

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРНИКЕТНОГО ЩЕЛЕВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Д.С. Клыгач

Турникетные антенны широко используются в качестве передающих антенн для излучения электромагнитных волн горизонтальной поляризации. Первые антенны, созданные в нашей стране и за рубежом для передачи телевизионных сигналов, представляли собой турникетные антенны, в которых в качестве излучающих элементов использованы, по существу, щелевые излучатели. В оригинальных работах щелевые излучатели назывались плоскостными вибраторами [1].

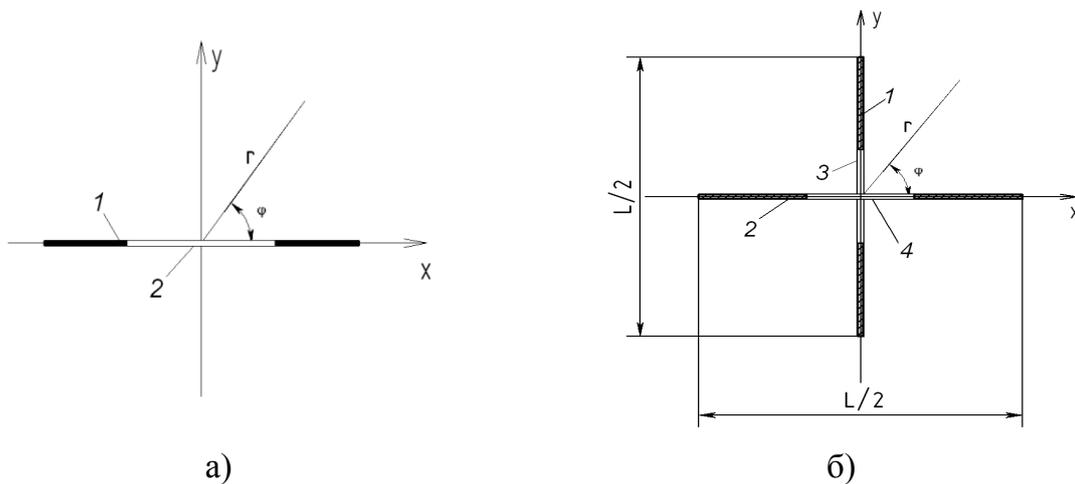


Рис. 1: а – система координат: 1 – лента; 2 – щель на ленте; б – вид турникетной антенны в сечении, ортогональном к вертикальной оси антенны: 1, 2 – ленты; 3 – щель на ленте 1; 4 – щель на ленте 2.

В данной статье рассмотрим модель турникетной антенны, состоящую из двух взаимно перпендикулярных элементарных щелевых излучателей, выполненных на идеально проводящих лентах. Ленты имеют бесконечную протяжённость в направлении, параллельном оси щели (в направлении, параллельном оси Oz на рис. 1), и конечную ширину в ортогональном направлении. Щели на рис. 1 для наглядности рисунка представлены имеющими конечную ширину. Предполагается, что при размещении антенны на местности ось Oz будет направлена вертикально. На рис. 1, б показано сечение турникетной антенны плоскостью, перпендикулярной к вертикальной оси антенны. Периметр каждой ленты в сечении равен L . Ширина каждой ленты соответственно равна $L/2$.

В начале рассмотрим амплитудную ДН одного щелевого излучателя при различных значениях отношения периметра ленты L к длине волны λ : L/λ . Предположим, что щели расположены в центре ленты. Тогда для вычисления комплексной ДН щелевого излучателя воспользуемся следующей формулой в [2]:

$$H = i \frac{Ul}{r\lambda Z_B} \left[1 - 2 \sum_{p=0}^{\infty} i^{2p+1} \frac{J'_{2p+1}(\beta C_0, 0)}{Hs_{2p+1}^{(2)'}(\beta C_0, 0)} Hs_{2p+1}^{(2)}(\beta C_0, 0) se_{2p+1}\left(\beta C_0, \frac{\pi}{2}\right) se_{2p+1}(\beta C_0, \varphi) \right]. \quad (1)$$

В формуле (1):

H – напряжённость магнитного поля в дальней зоне излучателя;

U – напряжение;

l – длина щелевого вибратора;

(r, φ) – полярные координаты;

Z_B – волновое сопротивление свободного пространства;

$J'_{2p+1}(\beta C_0, 0)$ – производная радиальной нечетной функции Матье–

Бесселя $2p+1$ порядка $J_{s_{2p+1}}(\beta C_0, \beta r)$ от аргумента βr по переменной r при $r = r_0 = 0$;

$Hs_{2p+1}^{(2)'}(\beta C_0, 0)$ – производная радиальной нечетной функции Матье–Ханкеля второго рода $2p+1$ порядка $Hs_{2p+1}^{(2)}(\beta C_0, \beta r)$ от аргумента βr по переменной r при $r = r_0 = 0$;

$se_{2p+1}(\beta C_0, \varphi)$ – угловая нечетная функция Матье $2p+1$ порядка для параметра βC_0 от аргумента φ [4]. При выполнении данной работы для функции $se_{2p+1}(\beta C_0, \varphi)$ использована нормировка, приведенная в [5].

$2C_0$ – расстояние между фокусами, $C_0 = L/4$;

β – постоянная распространения, $\beta = 2\pi/\lambda$.

Поясним величину параметра C_0 . Формула (1) получена как частный случай решения задачи дифракции плоской волны на эллиптическом цилиндре путем перехода от эллипса к ленте. При переходе от эллипса к ленте малая полуось эллипса принимается равной нулю. При этом большая полуось эллипса равна расстоянию от начала координат до края ленты. Таким образом, постоянная C_0 при переходе к ленте оказывается равной половине ширины ленты.

При вычислении комплексных ДН множитель $l/\lambda r Z_B$ перед скобками в формуле (1), приравняем к единице. Обозначим комплексную амплитуду источника первого щелевого излучателя \dot{U}_{m1} , комплексную амплитуду источника второго щелевого излучателя \dot{U}_{m2} . Тогда комплексная диаграмма направленности первого щелевого излучателя $\dot{F}_1(\varphi)$ пропорциональна \dot{U}_{m1} и функции $\dot{H}(\varphi)$, вычисляемой по (1). Комплексная диаграмма направленности второго щелевого излучателя $\dot{F}_2(\varphi)$ пропорциональна \dot{U}_{m2} и функции $\dot{H}(\varphi + \pi/2)$.

Для вычисления амплитудной ДН с помощью формулы (1) была разработана программа, которая позволяет:

1) по заданному отношению L/λ на основе разложения в ряд Фурье по эллиптическим функциям, находить комплексную амплитуду поля щелевого излучателя;

2) получить графическое представление полученной диаграммы направленности, с учётом фазы и без учёта фазы.

Для реализации вычислительных алгоритмов программы использовались встроенные функции и стандартные операторы программы Matlab 6.5.

Контроль сходимости осуществляется следующим образом:

$$\frac{\sum_{n=0}^{\infty} S}{\sum_{n=0}^{\infty} (S + eps)} > eps. \quad (2)$$

В формуле (2): S – сумма, получаемая по формуле (1); eps – точность, задаваемая в программе.

Рассмотрим, как зависит вычисленная амплитудная и фазовая ДН от заданной точности. На рис. 2 приведены ДН без учёта фазы, на рис. 3 – ДН с учётом фазы сигнала при заданной точности $eps = 10^{-6}$.

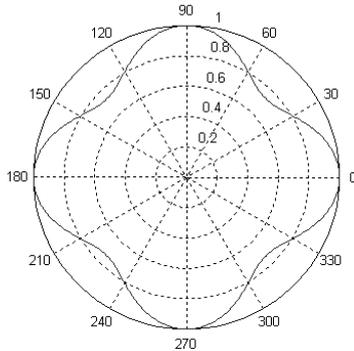


Рис. 2

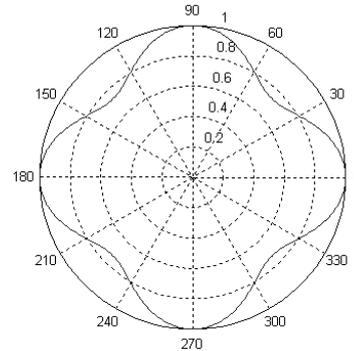


Рис. 3

На рис. 4 приведены ДН без учёта фазы, на рис. 5 – ДН с учётом фазы сигнала при заданной точности $eps = 10^{-10}$.

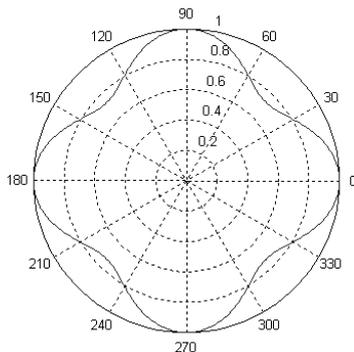


Рис. 4

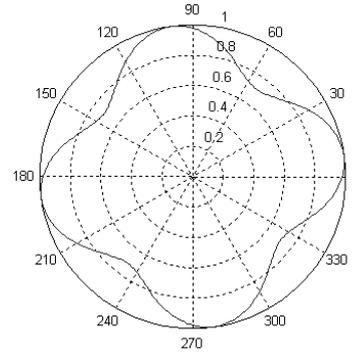


Рис. 5

На рис. 6 приведены ДН без учёта фазы, на рис. 7 – ДН с учётом фазы сигнала при заданной точности $eps = 10^{-14}$.

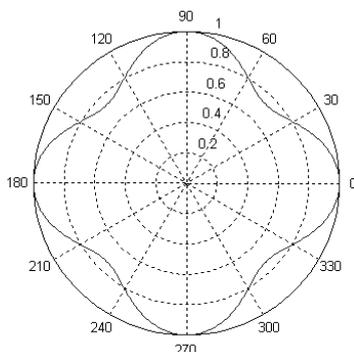


Рис. 6

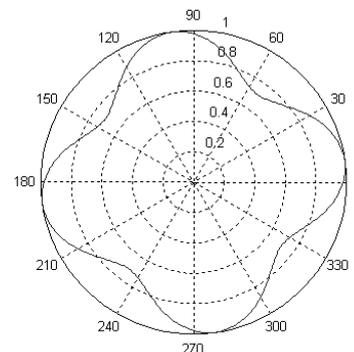


Рис. 7

Из рис. 2–7 видно, что при небольшой точности, амплитудная ДН без учёта фазы и с учётом фазы сигнала совпадают рис. 2 и 3, это можно объяснить тем, что при такой точности $eps = 10^{-6}$ складывается не большое количество эллиптических функций всего 3. При увеличении точности расчёта $eps = 10^{-10}$ и $eps = 10^{-14}$ когда количество складываемых эллиптических функций достигает при $eps = 10^{-10}$ 8 функций, при $eps = 10^{-14}$ 11 функций появляются различия. ДН без учёта фазы остаётся неизменной, а амплитудная ДН с учётом фазы начинает поворачиваться против часовой стрелки рис. 4–7, что так же можно объяснить появлением начальной фазы. Дальнейшее увеличение точности не целесообразно, так как ДН не изменяются и это приводит к увеличению времени работы программы.

Библиографический список

1. Пат. 2480154 США, МКИ Н 01 Q 0/0. Antenna / Robert W. Masters, Erlton, N.J.; assignator to RadioCorporation of America, a corporation of Delaware. – № 574899; заявл. 27.01.45; опубл. 30.08.49. – НКИ 343/700 MS.
2. Антенны УКВ: в 2 ч. / под ред. Г.З. Айзенберга. – М.: Связь, 1977. –Ч. 1.
3. Справочник по специальным функциям (С формулами, графиками и математическими таблицами) / под ред. М. Абрамовица и И. Стигана. – М., 1979. – 832 с.: ил.
4. Янке, Е. Специальные функции (Формулы, графики, таблицы) / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф Лёш. – М., 1964. – 344 с.: ил.
5. Бруснецов, Н.П. О волновых функциях эллиптического цилиндра / Н.П. Бруснецов // Вестник Московского университета. Математика. – 1954. – № 9.