

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В ПОЛЫХ СЛИТКАХ ПРИ ЭЛЕКТРОШЛАКОВОМ ПЕРЕПЛАВЕ

А.Н. Суров, В.И. Потапов, М.С. Бугаев

Одним из перспективных направлений производства труб большого диаметра для особо ответственных трубопроводов является изготовление их из полых слитков путем раскатки. Полые слитки из нержавеющей и плоходеформируемых сталей производятся электрошлаковой технологией в специальных печах с двумя кристаллизаторами (внешним и внутренним). При раскатке таких слитков очень важно, чтобы стенка полого слитка была однородной структуры, не содержала дефектов в виде расслоений, наплывов и т.д. Поэтому при наплавлении слитка методом электрошлакового переплава (ЭШП) требуется строго выдерживать комплекс технологических параметров - ток переплава, глубину ванны, температуру охлаждающего теплоносителя и др. Поэтому для оперативного управления процессом наплавления слитка, оптимизации в данной работе рассматривается задача по разработке математической модели теплофизических процессов печи ЭШП с двумя кристаллизаторами. В работах [1] и [2] рассмотрена подобная задача, но с одним кристаллизатором.

Печь ЭШП с внутренним и внешним водоохлаждаемыми кристаллизаторами схематично изображены на рис. 1. В коаксиальном зазоре между кристаллизаторами наплавляется слиток. Расходуемые электроды (восемь штук) равномерно распределены в коаксиальном пространстве печи. Диаметры кристаллизаторов внешнего и внутреннего, соответственно равны 580 мм и 400 мм. Качество металла в слитках вторичного переплава во многом определяется направленной кристаллизацией, управление которой представляется возможным путем изменения теплофизических условий.

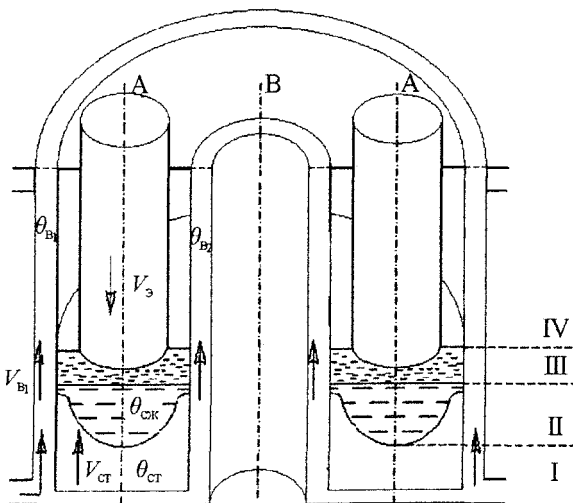


Рис. 1. Схема печи ЭШП для получения полого слитка в разрезе

Математическое моделирование теплофизических процессов и рассматривается в данной работе.

Печь со сплошным слитком была симметрична относительно оси А, поэтому было три дифференциальных уравнения в системе, описывающих связь между соответственно: вода, стенка и i -й слой, где $i = 1, 2, 3, 4$; 1 - слой слитка твердого, 2 - слитка жидкого, 3 - шлака, 4 - электрода. Печь с полым слитком симметрична относительно оси В, поэтому система состоит из пяти дифференциальных уравнений энергии, описывающих связь между средами соответственно: вода внешнего слоя (θ_{B1}), стенка (c_1); i -й слой, стенка (c_2) и вода внутреннего слоя (θ_{B2}).

При выводе уравнений приняты допущения: теплофизические параметры воды, стенки кристаллизатора, электрода, слитка не зависят от температуры, отсутствует диссипация энергии. Теплообмен аппарата ЭШП с внешней средой отсутствует. Ввиду цилиндрической формы печи ЭШП рассматривается осесимметричная задача.

Итак, с учетом принятых допущений, уравнения энергии для области $D_1 = \{x, t: 0 < x \leq z, 0 < t \leq t_k\}$ запишем в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_{B1}}{\partial t} + v_{B1} \frac{\partial \theta_{B1}}{\partial x} = K_{B1, c1} (\theta_{c1} - \theta_{B1}) + a_{B1} \frac{\partial^2 \theta_{B1}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{c1}}{\partial t} = K_{c1, B1} (\theta_{B1} - \theta_{c1}) + K_{c1, CT} (\theta_{CT} - \theta_{c1}) + a_{c1} \frac{\partial^2 \theta_{c1}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{CT}}{\partial t} + v_{CT} \frac{\partial \theta_{CT}}{\partial x} = K_{CT, c1} (\theta_{c1} - \theta_{CT}) + K_{CT, c2} (\theta_{c2} - \theta_{CT}) + \\ + a_{CT} \frac{\partial^2 \theta_{CT}}{\partial x^2} + a_{CT} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \theta_{CT}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta_{CT}}{\partial r^2} \right); \\ \frac{\partial \theta_{c2}}{\partial t} = K_{c2, B2} (\theta_{B2} - \theta_{c2}) + K_{c2, CT} (\theta_{CT} - \theta_{c2}) + a_{c2} \frac{\partial^2 \theta_{c2}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{B2}}{\partial t} \pm v_{B2} \frac{\partial \theta_{B2}}{\partial x} = K_{B2, c2} (\theta_{c2} - \theta_{B2}) + a_{B2} \frac{\partial^2 \theta_{B2}}{\partial x^2}. \end{cases} \quad (1)$$

$$D_2 = \{x, t: z \leq x < p, t > 0\}:$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_{B1}}{\partial t} + v_{B1} \frac{\partial \theta_{B1}}{\partial x} = K_{B1, c1} (\theta_{c1} - \theta_{B1}) + a_{B1} \frac{\partial^2 \theta_{B1}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{c1}}{\partial t} = K_{c1, B1} (\theta_{B1} - \theta_{c1}) + K_{c1, CT} (\theta_{CT} - \theta_{c1}) + a_{c1} \frac{\partial^2 \theta_{c1}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{СЖ}}{\partial t} + v_{СЖ} \frac{\partial \theta_{СЖ}}{\partial x} = K_{СЖ, c1} (\theta_{c1} - \theta_{СЖ}) + \\ + K_{СЖ, c2} (\theta_{c2} - \theta_{СЖ}) + a_{СЖ} \frac{\partial^2 \theta_{СЖ}}{\partial x^2} + a_{СЖ} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \theta_{СЖ}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta_{СЖ}}{\partial r^2} \right); \\ \frac{\partial \theta_{c2}}{\partial t} = K_{c2, B2} (\theta_{B2} - \theta_{c2}) + K_{c2, СЖ} (\theta_{СЖ} - \theta_{c2}) + a_{c2} \frac{\partial^2 \theta_{c2}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{B2}}{\partial t} \pm v_{B2} \frac{\partial \theta_{B2}}{\partial x} = K_{B2, c2} (\theta_{c2} - \theta_{B2}) + a_{B2} \frac{\partial^2 \theta_{B2}}{\partial x^2}. \end{cases} \quad (2)$$

$$D_3 = \{x, t: p < x < d, t > 0\};$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_{B_1}}{\partial t} + v_{B_1} \frac{\partial \theta_{B_1}}{\partial x} = K_{B_1, C_1} (\theta_{C_1} - \theta_{B_1}) + a_{B_1} \frac{\partial^2 \theta_{B_1}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{C_1}}{\partial t} = K_{C_1, B_1} (\theta_{B_1} - \theta_{C_1}) + K_{C_1, \text{ш}} (\theta_{\text{ш}} - \theta_{C_1}) + a_{C_1} \frac{\partial^2 \theta_{C_1}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{\text{ш}}}{\partial t} + v_{\text{ш}} \frac{\partial \theta_{\text{ш}}}{\partial x} = K_{C_1, \text{ш}} (\theta_{\text{ш}} - \theta_{C_1}) + K_{C_2, \text{ш}} (\theta_{\text{ш}} - \theta_{C_2}) + \\ + a_{\text{ш}} \frac{\partial^2 \theta_{\text{ш}}}{\partial x^2} + a_{\text{ш}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \theta_{\text{ш}}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta_{\text{ш}}}{\partial r^2} \right); \\ \frac{\partial \theta_{C_2}}{\partial t} = K_{C_2, B_2} (\theta_{B_2} - \theta_{C_2}) + K_{C_2, \text{ш}} (\theta_{\text{ш}} - \theta_{C_2}) + a_{C_2} \frac{\partial^2 \theta_{C_2}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{B_2}}{\partial t} \pm v_{B_2} \frac{\partial \theta_{B_2}}{\partial x} = K_{B_2, C_2} (\theta_{C_2} - \theta_{B_2}) + a_{B_2} \frac{\partial^2 \theta_{B_2}}{\partial x^2}. \end{cases} \quad (3)$$

$$D_4 = \{x, t: d < x < l, x > 0\};$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_{B_1}}{\partial t} + v_{B_1} \frac{\partial \theta_{B_1}}{\partial x} = K_{B_1, C_1} (\theta_{C_1} - \theta_{B_1}) + a_{B_1} \frac{\partial^2 \theta_{B_1}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{C_1}}{\partial t} = K_{C_1, B_1} (\theta_{B_1} - \theta_{C_1}) + K_{C_1, \text{э}} (\theta_{\text{э}} - \theta_{C_1}) + a_{C_1} \frac{\partial^2 \theta_{C_1}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{\text{э}}}{\partial t} - v_{\text{э}} \frac{\partial \theta_{\text{э}}}{\partial x} = K_{\text{э}, C_1} (\theta_{C_1} - \theta_{\text{э}}) + K_{\text{э}, C_2} (\theta_{C_2} - \theta_{\text{э}}) + \\ + a_{\text{э}} \frac{\partial^2 \theta_{\text{э}}}{\partial x^2} + a_{\text{э}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \theta_{\text{э}}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta_{\text{э}}}{\partial r^2} \right); \\ \frac{\partial \theta_{C_2}}{\partial t} = K_{C_2, B_2} (\theta_{B_2} - \theta_{C_2}) + K_{C_2, \text{э}} (\theta_{\text{э}} - \theta_{C_2}) + a_{C_2} \frac{\partial^2 \theta_{C_2}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \theta_{B_2}}{\partial t} \pm v_{B_2} \frac{\partial \theta_{B_2}}{\partial x} = K_{B_2, C_2} (\theta_{C_2} - \theta_{B_2}) + a_{B_2} \frac{\partial^2 \theta_{B_2}}{\partial x^2}. \end{cases} \quad (4)$$

Начальные условия:

$$\theta'(x, r, 0) = \varphi'(x, r), \quad \varphi' = [\varphi_{B_1}, \varphi_{B_2}, \varphi_{C_1}, \varphi_{C_2}, \varphi_{\text{э}}]^T, \quad i = 1, 2, 3, 4;$$

$$r_1 \leq r \leq r_2; \quad Z(0, r) = Z_0, \quad Z_0 = [0, 0, 0, Z(r)]^T;$$

$$\Delta(0, r) = \Delta_0, \quad \Delta_0 = [0, 0, 0, \Delta(r)]^T,$$

на подвижной границе фазового перехода слиток твердый – слиток жидкий

$$\rho_{\text{ст}} q z_t = \lambda_{\text{ст}} [\theta_{\text{ст}}(z - 0, t)]_x - \lambda_{\text{сж}} [\theta_{\text{сж}}(z + 0, t)]_x,$$

на подвижной границе шлак – электрод

$$\rho_{\text{ш}} q \Delta_t = \lambda_{\text{ш}} [\theta_{\text{ш}}(p + \Delta - 0, t)]_x - \lambda_{\text{э}} [\theta_{\text{э}}(c + \Delta + 0, t)]_x.$$

Условия на границах областей D_i :

$$\theta'(0, r, 0) = T_{\text{пл}};$$

$$\theta'(0, r, t) = \psi'(r, t), \quad \psi' = [\psi_{B_1}, \psi_{B_2}, \psi_{C_1}, \psi_{C_2}, \psi_{\text{ст}}]^T;$$

$$\theta_x^{IV}(l, r, t) = 0; \quad \lambda_{\text{ст}} [\theta_{\text{ст}}(0, r, t)]_x = \alpha_{\text{ст}, C_1} [\theta_{\text{ст}}(0, r, t) - \theta_{C_1}], \quad i = 1, 2;$$

$$\theta_{\text{ст}}(z - 0, r, t) = \theta_{\text{сж}}(z + 0, r, t) = T_{\text{пл}};$$

$$\theta_{\text{сж}}(p, r, t) = T_{\text{ш}};$$

$$\theta_r'(x, r_1, t) = [0], \quad \theta_r'(x, r_2, t) = [0], \quad \theta' = [\theta_{\text{ст}}, \theta_{\text{сж}}, \theta_{\text{ш}}, \theta_{\text{э}}]^T;$$

$$\Lambda [\theta''(x, r, t)]_x = \alpha_i [\theta''(x, R, t) - \theta_{C_i}], \quad i = 1, 2;$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{\text{ст}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\text{сж}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\text{ш}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{\text{э}} \end{bmatrix}; \quad \alpha_i = \begin{bmatrix} \alpha_{\text{ст}, C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{\text{сж}, C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{\text{ш}, C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{\text{э}, C_1} \end{bmatrix}; \quad i = 1, 2;$$

$$\theta''(d, r, t) = T_{\text{ш}};$$

$$\theta_{\text{ш}}(p + \Delta - 0, r, t) = \theta_{\text{э}}(p + \Delta + 0, r, t) = T_{\text{пл}};$$

$$Q = I^2 R_{\text{ш}};$$

$$K_{2,4} = \frac{\sigma p_4 (\theta_3 + 273)^4 - (\theta_c + 273)^4}{\rho_4 c_4 \gamma_4 (\theta_3 - \theta_c)}; \quad K_{ij} = \frac{\alpha_{ij} p_i}{\rho_i c_i S_i}.$$

В уравнениях приняты обозначения:

индексы $B_1, B_2, C_1, C_2, \text{ст}, \text{сж}, \text{ш}, \text{э}$ у соответствующих параметров относятся к воде, стенкам, слитку твердой фазы, слитку жидкой фазы, шлаковой ванне, электроду; $i = 1, j = \text{ст}; i = 2, j = \text{сж};$

$i = 3, j = \text{ш}; i = 4, j = \text{э};$

$\theta_{B_1}, \theta_{B_2}, \theta_{C_1}, \theta_{C_2}, \theta_{\text{ст}}, \theta_{\text{сж}}, \theta_{\text{ш}}, \theta_{\text{э}}$ – соответствующие температуры сред, °C;

$\rho_i, c_i, \lambda_i, a_i$ – соответственно плотность, кг/м³; удельная теплоёмкость, Дж/(кг·град); теплопроводность, Вт/(м·град); температуропроводность i -й среды, м²/с;

α_{ij}, p_i, S_i – соответственно коэффициент теплоотдачи между i -й и j -й средой, Вт/(м²·град); периметр раздела, м; площадь поперечного сечения i -й среды, м²;

V_i – скорость движения i -й среды, м/с;

x, r, t, z, Δ, p – соответственно текущие координаты по длине, м; радиусу аппарата, м; время, с; координата подвижной границы в слитке, м; координата подвижной границы в электроде и граница между электродом и жидкой ванной, м;

$T_{\text{пл}}, T_{\text{ш}}$ – соответственно температуры плавления и шлаковой ванны, °C;

q – теплота кристаллизации, Дж/кг;

$\varphi_i, \psi_i, -$ известные распределения температур по соответствующим координатам;

m – номер коаксиального слоя для слитка;

σ – коэффициент лучеиспускания.

Термодинамические соотношения, замыкающие эту систему, такие, как зависимость коэффициента теплоотдачи от режима течения воды, коэффициента излучения и др., взяты из экспериментальных данных, полученных разными авторами.

Системы уравнений (1)–(4) решены численными методами с использованием метода конечных разностей.

На рис. 2 приведены некоторые результаты расчетов температурного поля в шлаковой ванне по полученной модели.

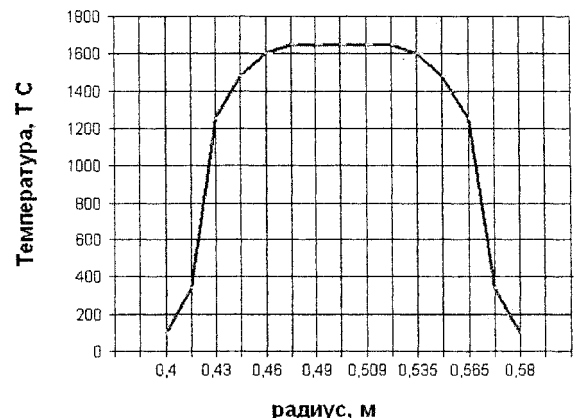


Рис. 2. Распределение температуры в коаксиальном зазоре для шлаковой ванны при $r_1=0,4$ и $r_2=0,58$ для времени $t = 2,5$ ч по радиусу

Решение систем (1)-(4) позволяет определять температуру в процессе ЭШП в любой точке аппарата и в каждый момент времени.

Полученная в работе математическая модель тепловой работы печи ЭШП может быть основой разработки системы управления вторичным переплавом с целью экономии электроэнергии и повышения качества металла.

Литература

1. Потапов В.И., Торопов Е.В., Суров А.Н., Андрианова Р.А. Теплофизические процессы при электрошлаковом переплаве // *Материалы Всероссийской научно-технической конференции «Теплофизика технологических процессов»*. - Челябинск: Изд-во РГАТА, 2005.

2. Потапов В.И. Математические модели теплофизических процессов в объектах многослойной структуры. - Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. - 270 с.

3. Потапов В.К., Рошин В.Е., Торопов Е.В. и др. Математическое моделирование теплофизических процессов при электрошлаковом переплаве трубчатых электродов // *Труды второй всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи»*. - Самара: Изд-во САМГТУ, 2005. - 4.2. - 208-211 с.

4. Йоши С, Митчелл А. Тепловые процессы при ЭШП // *Электрошлаковый переплав*. -. 1973. - 138-180 с.

5. Йоши С, Митчелл А. Тепловые процессы при ЭШП // *Электрошлаковый переплав*. -. 1973. - 138-180 с.