УДК 681.2.:389.001.5(6)

ОЦЕНКА СЛОЖНОСТИ МОДЕЛЕЙ ФУНКЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДАТЧИКА ДАВЛЕНИЯ

А.Л. Шестаков, А.П. Лапин, Е.А. Лапина

ESTIMATION OF THE COMPLEXITY OF MODELS TRANSFORMATION FUNCTION FOR PRESSURE SENSORS

A.L. Shestakov, A.P. Lapin, E.A. Lapina

Дан краткий анализ работ, связанных с выбором функций преобразования интеллектуальных датчиков давления. Сформулировано понятие показателя сложности и предложены варианты оценки сложности моделей функций преобразование различного вида.

Ключевые слова: измерительные преобразователи давления, функция преобразования, интеллектуальные датчики давления.

This paper presents a brief analysis of works associated with the choice of transformation functions for smart pressure sensors. The notion of complexity factor was given and offer a way to assess the complexity of models for different types of transformation functions has been proposed.

Keywords: pressure transducers, pressure sensors, transformation function, smart pressure sensors.

Введение

Повышение точности измерения интеллектуальными датчиками давления связано с правильным выбором модели функции преобразования (ФП) датчика. В последние годы выполнен ряд исследований, посвященных изучению этой проблемы. Например, автором работы [1] предлагается для описания ФП использовать систему локальных поверхностей, описанных линейными или параболическими зависимостями. Автор работы [2] производит оценку сложности моделей ФП, удовлетворяющих требованиям по приведенной погрешности, и осуществляет выбор наиболее простой из них. В работе [3] выбор наилучшей ФП осуществляется на основе «спора» нескольких математических моделей. Однако вопросы, связанные с оценкой сложности моделей и выбором ФП в этих работах, представляются нам недостаточно исследованными. В частности, в них не рассматривается связь между градуировкой измерительного преобразователя (ИП) датчика и возможностью построения наиболее простых, и, одновременно, наиболее «дешевых» ФП, обладающих одинаковой точностью.

1. Постановка задачи

Исходная информация для построения функции преобразования получается в результате градуировки [4] измерительного преобразователя. На вход преобразователя подается определенная последовательность значений образцового давления при различных фиксированных температурах среды, в которой находится ИП. На выходе измерительного преобразователя измеряются напряжения, зависящие от входного давления и температуры.

Исследуем построенную по результатам градуировки модель обратной двухфакторной ФП вида

$$P = F^{-1}\left(U_p\left(T\right),T\right)+e, \qquad (1)$$

где P – рассчитанное на основе обратной ФП измеряемое (подаваемое на вход измерительного преобразователя датчика) давление; U_p – напряжение на выходе ИП, зависящее от давления; T – температура среды, в которой находится ИП; e – различного рода неучтенные факторы (помехи); F^{-1} – модель обратной ФП.

С учетом определенных допущений [5] модель обратной ФП имеет следующий вид:

Шестаков Александр Леонидович – д-р техн. наук, профессор, ректор ЮУрГУ; admin@urc.ac.ru

Лапин Андрей Павлович – канд. техн. наук, доцент кафедры информационно-измерительной техники ЮУрГУ; a_lapin@mail.ru

Лапина Екатерина Андреевна – аспирант ЮУрГУ; a_lapin@mail.ru

Shestakov Aleksandr Leonidovich – PhD, professor, rector of SUSU; admin@urc.ac.ru

Lapin Andrey Pavlovich – PhD, assistant professor of the Equipment for information and measuring department of SUSU; a_lapin@mail.ru

Lapina Ekaterina Andreevna – postgraduate student of SUSU; a_lapin@mail.ru

$$P=\sum\nolimits_{N=0}^{K_p} B_N(T)\left(U_p\right)^N+e, \qquad (2)$$

где P – рассчитанное на основе обратной ФП измеряемое (подаваемое на вход ИП) давление; $B_0(T)\ldots B_{K_p}(T)$ – коэффициенты обратной ФП ИП как функции температуры T при U_p; U_p – напряжение на выходе ИП, зависящее от давления. Коэффициенты $B_0(T)\ldots B_{K_p}(T)$ могут быть записаны как функции от температуры следующим образом:

$$B_N(T)=\sum\nolimits_{j=0}^{K_T(N)} \beta_{N,j}\cdot U_T^j, \qquad (3)$$

где $K_T(N)$ – значение степени полиномов (коэффициентов), входящих в выражение (2); U_T – напряжение на выходе ИП давления, пропорциональное температуре окружающей среды (канал измерения температуры); $\beta_{N,0}\ldots\beta_{N,K_T(N)}$ – коэффициенты, описывающие полиномиальное представление $B_N(T)$.

Параметры K_T и K_P определяются числом точек градуировки по температуре $N_T=K_T+1$ и давлению $N_P=K_P+1$. Согласно рекомендации [6] примем $N_T=6$ и $N_P=6$, т. е. модель (2) будет иметь вид

$$P=t\cdot\beta'\cdot p, \qquad (4)$$

где $t=\begin{bmatrix}t^0 & t^1 & \ldots & t^5\end{bmatrix}$ – вектор-строка размером (1×6). Элементами этого вектора выступают t – нормированные значения напряжений на выходе ИП по температуре, рассчитанные по формуле $t=\dfrac{U_T-U_{T_{\min}}}{U_{T_{\max}}-U_{T_{\min}}}$; $p'=\begin{bmatrix}p^0 & p^1 & \ldots & p^5\end{bmatrix}$ – транспонированный вектор-столбец размером (6×1). Элементами этого вектора выступают p – нормированные значения напряжений на выходе ИП по давлению, рассчитанные по формуле $p=\dfrac{U_p-U_{p_{\min}}}{U_{p_{\max}}-U_{p_{\min}}}$; β' – транспонированная матрица размером (6×6) вида

$$\beta=\begin{bmatrix}\beta_0 & \ldots & \beta_5\\ \vdots & \ldots & \vdots\\ \beta_{30} & \ldots & \beta_{35}\end{bmatrix} \qquad (5)$$

или верхняя треугольная матрица размером (6×6) вида

$$\beta=\begin{bmatrix}\beta_0 & \ldots & \beta_5\\ \vdots & \ldots & \vdots\\ \beta_{20} & \ldots & 0\end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Полагаем, что чем больше коэффициентов содержит математическая модель, тем она сложнее. Наиболее простой является модель, содержащая только коэффициент β_0, а наиболее сложной является модель (4), (5), содержащая все 36 коэффициентов или модель (4)–(6), содержащая 21 коэффициент. Но количество коэффициентов не может выступать в качестве единственного показателя сложности модели ФП.

2. Оценка сложности моделей вида (4), (5)

В работе [2] количество возможных моделей функции преобразования указанного вида определяется максимально возможными степенями по давлению и температуре

$$N_M=\sum\nolimits_{j=1}^{\max(K_P)}\left(\max\left(\left[K_T\right]\right)+1\right)^{j+1}, \qquad (7)$$

где N_M – количество возможных моделей ФП; K_P – степень аппроксимирующего полинома по параметру p; $\left[K_T\right]$ – набор степеней аппроксимирующих полиномов по параметру t.

Например, если положить $\max(K_P)=3$, $\max\left(\left[K_T\right]\right)=4$, то количество возможных моделей ФП составит 775. Метод оценки сложности моделей ФП вида (4), (5) основан [2] на представлении каждой модели числом, возрастающим с увеличением степеней параметров p и t.

Показатель сложности модели, обозначим его числом D, формируется следующим образом. Количество разрядов этого числа – N_D, определяется максимальным значением K_P, входящим в модель: $N_D=\max(K_P)+2$. Например, для $\max(K_P)=3$, $\max\left(\left[K_T\right]\right)=4$, разряды числа D будут определены следующим образом:

$$D=K_P K_{T3} K_{T2} K_{T1} K_{T0}. \qquad (8)$$

Система счисления числа D определяется максимальным значением из набора степеней. В данном случае основание системы счисления равно четырем.

Рассмотрим оценку сложности модели на простом примере, для $\max(K_P)=2$, $\max\left(\left[K_T\right]\right)=1$. При таких параметрах модель (4), (5) принимает следующий вид:

$$P=p^0\left(\beta_0+\beta_1 t\right)+p^1\left(\beta_6+\beta_7 t\right)+$$
$$+p^2\left(\beta_{12}+\beta_{13} t\right).$$

Показатель сложности (8) для такой модели определяется как

$$D=K_P K_{T2} K_{T1} K_{T0},$$

где K_P – цифра равная максимальной степени давления; K_{T2} – цифра равная максимальной степени температуры при p^2; K_{T1} – цифра равная максимальной степени температуры при p^1; K_{T0} – цифра равная максимальной степени температуры при p^0.

Таблица 1

Пример определение показателей сложности для математических моделей вида (4), (5) при $\max(K_P)=2, \max([K_T])=1$

№ п/п	Математические модели ФП	Показатель сложности модели D
1	$P=p^0(\beta_0)$	0000
2	$P=p^0(\beta_0)+p^1(\beta_6)$	1000
3	$P=p^0(\beta_0)+p^1(\beta_6+\beta_7 t)$	1010
4	$P=p^0(\beta_0)+p^1(\beta_6+\beta_7 t)+p^2(\beta_{12})$	2010
5	$P=p^0(\beta_0)+p^1(\beta_6+\beta_7 t)+p^2(\beta_{12}+\beta_{13} t)$	2110
6	$P=p^0(\beta_0+\beta_1 t)$	0001
7	$P=p^0(\beta_0+\beta_1 t)+p^1(\beta_6)$	1001
8	$P=p^0(\beta_0+\beta_1 t)+p^1(\beta_6)+p^2(\beta_{12})$	2001
9	$P=p^0(\beta_0+\beta_1 t)+p^1(\beta_6)+p^2(\beta_{12}+\beta_{13} t)$	2101
10	$P=p^0(\beta_0+\beta_1 t)+p^1(\beta_6+\beta_7 t)$	1011
11	$P=p^0(\beta_0+\beta_1 t)+p^1(\beta_6+\beta_7 t)+p^2(\beta_{12})$	2011
12	$P=p^0(\beta_0+\beta_1 t)+p^1(\beta_6+\beta_7 t)+p^2(\beta_{12}+\beta_{13} t)$	2111

Таблица 2

Ранжирование членов модели ФП вида (4), (6)

Группы членов модели	Члены модели	Ранг членов модели	Вес членов модели
Члены модели, содержащие параметр t	$\beta_5 t^5$	1	2^{20}
	$\beta_4 t^4$	2	2^{19}
Члены модели, содержащие параметры t и p	$\beta_{10} t^4 p$	3	2^{18}
Члены модели, содержащие параметр t	$\beta_3 t^3$	4	2^{17}
Члены модели, содержащие параметры t и p	$\beta_9 t^3 p$	5	2^{16}
	$\beta_{14} t^3 p^2$	6	2^{15}
Члены модели, содержащие параметр p	$\beta_{20} p^5$	7	2^{14}
	$\beta_{18} p^4$	8	2^{13}
Члены модели, содержащие параметры t и p	$\beta_{19} p^4 t$	9	2^{12}
Члены модели, содержащие параметр p	$\beta_{15} p^3$	10	2^{11}
Члены модели, содержащие параметры t и p	$\beta_{16} p^3 t$	11	2^{10}
	$\beta_{17} p^3 t^2$	12	2^9
Члены модели, содержащие параметр t	$\beta_2 t^2$	13	2^8
Члены модели, содержащие параметры t и p	$\beta_8 t^2 p$	14	2^7
	$\beta_{13} t^2 p^2$	15	2^6
Члены модели, содержащие параметр t	$\beta_1 t$	16	2^5
Члены модели, содержащие параметры t и p	$\beta_7 tp$	17	2^4
	$\beta_{12} tp^2$	18	2^3
Члены модели, содержащие параметр p	$\beta_{11} p^2$	19	2^2
	$\beta_6 p$	20	2^1
Постоянная составляющая модели	β_0	21	2^0

Таким образом, значение показателя сложности D для этой модели равно $D = 2111$. Количество (множество) возможных частных моделей ФП, получающихся из этой модели, равно

$$N_M = \sum_{j=1}^{2} (1+1)^{j+1} = 2^2 + 2^3 = 12 .$$

Вид частных моделей и их показатели сложности представлены в табл. 1.

Однако этот показатель сложности может быть использован не для всех математических моделей вида (4), (5). С его помощью оцениваются только те модели, которые созданы последовательным инкрементированием степени давления и температуры. Так, например, если $\max(K_P) = 2$, $\max([K_T]) = 1$, то методом последовательного перебора получаем, что количество всех возможных моделей равно 64, а используя метод [2] мы можем оценить только 12 математических моделей (см. табл. 1).

3. Новый показатель для оценки сложности моделей вида (4), (6)

Общее количество моделей, созданных в рамках выражений (4), (6) будет равно 2^{20} = 1 048 576 (полагаем, что коэффициент β_0 всегда содержится в модели ФП). Общее множество всех моделей в количестве 1 048 576 может быть разбито на подмножества, содержащие модели с одинаковым количеством коэффициентов (членов).

Входящие в модель члены не равнозначны. В зависимости от того, в какой степени соответствующий параметр (температура или давление) входит в математическую модель, зависит план проведения градуировки и соответственно количество температурных точек и точек давления.

План градуировки должен содержать как можно меньше температурных точек, так как именно они определяют продолжительность [6] градуировки, и, как следствие этого, ее стоимость. Поэтому при прочих равных условиях следует отдавать предпочтение моделям, в которые параметр температуры входит в наименьшей степени.

Ранжируем члены модели вида (4), (6) таким образом, чтобы был отдан приоритет показателю степени температуры (табл. 2). Наиболее значимыми будем считать члены математической модели, имеющие наибольший показатель степени температуры.

С учетом такого способа ранжирования сформируем показатель для оценки сложности моделей в границах одного (каждого) подмножества в виде выражения

$$C = I \cdot (L \cdot Z), \qquad (9)$$

где $I = \begin{bmatrix} 2^{20} & 2^{19} & \ldots & 2^{0} \end{bmatrix}$ – вектор-строка разме-

Таблица 3

Матрица L, размером (21×21)

	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}	β_{11}	β_{12}	β_{13}	β_{14}	β_{15}	β_{16}	β_{17}	β_{18}	β_{19}	β_{20}
β_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
β_{20}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
β_{18}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
β_{19}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
β_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
β_{16}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
β_{17}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
β_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
β_1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 4

Пример оценки сложности моделей ФП с одинаковым количеством коэффициентов

№ п/п	Показатель сложности, двоичное (десятичное) представление C	Вид моделей (количество коэффициентов равно 9)
1	000100000100010111111 (133 311)	$p^0\left(\beta_0+\beta_1 t+\beta_3 t^3\right)+p\left(\beta_6+\beta_7 t+\beta_8 t^2\right)+p^2\left(\beta_{11}+\beta_{12} t\right)+p^3\beta_{15}$
2	000000010110110100111 (11 687)	$p^0\left(\beta_0+\beta_1 t+\beta_2 t^2\right)+p\left(\beta_6+\beta_8 t^2\right)+p^2\beta_{11}+p^3\left(\beta_{15}+\beta_{16} t\right)+p^4\beta_{18}$
3	000000100110110100111 (19 879)	$p^0\left(\beta_0+\beta_1 t+\beta_2 t^2\right)+p\left(\beta_6+\beta_8 t^2\right)+p^2\beta_{11}+p^3\left(\beta_{15}+\beta_{16} t\right)+p^5\beta_{20}$
4	000000000110110110111 (3511)	$p^0\left(\beta_0+\beta_1 t+\beta_2 t^2\right)+p\left(\beta_6+\beta_7 t+\beta_8 t^2\right)+p^2\beta_{11}+p^3\left(\beta_{15}+\beta_{16} t\right)$
5	000000000110111100111 (3559)	$p^0\left(\beta_0+\beta_1 t+\beta_2 t^2\right)+p\left(\beta_6+\beta_8 t^2\right)+p^2(\beta_{11}+\beta_{13} t^2)+p^3\left(\beta_{15}+\beta_{16} t\right)$
6	000110000100000111111 (198 719)	$p^0\left(\beta_0+\beta_1 t+\beta_3 t^3\right)+p\left(\beta_6+\beta_7 t+\beta_9 t^3\right)+p^2\left(\beta_{11}+\beta_{12} t\right)+p^3\beta_{15}$
7	000110000110000110111 (199 735)	$p^0\left(\beta_0+\beta_1 t+\beta_3 t^3\right)+p\left(\beta_6+\beta_7 t+\beta_9 t^3\right)+p^2\beta_{11}+p^3\left(\beta_{15}+\beta_{16} t\right)$
8	000000001110110100111 (7591)	$p^0\left(\beta_0+\beta_1 t+\beta_2 t^2\right)+p\left(\beta_6+\beta_8 t^2\right)+p^2\beta_{11}+p^3\left(\beta_{15}+\beta_{16} t\right)+p^4\beta_{19} t$
9	000000000111110100111 (4007)	$p^0\left(\beta_0+\beta_1 t+\beta_2 t^2\right)+p\left(\beta_6+\beta_8 t^2\right)+p^2\beta_{11}+p^3\left(\beta_{15}+\beta_{16} t+\beta_{17} t^2\right)$

ром (1×21), позволяет сделать переход от двоичного к десятичному представлению числа C; L – матрица (табл. 3) размером (21×21), предназначена для перехода от модели ФП к двоичному числу (двоичному представлению показателя сложности этой модели) с количеством разрядов, равным 21. Первый (младший) разряд этого числа равен единице, если в модели присутствует член β_0, иначе он равен нулю; второй разряд числа равен единице, если в модели присутствует член $\beta_6 t$, иначе он равен нулю и т. д. для всех входящих в модель членов в соответствии с табл. 2; Z – вектор-столбец размером (21×1). В качестве элементов вектора выступают единицы и нули, соотнесенные с коэффициентами оцениваемой модели ФП (единица – когда соответствующий коэффициент присутствует в модели, ноль – отсутствует):

$$\beta_0 \leftrightarrow z(1), \beta_1 \leftrightarrow z(2), \beta_2 \leftrightarrow z(3), \ldots, \beta_{20} \leftrightarrow z(21).$$

В табл. 4 представлен пример оценки сложности математических моделей, содержащих одинаковое количество коэффициентов (девять) и удовлетворяющих требованиям по приведенной погрешности.

В табл. 4 лучшими следует признать модели под номерами 4, 5 и 9 , так как эти модели имеют наименьшие показатели сложности по сравнению с другими моделями. В этих моделях параметр температура входит во второй степени, а параметр давление в третьей степени. Это позволяет реализовать план градуировки по трем температурным точкам и четырем точкам давления.

Заключение

В работе изучены модели функций преобразования двух видов. Модель первого вида (4), (5) является, на наш взгляд, избыточной и экономически затратной. Показатель сложности [2] не позволяет сократить план проведения градуировки, так как оперирует с ограниченным количеством моделей ФП.

Модель второго вида (4), (6) и показатель (9), используемый для оценки ее сложности, дают возможность выбирать более простой план градуировки. Это позволяет уменьшать стоимость испытаний измерительных преобразователей давления без ухудшения их метрологических характеристик.

Литература

1. Удод, Е.В. Исследование и разработка прецизионных математических моделей преобразования и алгоритмов вычислений значений давления: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Е.В. Удод. – Таганрог, 2007.

2. Данилов, Н.А. Синтез функций преобразования измерительных приборов для контроля давления по заданному пределу приведенной погрешности: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Н.А. Данилов. – СПб., 2007.

3. Бычков, В.В. Высокоточные аналоговые и цифровые преобразователи давления: автореф. дис. ... канд. техн. наук / В.В. Бычков. – Томск, 2006.

4. РМГ 29-99 ГСИ. Метрология. Основные термины. – М.: Изд-во стандартов, 2000. – 105 с.

5. Шестаков, А.Л. Задача оптимизации функций преобразования измерительных преобразователей / А.Л. Шестаков, А.П. Лапин, Е.А. Лапина // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2010. – Вып. 11. – № 2(178). – С. 4–6.

6. ГОСТ 22520–85. Датчики давления, разрежения и разности давлений с электрическими аналоговыми выходными сигналами ГСП. – М.: Изд-во стандартов, 1985. – 25 с.

Поступила в редакцию 24 сентября 2010 г.