Механика

УДК 539.371:534.134

МЕТОД РАСЧЁТА ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЛАДКИХ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ДЕЙСТВИИ НА НИХ БЫСТРОИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

Р.С. Машков

Обосновывается необходимость учёта динамического эффекта, который возникает в анизотропной цилиндрической оболочке при воздействии постоянного по величине внутреннего избыточного давления, распространяющегося вдоль её образующей с постоянным ускорением, способного создать в оболочках напряжения, многократно превышающие статические составляющие, что может привести к разрушению конструкции.

Ключевые слова: анизотропная цилиндрическая оболочка, собственная частота, внутреннее избыточное давление, коэффициент динамичности.

Рассмотрим динамическое поведение тонкой трёхслойной круговой анизотропной цилиндрической оболочки, при воздействии на неё постоянного по величине внутреннего избыточного давления, распространяющегося вдоль её образующей с постоянным ускорением.

Предварительно сделаем некоторые допущения, которые упрощают расчёты, но незначительно влияют на конечные результаты. Первое допущение будет касаться сил внутреннего сопротивления, которыми будем пренебрегать, так как считаем, что частотный спектр внешнего воздействия далёк от резонансных частот цилиндрической оболочки.

Второе допущение касается инерционных сил в продольном направлении, которыми также можно пренебречь.

Третье допущение касается внешней нагрузки. Считаем, что она имеет осесимметричный характер, когда не учитываются круговые перемещения оболочки и их производные.

Согласно принятым допущениям расчётную схему можно представить так, как показано на рис. 1.

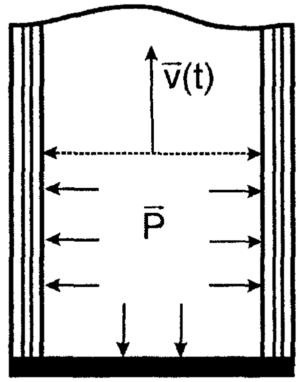

Рис. 1. Расчётная схема трёхслойной анизотропной круговой цилиндрической оболочки при постоянном давлении, распространяющимся с постоянным ускорением вдоль образующей оболочки

Тогда с учётом сделанных допущений дифференциальные уравнения движения цилиндрической оболочки будут выглядеть таким образом [1]:

$$C_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}+C_{12}\frac{\partial w}{\partial \xi}=0\,;\; C_{12}\frac{\partial u}{\partial \xi}+C_{22}w+\frac{1}{r^2}D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4}+W_\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\pi r^3 P_\Sigma a t^2\,, \qquad (1)$$

где C_{11}, C_{12}, C_{22}, D_{11} – коэффициенты жёсткости цилиндрической оболочки; $W_\rho=r^2C_\rho-D_\rho\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}$; r – срединный радиус цилиндрической оболочки; P_Σ – давление во внутреннем пространстве; a – ускорение, с которым передний фронт внутреннего избыточного давления распространяется вдоль образующей цилиндрической оболочки; u, w – соответственно продольные и радиальные перемещения срединной поверхности цилиндрической поверхности оболочки; ξ – продольная координата цилиндрической оболочки; $C_\rho=\rho_1h_1+\rho_2h_2+\rho_3h_3$; ρ – плотность материала; h_i – толщина i-го слоя оболочки;

$$D_\rho=\tfrac{1}{3}\left(\rho_1h_1^3+\rho_2((h_1+h_2)^3-h_1^3)+\rho_3(h^3-(h_1+h_2)^3)-1{,}5h(h_1+h_2+h_3)-0{,}75h^2(h_1+h_2+h_3)\right).$$

Тогда из первого уравнения (1) получим $\frac{\partial u}{\partial \xi} = -\frac{C_{12}}{C_{11}} w$. Подставляя полученное значение для $\frac{\partial u}{\partial \xi}$ во второе уравнение (1), приходим к уравнению от одной неизвестной функции $w(\xi, t)$:

$$W_\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \left(\left(C_{22} - \frac{C_{12}^2}{C_{11}} \right) + \frac{1}{r^2} D_{11} \frac{\partial^4}{\partial \xi^4} \right) w = \pi r^3 P_\Sigma a t^2 . \tag{2}$$

Для определения собственных частот оболочки рассмотрим это уравнение при отсутствии нагрузки. С учётом допущений, касающихся граничных условий закрепления краёв оболочки, собственные частоты определятся следующей формулой:

$$\omega_m = \sqrt{\frac{\left(C_{22} - \frac{C_{12}^2}{C_{11}} \right) + \frac{1}{r^2} D_{11} \left(\frac{m \pi r}{L} \right)^4}{W_\rho}} . \tag{3}$$

Так как нас интересуют низшие формы движения оболочки, и учитывая, что оболочка достаточно длинная, т.е. $\frac{L}{r} > 2\sqrt{\frac{h}{r}}$, то вторым членом в числителе выражения (3) можно пренебречь. Тогда можно считать, что $\omega \approx \sqrt{\frac{1}{W_\rho} \left(C_{22} - \frac{C_{12}^2}{C_{11}} \right)}$, и уравнение (3) примет следующий вид:

$$\ddot{w} + \omega^2 w = F a t^2 , \tag{4}$$

где $F = \pi r^3 P_\Sigma / W_\rho$.

Уравнение (4) позволяет в первом приближении не учитывать условия закрепления краёв оболочки [1].

При равноускоренном движении решение уравнения (4) можно записать в таком виде [2]:

$$w(t) = \frac{\pi r^3 P_\Sigma a}{W_\rho \omega} \left(\sin \omega t \int_0^t \tau^2 \cos \omega \tau d\tau - \cos \omega t \int_0^t \tau^2 \sin \omega \tau d\tau \right) = w_{cm} \left(t^2 + \frac{2}{\omega^2} (1 + \cos \omega t) \right),$$

где $w_{cm} = \frac{\pi r^3 P_\Sigma a}{W_\rho \omega^2}$ – прогиб оболочки при полном давлении, т.е. при давлении, заполнившим всё внутреннее пространство оболочки. Отсюда

$$k_\partial = \frac{w(t)}{w_{cm}} = t^2 + \frac{2}{\omega^2} (1 + \cos \omega t) .$$

Анализ коэффициента динамичности показывает, что его величина не зависит от изменения скорости движения внутри оболочки, а определяется временем заполнения внутренним давлени-

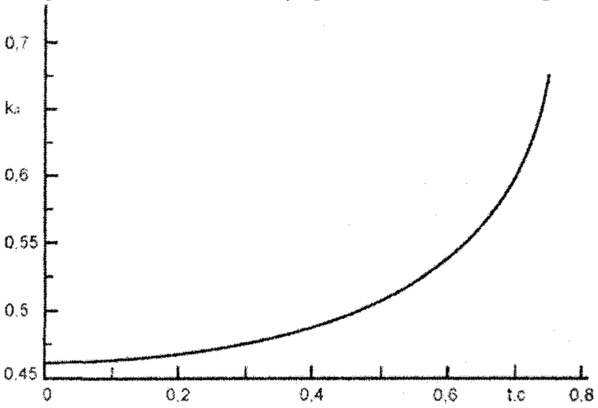

Рис. 2. Изменение коэффициента динамичности при максимально допустимом давлении и при минимальном времени заполнения внутреннего пространства цилиндрической оболочки

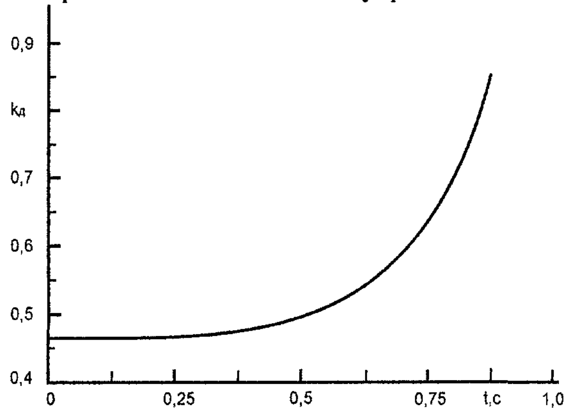

Рис. 3. Изменение коэффициента динамичности при минимально допустимом давлении и при максимальном времени заполнения внутреннего пространства цилиндрической оболочки

ем пространства оболочки и её собственной частотой. На рис. 2 и 3 показан характер изменения коэффициента динамичности в зависимости от времени для относительно коротких оболочек. Данные получены в программной среде MathCad для заданных эксплуатационных критических значений времени воздействия давления и его величины.

Анализ изменения коэффициента динамичности показывает, что максимальное его значение меньше единицы, поэтому динамическим усилением при дальнейших расчётах можно пренебречь. Это происходит потому, что корпус оболочки в силу своей инерционности и малого времени действия давления не успевает среагировать на эту нагрузку.

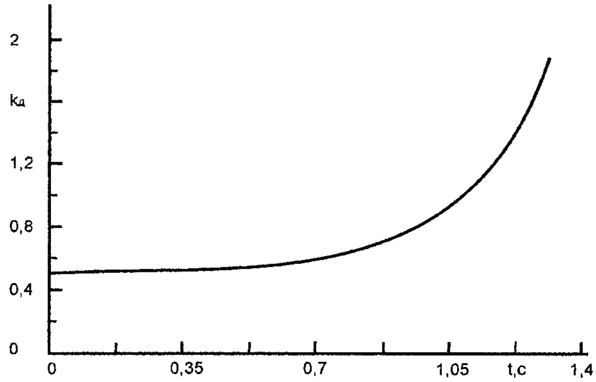

Рис. 4. Изменение коэффициента динамичности при максимально допустимом давлении и при минимальном времени заполнения внутреннего пространства цилиндрической оболочки

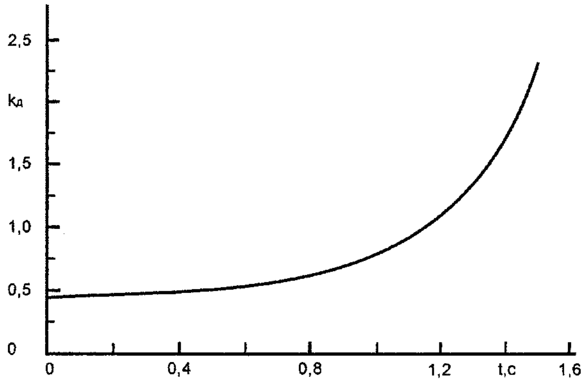

Рис. 5. Изменение коэффициента динамичности при минимально допустимом давлении и при максимальном времени заполнения внутреннего пространства цилиндрической оболочки

На рис. 4 и 5 показан характер изменения коэффициента динамичности в зависимости от времени, в два раза превышающего предыдущие расчёты, т.е. для более длинных оболочек.

Анализ изменения коэффициента динамичности показывает, что при более длительном временном промежутке распространения избыточного давления внутри цилиндрической оболочки коэффициент динамичности существенно возрастает и особенности динамического поведения оболочки необходимо учитывать при расчётах.

Литература

1. Биргер, И.А. Пластинки и оболочки вращения / И.А. Биргер. – М.: Оборонгиз, 1961. – 468 с.

2. Моисеев, К.А. О резонансных колебаниях нелинейных систем / К.А. Моисеев // Вестник МАИ. – 2009. – Т. 16, № 4. – С. 56–62.

Поступила в редакцию 16 октября 2010 г.

CALCULATION METHOD OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF SMOOTH CIRCULAR CYLINDRICAL MULTILAYER CASINGS IN UNDER INFLUENCE OF THE RAPIDLY CHANGING INTERNAL PRESSURE

The article makes the case for taking into account dynamic effects in anisotropic cylindrical shell under the influence of permanent largest internal overpressure, spreading along her forming a constant acceleration, capable of establishing the envelopes voltages, many times larger than the static components, which may lead to fracture.

Keywords: anisotropic cylindrical shell, its own frequency, internal excess pressure coefficient of dynamic.

Mashkov Rodion Sergeevich is a postgraduate in a military academy, Department of Material Engineering and Maintenance Arming of Serpukhov Military Institute of Rocket Forces.

Машков Родион Сергеевич – адъюнкт, кафедра материаловедения и ремонта вооружения, Серпуховский военный институт ракетных войск.

e-mail: dbdb@inbox.ru