстоящими точками [7]:

$$F_S(n) = a + bn + cn^2 + dn^3 + en^4 + fn^5 + gn^6 + hn^7 + in^8 + jn^9,$$

где коэффициенты a, b, c и т.д. рассчитываются в функции $F_S(n, t)$.

Далее функция $F_S(n)$ используется для расчета результирующей магнитодвижущей силы в пазах ротора с учетом электрического угла поворота статора по отношению к ротору.

Учет насыщения магнитной цепи и расчет индукции в пазах статора и ротора проводится в относительных величинах [5] в функции от результирующей магнитодвижущей силы:

$$b(f) = K_1 f + K_2 \text{sign}(f)(1 - \exp(-K_3 \text{abs}(f))), \quad (3)$$

где $f = F / F_H$ – относительное значение результирующей МДС; $F_H = I_{1H} \cdot W_S$ – номинальная МДС, А; B_H – номинальное значение индукции, соответствующее F_H , В·с/м²; K_1, K_2, K_3 – коэффициенты, определяющие форму $b(f)$.

Для примера универсальная кривая намагничивания машин серии ДП описывается коэффициентами: $K_1 = 0,139; K_2 = 0,94; K_3 = 2,47$ [5].

Изменяющийся магнитный поток наводит ЭДС в стальных пластинах зубца статора, заставляя протекать вихревые токи, которые, в свою очередь, влияют на исходную МДС паза. Магнитный поток зубца

$$\Psi_{23} = I_s \Delta Z \int_2^3 B_{Si}(\tau) d\tau = I_s \Delta Z (B_{S1} + 13B_{S2} + 13B_{S3} - B_{S4}) / 24 \quad (4)$$

зависит от его геометрических размеров и индукции в соседних пазах, а величина вихревых токов в зубце статора определяется передаточной функцией

Коэффициенты для расчета F_S и E_S

J	18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Qa	-1	-0,83	-0,5	0	0,5	0,83	1	1	1	1	0,83
Qb	0	-0,5	-0,83	-1	-1	-1	-1	-0,83	-0,5	0	0,5
Qc	1	1	1	1	0,83	0,5	0	-0,5	-0,83	-1	-1
Qa+Qb+Qc	0	-0,33	-0,33	0	0,33	0,33	0	-0,33	-0,33	0	0,33
Sea	-1,174	-0,845	-0,767	-0,253	0,253	0,773	0,827	1,192	0,8061	1,174	0,845
Seb	0,253	-0,253	-0,773	-0,827	-1,192	-0,8061	-1,174	-0,845	-0,767	-0,253	0,253
Sec	1,192	0,8061	1,174	0,845	0,767	0,253	-0,253	-0,773	-0,827	-1,192	-0,8061

$$W_V(p) = \frac{\Psi}{I_V} = \frac{1/R_V}{1+T_V p}, \quad (5)$$

где R_V – активное сопротивление контура вихревых токов статора, Ом; T_V – постоянная времени контура вихревых токов, с; l_S – длина пакета статора, м.

Далее вихревой ток I_V вычитается из МДС паза. Величина сопротивления R_V для конкретного двигателя задается такой величины, чтобы обеспечить необходимую суммарную мощность потерь в стали статора. Постоянная времени $T_V = 2-3$ мс обеспечивает устойчивое дифференцирование и рост потерь до частоты 50 Гц.

ЭДС, наводимая в распределенных обмотках, зависит от типа обмотки. ЭДС каждой катушечной группы определяется первой производной во времени от потокосцепления этой катушки. Суммарная ЭДС на фазу зависит от ЭДС катушечных групп и схемы соединения обмотки. Потокосцепление катушечной группы определяется площадью катушки и распределением индукции по этой площади. Для плоскопараллельного электромагнитного поля АД суммарная ЭДС на фазу k последовательно соединенных катушек

$$E_{Sj} = \sum_1^k \frac{d\Psi_{Kj}}{dt} = W_S l_S \Delta Z \sum_1^k \left(\frac{d}{dt} \sum_1^n (B_{st} C_{ei}) \right), \quad (6)$$

где C_{ei} – коэффициенты численного интегрирования функции с равноотстоящими точками [6]; ΔZ – шаг численного интегрирования, равный длине зубцового деления.

Коэффициенты C_{ei} , вычисляющие потокосцепление обмотки по индукции пазов, рассчитываются с помощью формул степенной интерполяции девятой степени (см. таблицу).

Анализ коэффициентов показывает, что они имеют полупериод повторения, равный 9, т. е. $K_i = -K_{i-9}$. Это связано с симметрией МДС по отношению к оси обмотки статора из-за целого числа пазов на фазу. Поэтому при целых q достаточно проводить расчеты для первых $3q$ пазов статорной обмотки, так как в остальных пазах картина будет инверсной.

3. Исходные уравнения для ротора

Токи в стержнях беличьей клетки рассчитываются в соответствии со схемой замещения (рис. 1) по уравнению

$$I_{R2}(p) = \frac{E_{R23}(p) - E_{R12}(p) + (I_{R1}(p) + I_{R3}(p))Z_r(p)}{2(Z_r(p) + dZ_r)}, \quad (7)$$

где $Z_r(p) = R_r + L_r p$ – полное сопротивление стержня; $dZ_r(p) = dR_r + dL_r p$ – полное сопротивление фрагмента кольца.

Токи в стержнях ротора создают пространственную волну намагничивающих сил, которая рассчитывается как линейный интеграл токов стержней:

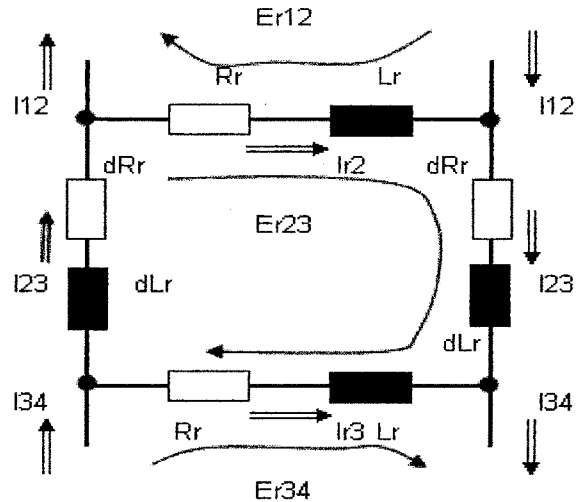


Рис. 1. Схема замещения роторной обмотки

$$F_R(n) = \int_{n-1}^n I_{Rn} dn + F_{Rn-1}. \quad (8)$$

Далее вектор МДС ротора $F_R(n)$ по аналогии со статорной обмоткой описывается интерполяционной функцией и используется для расчета результирующей намагничивающей силы и индукции в пазах статора с учетом электрического угла поворота ротора по отношению к статору.

ЭДС, наводимая в контуре между пазами, рассчитывается по формуле

$$E_{R12} = -d\Psi_{R12} / dt = -d / dt (l_r d\tau (B_{R6} + 13B_{R1} + 13B_{R2} - B_{R3}) / 24). \quad (9)$$

Электромагнитный момент ротора, создаваемый токами стержней ротора и главным магнитным потоком, зависит от геометрических размеров ротора и пропорционален сумме произведений токов стержней на индукцию пазов

$$M_R = D_R l_R p_p \sum_1^n (I_{Rn} B_{Rn}), \quad (10)$$

где D_K – диаметр заложения стержня роторной обмотки, м.

4. Структурная схема модели

В соответствии с исходными положениями и уравнениями (1)–(10) в среде программных и инструментальных средств MATLAB 6,5 разработана структурная схема математической модели трехфазного асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором ADK96.mdl (рис. 2), позволяющая рассчитывать переходные процессы выделенных переменных электрической машины с учетом распределенных обмоток, насыщения стали и вихревых токов в пазах статора и ротора. В программе статорная обмотка выполнена с $q=3$ ($n_1=9$), роторная обмотка имеет 6 стержней на полюсное деление.

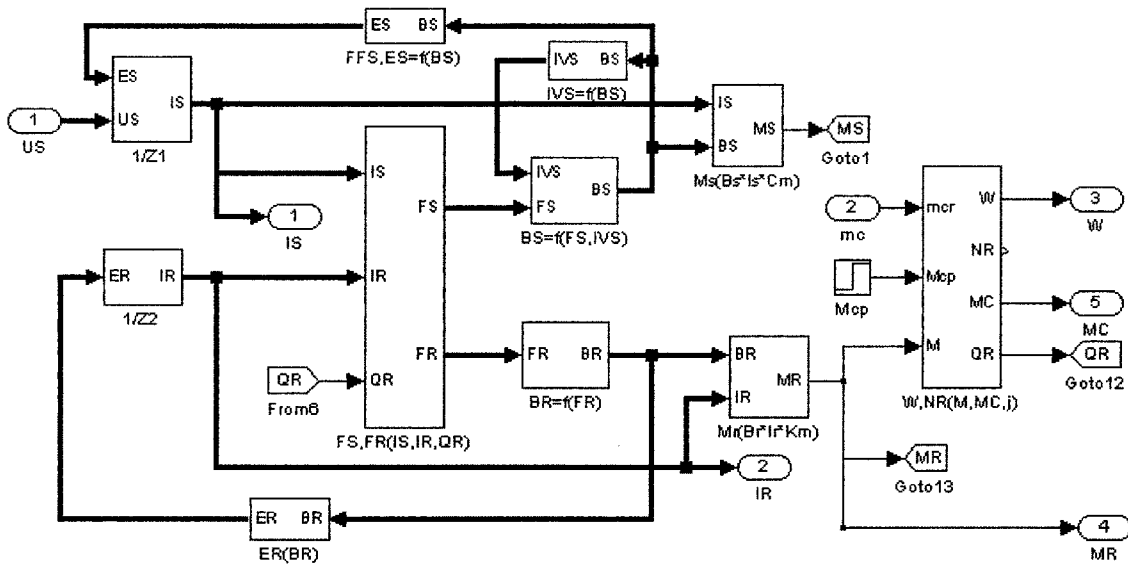


Рис. 2. Структурная схема математической модели

С помощью блока 1/Z1 на основе уравнения (1) рассчитывается трехмерный ток статорной обмотки. Структурная схема блока 1/Z1 определяется системой электропривода. С помощью блока 1/Z2 на основе уравнения (7) рассчитывается 6-мерный ток стержней роторной обмотки. В этом блоке заложена структурная схема, учитывающая вытеснение токов в стержнях ротора в функции скольжения двигателя. С помощью блока FS,FR(IS,IR,QR) по уравнениям (2) и (8) производится расчет МДС пазов статора и ротора. Блоки нелинейности БН BS=f(FS,IVS) и BR=f(FR) в соответствии с уравнением (3) рассчитывают индукцию в пазах. С помощью блоков FFS,ES=f(BS) и ER(BR) выполняется расчет наводимых ЭДС в статорных и роторных обмотках. Блоки Ms(Bs*Is*Cm) и Mr(Br*Ir*Km) по уравнению (10) рассчитывают электромагнитные моменты статора и ротора. Блок W,NR(M,MC,j) описывает поведение угловой скорости одномассовой электромеханической системы ω и электрического угла поворота Θ :

$$\omega = 1/J_R \int (M_R - M_C) dt,$$

$$\Theta = p_p \int \omega dt.$$

Входными переменными в модели являются трехмерный вектор питающего напряжения U_s частотой f_R и момент сопротивления m_c .

Задачи, решаемые с помощью модели: пускотормозные режимы с использованием устройства плавного пуска; пускотормозные режимы и регулирование скорости АД при питании от преобразователя частоты.

5. Результаты моделирования

На рис. 3 приведены кривые переходных процессов при прямом пуске электродвигателя

МТКФ211-6 (ПВ=40%; $P_H=7,5$ кВт; $n_H=880$ об/мин; $I_H=19,5$ А; $M_H=81,4$ Нм; $I_{XX}=11,65$ А; $M_K=216$ Н·м) на холостом ходу: напряжение U_{1a} и ЭДС E_{1a} статорной обмотки фазы а; угловая скорости вращения W и электромагнитный момент ротора M ; ток статорной обмотки фазы а I_{1a} и ток стержня роторной обмотки I_{2a} , уменьшенный в 5 раз. Переходный процесс момента при прямом пуске имеет характерный участок колебаний от начала пуска с частотой 50 Гц, связанный с частотой питающей сети и параметрами двигателя при пуске [4]. Бросок момента доходит до 230 Нм, критический момент равен 210 Нм. Максимальный ток статора равен 170 А, амплитуда тока в установившемся режиме не превышает 25 А. Время пуска на холостом ходу не превышает 180 мс при инерционной постоянной времени двигателя $T_H = J_{\text{дв}} \omega_H / M_H = 0,497$ с. В установившемся режиме ток статора и угловая скорость практически совпадают с номинальными данными двигателя, что говорит о высокой достоверности полученных результатов разработанной модели.

Выводы

1. Разработанная математическая модель трехфазного асинхронного электродвигателя проводит расчет переходных процессов с учетом распределенной обмотки статора и беличьей клетки ротора, насыщения и вихревых токов в стали статора.
2. Разработанная модель реализована с помощью программных средств пакета MATLAB 6,5.
3. С помощью программы можно проводить исследования систем электропривода при питании двигателя от различных преобразователей частоты и устройств плавного пуска.

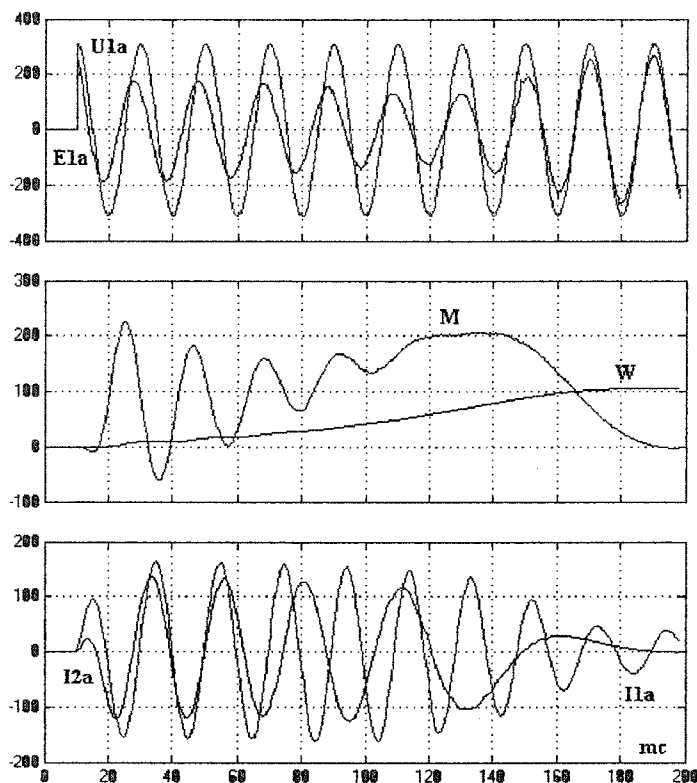


Рис. 3. Переходные процессы в математической модели

Литература

1. Ключев, В.И. Теория электропривода: учебник для вузов / В.И. Ключев. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.
2. Шрейнер, Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р.Т. Шрейнер. – Екатеринбург: УРО РАН, 2000. – 654 с.
3. Терехов, В.М. Системы управления электроприводов: учебник для студ. высш. учебн. заведений / В.М. Терехов, О.И. Осипов; под ред. В.М. Терехова. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 304 с.
4. Копылов, И.П. Математическое моделирование электрических машин: учебник для вузов / И.П. Копылов. – М.: «Высшая школа», 2001. – 327 с.
5. Омельченко, Е.Я. Моделирование на ЭВМ переходных процессов в асинхронном электроприводе / Е.Я. Омельченко, А.В. Харламов // Электротехнические системы и комплексы: межвуз сб. науч. тр. – Магнитогорск: МГТУ, 1998. – Вып. 4. – С. 36–42.
6. Омельченко, Е.Я. Математическая модель асинхронного электродвигателя с фазным ротором / Е.Я. Омельченко // Электротехника. – 2007. – № 11. – С. 19–24.
7. Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

Поступила в редакцию 21.09.2010 г.

Омельченко Евгений Яковлевич. Кандидат технических наук, директор Магнитогорского филиала ООО НТЦ «Приводная техника» (г. Челябинск), доцент каф. АЭПиМ, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, г. Магнитогорск. Область научных интересов – автоматизированный электропривод, силовая электроника, системы управления. Контактный телефон: 8 (3519) 34-19-70.

Omelchenko Eugeny. Candidate of Science (Engineering), Head of Magnitogorsk branch of the Scientific and Technological Center "Privodnaya Tehnika", Ltd, Chelyabinsk, Associate Professor of the Automatic Electric Drive and Mechatronics Department of Magnitogorsk State Technical University named after G.I. Nosov. Tel: 8 (3519) 34-19-70.