

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ УПРУГИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ЛЕПЕСТКОВОМ РАДИАЛЬНОМ ПОДШИПНИКЕ

В.В. Дрокин

MODELING OF STATIC ELASTIC INTERACTIONS INSIDE OF A JOURNAL FOIL BEARING

V.V. Drokin

Описаны модели радиального лепесткового газодинамического подшипника, построенные в двух различных вычислительных программах: специализированной авторской и в Ansys. Проведен сравнительный анализ решений в этих программах статической задачи упругости для лепесткового подшипника.

Ключевые слова: лепестковые подшипники, статическая задача упругости, математическое моделирование.

The models of a journal foil gas bearing, built in two different computing programs – author specialized program and Ansys, are described in the article. Comparative analysis of the static elasticity problem solutions for interacting leafs inside of the bearing's clearance is done.

Keywords: foil bearings, static problem of elasticity, mathematical simulation.

Введение

Лепестковые газодинамические подшипники (ЛГП) предназначены для применения в турбомашинах малой и средней мощности с быстро вращающимися воздушными микротурбинами. На современных инновационных предприятиях проектируются микротурбомшины различных назначений: экологически чистые турбохолодильники, малогабаритные автономные турбогенераторы, компрессоры и воздуходувки для транспортировки различных смесей. Состояние вопроса требует разработки надежных методов расчета и проектирования ЛГП с учетом условий их использования в турбомашинах.

Работоспособность опорного узла первоначально определяется с помощью оценки его несущей способности. Несущая способность лепесткового газодинамического подшипника определяется как результирующая сила распределения давления газового слоя, заключенного между твердой поверхностью вращающегося вала и упругими оболочками-лепестками. Численный анализ задачи гидроупругости (УГД задачи) для ЛГП позволяет сделать вывод о том, что при умеренных нагрузках несущая способность подшипника с газовым слоем при рабочих скоростях вращения близка к несущей способности опоры при отсутствии вращения, т. е. к результирующей статической реакции [1].

В статье рассматривается решение статической задачи для лепесткового подшипника по методу, представленному в работах [2, 3]. Равновес-

ная конфигурация деформированного упругого пакета при различных положениях вала и контактные реакции, приложенные к валу, находятся путем решения вариационной задачи упругости для системы лепестков, стесненных ограничениями на упругие перемещения. Приводится сравнение решений статической задачи для ЛГП, полученных в авторской программе [4], с расчетами на параметрической модели в среде Ansys v.12.

1. Решение статической задачи для упругого пакета подшипника

При построении математической модели подшипника приняты следующие исходные предпосылки и допущения: лепесток рассматривается как тонкая упругая цилиндрическая оболочка, для которой справедливы гипотезы Кирхгофа–Лява; средняя линия лепестка принимается нерастяжимой, упругие перемещения лепестка считаются малыми – задачу о прогибах рассматриваем как геометрически линейную. Рассматривается плоская модель подшипника с перекрывающимися лепестками (рис. 1). Прогиб $W(\varphi)$ отсчитывается вдоль полярного радиуса, проведенного из центра втулки (точка O_1). Положительное направление прогиба – в сторону увеличения полярного радиуса точки средней линии лепестка.

Потенциальная энергия деформации лепестков является функционалом от распределения прогибов:

$$\Pi(W(\varphi)) = \frac{DL}{2R_n^3} \sum_{i=1}^N \int_0^{\Phi_1} (\dot{W}_i + W_i)^2 d\varphi,$$

где $D = E\delta_0^3/12(1-\nu^2)$ – коэффициент цилиндрической жесткости оболочки лепестка; E – модуль упругости 1-го рода материала лепестка; δ_0 – толщина лепестка без покрытия, ν – коэффициент Пуассона; L – длина подшипника в осевом направлении; R_n – радиус средней линии недеформированного лепестка; i – номер лепестка; N – количество лепестков опоры; φ – полярный угол точки средней линии лепестка в системе координат, связанной с лепестком; пределы интегрирования соответствуют расчетной схеме (см. рис. 1).

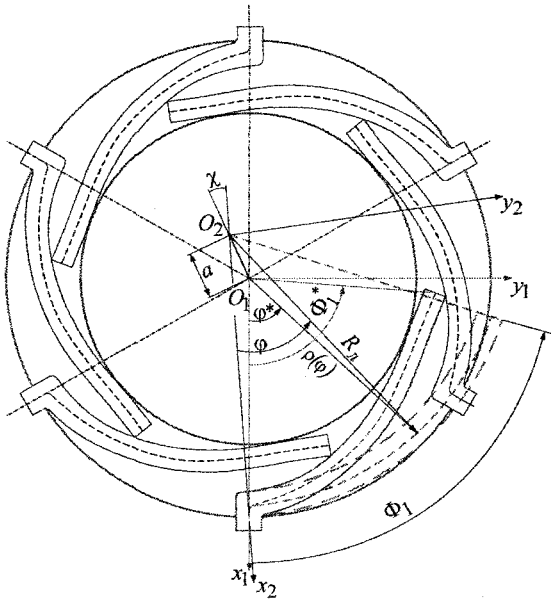


Рис. 1. Схема лепесткового подшипника: $O_1x_1y_1$ – система координат, связанная с втулкой подшипника; $O_2x_2y_2$ – система координат, связанная со средней линией лепестка

Равновесная конфигурация упругого пакета находится с помощью расширенного вариационного принципа Лагранжа по распределению прогибов $W(\varphi)$, доставляющему наименьшее значение потенциальной энергии деформации лепестков при геометрических ограничениях, выраженных неравенствами:

$$\Pi(W(\varphi)) \rightarrow \inf \Pi, \quad W(\varphi) \in C^{(2)}(0, \Phi_1),$$

$$W_i^-(\varphi) \leq W_i(\varphi) \leq W_i^+(\varphi),$$

где $W_i^-(\varphi)$, $W_i^+(\varphi)$ – уравнения границ для прогибов, соответствующие естественным условиям «неврезания» лепестков друг в друга и твердые стенки. В нагруженном радиальном подшипнике каждый лепесток находится в своих условиях ограничений.

Численное решение вариационной задачи выполняется путем дискретизации и сведением к задаче нелинейного программирования. Минимизация дискретного аналога функционала потенциальной энергии I осуществляется методом проекций градиента. Процедура минимизации завершается при выполнении условия достаточной близости значений I на двух соседних итерациях. При этом производные $\partial I_i / \partial W_{ij}$ удовлетворяют условиям:

$$\begin{cases} |\partial I_i / \partial W_{ij}| \leq \varepsilon_1; \\ |\partial I_i / \partial W_{ij} + \partial I_{i'} / \partial W_{i'j'}| \leq \varepsilon_1; \\ \partial I_i / \partial W_{ij} > \varepsilon_1, \end{cases} \quad (1)$$

где W_{ij} – прогиб j -й точки средней линии i -го лепестка; ε_1 в расчетах принимается величиной порядка $10^{-2} \dots 10^{-4}$. Производные вычисляются для каждого узла сетки каждого лепестка. Первое неравенство системы соответствует области без контакта; второе – для случая упругого контакта двух лепестков; третье выполняется в точках контакта «лепесток–цапфа».

Величина контактной реакции, приложенной к валу, при одностороннем контакте лепестка с валом равна $F_{ij}^k = |\partial I_i / \partial W_{ij}|$. При двухстороннем контакте «лепесток–вал, лепесток–лепесток» величина реакции есть $F_{ij}^k = |\partial I_i / \partial W_{ij} + \partial I_{i'} / \partial W_{i'j'}|$.

Проекция F_{ij}^k на координатные оси O_1x_1 и O_1y_1 определяются: $F_{ijx}^k = -F_{ij}^k \cos \varphi$ и $F_{ijy}^k = -F_{ij}^k \sin \varphi$.

Проекция результирующей силы реакций упругого пакета находим по формулам:

$$F_x = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^k F_{ijx}^k, \quad F_y = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^k F_{ijy}^k.$$

Примечание. При численном решении задачи используются сеточные функции полярных углов, взятых в системе координат, связанной с втулкой подшипника. Преобразование связанных с лепестком полярных координат в эту систему осуществляется по соотношениям:

для полярного радиуса точки средней линии лепестка ρ

$$\begin{cases} \rho(\varphi) = \sqrt{R_n^2 + a^2 - 2R_n a \cos(\chi - \varphi)}; & \varphi < \chi; \\ \rho(\varphi) = \sqrt{R_n^2 + a^2 - 2R_n a \cos(\varphi - \chi)}; & \varphi \geq \chi, \end{cases}$$

для полярного угла

$$\varphi^*(\varphi) =$$

$$= \arccos \left(\frac{\rho^2(\varphi) + (R_{\text{вт}} - 0,5\delta_0)^2 - 2R_n^2(1 - \cos \varphi)}{2(R_{\text{вт}} - 0,5\delta_0)\rho(\varphi)} \right),$$

где a – расстояние между центрами втулки и дуги средней линии лепестка; χ – угол между координатной осью x_2 и прямой O_1O_2 (см. рис. 1).

На основе описанного метода решения задачи упругости для ЛГП разработана содержащаяся в [4] программа, блок-схема которой приведена в [5]. Последовательность операций следующая.

В модель загружаются значения конструктивных параметров ЛГП и параметров решателя задачи упругости. После проверки на корректность формируются массивы переменных, представляющих угловые и полярные координаты точек средней линии каждого лепестка (дискретизация модели). Затем в каждой точке определяются массивы ограничений W_{ij}^- и W_{ij}^+ . Вычисляются разностные аппроксимации производных функции прогибов, с их помощью находится величина дискретного аналога функционала потенциальной энергии деформации лепестков $I = I_1$, а также компоненты вектора градиента $\partial I_1 / \partial W_{ij}$. После чего происходит варьирование прогибов с учетом элементов массивов ограничений W_{ij}^- и W_{ij}^+ и повторное вычисление величины $I = I_2$.

После сравнения значений I_1 и I_2 на двух соседних итерациях формируется вывод об успешности операции варьирования. Если $I_2 < I_1$, то последовательность действий, начиная с обновления значений массивов W_{ij}^- , W_{ij}^+ , повторяется. В ином случае шаг градиентного метода уменьшается и выполняется повторное варьирование с теми же значениями $\partial I_1 / \partial W_{ij}$.

Если при сравнении значений I_1 , I_2 выполняется условие

$$|I_2 - I_1| < \varepsilon_2, \quad (2)$$

то вычисляются контактные реакции лепестков, их проекции на координатные оси и несущая способность подшипника. При достаточно малом значении ε_2 ($\varepsilon_2 = 10^{-8} \dots 10^{-12}$) выполняется система неравенств (1), следовательно, равновесная конфигурация лепестков в зазоре подшипника определена с достаточной точностью.

Если условие (2) не выполнено, то работа программы завершается по условию малости шага градиентного метода. В этом случае равновесная конфигурация не определена. В рассматриваемой задаче существует оптимальный шаг сетки, при котором обеспечивается практическая сходимости градиентного метода и необходимая точность. Для рассчитанных вариантов вычислительным экспериментом установлено, что достижимые условия сходимости и точности обеспечиваются при шаге сетки, превышающем толщину лепестка в 2–4 раза.

2. Моделирование в среде Ansys v.12

С целью верификации полученных решений статической задачи в программе [4] создана плоская параметрическая модель ЛГП в масштабе 1:1 в пакете инженерных расчетов Ansys v.12. Модель

включает три взаимодействующих лепестка при центральном положении вала, решение основано на методе конечных элементов. Каждый лепесток содержит 4 контактные пары (термин из Ansys), различающиеся видом возможного контактного взаимодействия: с соседним лепестком, с втулкой или цапфой. Используются типовые элементы: PLANE42, CONTA172, TARGET169. Контактная задача решена с помощью расширенного принципа Лагранжа (опция Augmented Lagrange method).

В работе с программой использованы исходные данные для ряда лепестковых подшипников, различающихся конструктивными параметрами. Получено, что решение в среде Ansys благополучно завершается только для отдельных вариантов конструкций. Такие конструкции имеют малые деформации лепестков после сборки подшипника. В других случаях в процессе решения конечные элементы, входящие в модель Ansys, существенно искажаются, и сходимости решения контактной задачи не обеспечивается. Причем изменение параметров разбиения модели на конечные элементы и настроек решателя на наибольшие вычислительные ресурсы не улучшает результат. Это обстоятельство можно объяснить тем, что алгоритм решателя Ansys при работе с контактными элементами не учитывает особенности данной задачи: малые зазоры между элементами конструкции ЛГП, узкая область фактического контакта при достаточно протяженной области возможного контакта.

3. Сравнение результатов

Представлены результаты расчетов статических реакций для трех вариантов ЛГП, предназначенных для турбогенератора и турбохолодильника. Параметры приведены в табл. 1. Дополнительно введены два параметра: $R_{ц}$ – радиус цапфы; $H_m = R_{вт} - 2\delta_0$ – монтажный зазор подшипника, где $R_{вт}$ – внутренний радиус втулки подшипника. При моделировании не учитывалась толщина износостойкого покрытия лепестков.

На рис. 2 и 3 приведены визуализированные фрагменты работы авторской программы [4] и программы Ansys для модели с параметрами, соответствующими варианту № 1 в табл. 1. На рис. 2 цифрой «1» обозначена область контакта лепестка с цапфой, цифрой «2» – упругий контакт лепестков друг с другом. На рис. 3 над узкими областями контактов показаны эпюры контактных реакций: эпюра слева соответствует контакту лепестка с цапфой, справа – контакту двух лепестков. Анализируя изображения, отметим, что конфигурации деформированных лепестков на обоих рисунках качественно близки. При этом упругий контакт двух лепестков происходит только по свободному правому краю «верхнего» лепестка, а область контакта с цапфой расположена над точкой закрепления «нижнего» лепестка.

Параметры моделей ЛГП

№ варианта	$R_{ц}$, мм	$H_{м}$, мм	N	α , °	$R_{л}$, мм	$L_{л}$, мм	δ_0 , мм
1	30,5	0,12	10	2	32	23	0,12
2	15	0,06	12	4	17	10	0,1
3	15	0,06	12	5	19	12	0,1

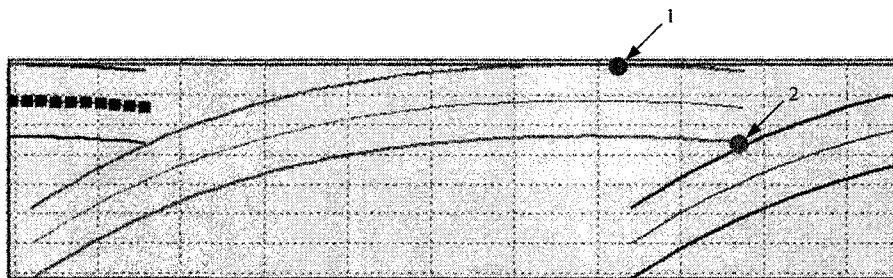


Рис. 2. Лепестки в зазоре (авторская программа):
1 – контакт лепестка с валом; 2 – упругий контакт лепестков

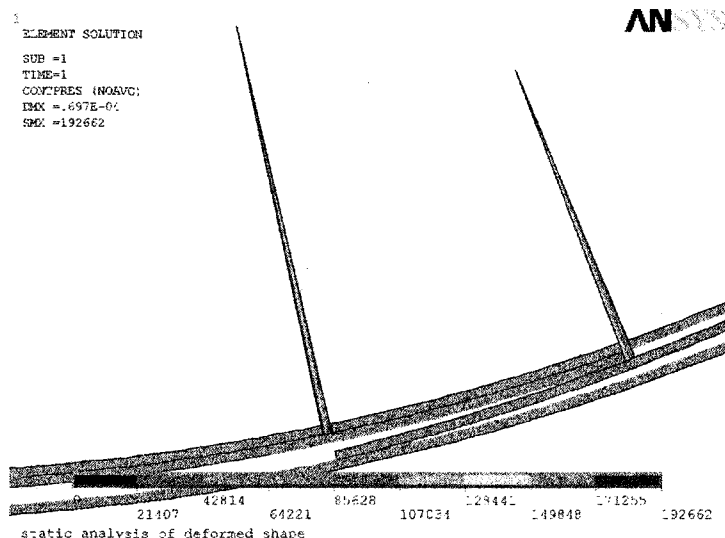


Рис. 3. Лепестки в зазоре (Ansys) – распределение контактных сил

Таблица 2

Силы контактного взаимодействия в ЛГП

№ варианта	Контакт лепестка с валом				Упругий контакт			
	$F_{авг}$, Н	F_{Ans} , Н	Δ , Н	ε , %	$F_{авг}$, Н	F_{Ans} , Н	Δ , Н	ε , %
1	0,37	0,402	0,03	8	0,2	0,23	0,03	13
2	6,01	7,02	1,01	14	2,01	–	–	–
3	8,18	7,91	0,26	3	3,05	3,57	0,52	14

Для других вариантов конструкций ЛГП деформированные равновесные конфигурации лепестков, рассчитанные в указанных программах, также хорошо совпали. Величины контактных сил, найденных в программах, $F_{авг}$ и F_{Ans} , а также их абсолютное $\Delta = |F_{Ans} - F_{авг}|$ и относительное $\varepsilon = (\Delta / F_{Ans}) \cdot 100\%$ отклонения приведены в табл. 2. Относительная погрешность определения контактных сил взаимодействия лепестков друг с дру-

гом и с валом не превышает 15 %. В варианте № 2 в случае упругого контакта численные результаты в Ansys оказались не определенными.

Заключение

Получены решения статической задачи упругости для лепестков-оболочек, взаимодействующих в зазоре лепесткового радиального подшипника, которые можно использовать для оценки работоспособности ЛГП. Для рассмотренных в численном

анализе моделей результаты, полученные в авторской программе, качественно и количественно близки к решениям, полученным в программе Ansys, что служит подтверждением достоверности расчетов в авторской программе [4]. При этом специализированная программа хорошо учитывает особенности конструкции ЛГП, что дает возможность пользователю выполнять расчеты реакций опор, варьируя в широком диапазоне их параметры.

Литература

1. Левина, Г.А. Решение задачи газовой смазки для подшипника с упругими поверхностями / Г.А. Левина, В.В. Дрокин // *Математическое моделирование и краевые задачи: тр. седьмой Всероссий. науч. конф. с междунар. участием. Ч. 1: Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций* / Г.А. Левина, В.В. Дрокин. – Самара: СамГТУ, 2009. – С. 203–206.

2. Левина, Г.А. Определение реакций лепесткового газодинамического подшипника / Г.А. Левина, В.В. Смирнов. – Челябинск: ЧПИ, 1984. – Деп. в ВИНТИ 2.10.84, № 7211-84.

3. Левина, Г.А. Решение упругогидродинамических задач и анализ нагрузочных характеристик лепесткового газодинамического подпятника с профилированными лепестками / Г.А. Левина, А.К. Бояришинова // *Машиноведение*. – 1989. – № 4. – С. 88–94.

4. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. 2009616105 Российская Федерация. Упругогидродинамический расчет нагрузочных характеристик лепесткового газодинамического подшипника, v.1.0 / Г.А. Левина, В.В. Дрокин; заявители и патентообладатели Общество с ограниченной ответственностью «ЭкоТурбо» и Южно-Уральский государственный университет. – № 2009614875; зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 5.11.2009.

5. Дрокин, В.В. Математическое моделирование нагрузочных характеристик лепестковых газодинамических подшипников / В.В. Дрокин // *Научный поиск: материалы первой науч. конф. аспирантов и докторантов. Ч. 1: Технические науки*. – Челябинск: ЮУрГУ, 2009. – С. 194–198.

Поступила в редакцию 11 ноября 2010 г.