ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В АВТОМАТИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ СУБЪЕКТОМ РФ

С.Л. Егоров

В настоящий момент в Челябинской области разработана и введена в эксплуатацию автоматизированная информационная система «Мониторинг эффективности деятельности органов местного самоуправления городских округов и муниципальных образований Челябинской области». В данной системе собираются предоставляемые муниципальными образованиями данные, в полной мере отражающие социально-экономическое состояние территории. Хранимая в базе данных информация отражает более широкий спектр вопросов, необходимых для управления муниципальными образованиями на региональном уровне, нежели чем объем данных, предоставляемый федеральным органам государственной власти.

Основной функцией системы является формирование различных видов отчетов по направлениям: экономическое развитие, жилищно-коммунальное хозяйство и развитие жилищного фонда, благосостояние населения, здравоохранение, дошкольное, общее, профессиональное и дополнительное образование, развитие физической культуры и спорта, организация муниципального управления. В результате формируется серия отчетов: «Показатели эффективности деятельности органов местного самоуправления по направлениям», «Оценка эффективности деятельности органов местного самоуправления» по территориям за соответствующие периоды наблюдения [1].

По вышеперечисленным направлениям формируются следующие графические формы: обычная гистограмма с выбором периода, данные берутся в целом по области, обычная гистограмма по муниципальным образованиям с выбором показателя и сортировкой по убыванию показателя, смешанная гистограмма по муниципальным образованиям (показатель, темп роста к предыдущему году) с выбором показателя и сортировкой по убыванию показателя, нормированная гистограмма с выбором показателя и периода, вводом интервалов для расчетов, объемная круговая, данные берутся в целом по области.

Функциональность данной системы может быть расширена за счет разработки и подключения дополнительных аналитических программных модулей. В данной статье рассматриваются математические основы построения модуля, позволяющего решать вопросы автоматизации процесса принятия решений в управлении муниципальными образованиями на основе современных критериев выбора оптимальных стратегий управления.

Наиболее подходящим математическим аппаратом, на наш взгляд, является теория матричных игр с природой, которая позволяет автоматизировать процесс оптимизации управления и хорошо отражает табличную структуру данных, используемых в информационной системе.

Всякое решение в условиях неполной информации принимается в соответствии с какой-либо оценочной функцией, выбор которой должен осуществляться с учетом количественных характеристик ситуации, в которой принимаются решения. В настоящее время наиболее распространены следующие критерии принятия решений: минимаксный критерий, критерий Лапласа и критерий Гурвица, подробно рассмотренные в [4].

Эти критерии можно использовать поочередно. В результате может получиться несколько альтернативных вариантов решения. Данное множество альтернатив значительно уже и качественнее первоначального, что облегчает процесс принятия решений, но не позволяет сделать его автоматическим. Окончательное решение принимает руководитель на основе полученных результатов.

При *минимаксном критерии* используют оценочную функцию, соответствующую позиции крайней осторожности:

$$Z_{MM} = \max_i \min_j a_{ij}.$$

Выбранные таким образом варианты исключают риск. Это означает, что лицо, принимающее решение не может столкнуться с менее качественным результатом. Какие бы условия задачи ни были поставлены, соответствующий результат не может оказаться ниже Z_{MM}. Это свойство заставляет считать минимаксный критерий одним из фундаментальных.

Критерием Байеса–Лапласа учитывается каждое из возможных следствий. Если q_j – вероятность появления внешнего состояния F_j, то для данного критерия имеем следующую оценочную функцию:

$$Z_{BL} = \max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j.$$

Исходная позиция ЛПР в этом случае оптимистичнее, чем в случае минимаксного критерия, однако она предполагает более высокий уровень информированности.

Наиболее уравновешенную позицию занимает критерий Гурвица, оценочная функция которого находится где-то между точками зрения предельного оптимизма и крайнего пессимизма:

$$Z_{HW} = \max_i \left(c \min_j a_{ij} + \left(1 - c\right) \max_j a_{ij}\right),$$

где c – весовой множитель, значение которого изменяется в интервале [0; 1].

Правило выбора по критерию Гурвица формулируется следующим образом. Матрица решений дополняется столбцом, содержащим средние взвешенные наименьшего и наибольшего результатов для каждой строки. Выбираются те варианты, в строках которых стоят наибольшие элементы этого столбца. Для $c = 1$ критерий Гурвица превращается в минимаксный критерий пессимизма, при $c = 0$ он превращается в критерий крайнего оптимизма. Чаще всего c принимается равным 0,5 в качестве некоторой средней точки зрения.

При *критерии Ходжа–Лемана* происходит одновременный учет свойств минимаксного критерия и критерия Байеса–Лапласа. С помощью параметра ϑ, значение которого изменяется в интервале [0; 1], выражается степень доверия к используемому распределению вероятностей. Если это доверие велико, то предпочтение отдается критерию Байеса–Лапласа, в противном случае – минимаксному критерию. Оценочная функция этого критерия определяется:

$$Z_{HL} = \max_i \vartheta \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j + \left(1 - \vartheta\right) \min_j a_{ij},\ 0 \le \vartheta \le 1.$$

При $\vartheta = 1$ критерий Ходжа–Лемана переходит в критерий Байеса–Лапласа, а для $\vartheta = 0$ – в минимаксный критерий [2, 3].

Для иллюстрации применения вышеописанных критериев приведем небольшой пример задачи принятия решения о субсидировании одного из двух муниципальных образований некоторого региона.

В регионе есть два муниципальных образования (далее – МО) M_1 и M_2. Расходы на оплату труда в сфере образования в M_1 составляют 240 млн руб., в M_2 – 672 млн руб. Правительство региона планирует субсидировать развитие сферы образования одного из МО на сумму 120 млн руб. Деньги будут выделены тому МО, у которого выше планируемая отдача по показателю «удовлетворенность населения качеством образовательных услуг». Известно также, что эффективность использования средств муниципальными образованиями, как правило, составляет 50 %, либо 90 %, а рост удовлетворенности населения качеством образовательных услуг пропорционален росту заработной платы работников сферы образования. Какое МО следует субсидировать?

Для решения данной задачи, следует рассчитать прирост показателя «Удовлетворенность населения качеством образовательных услуг» в каждом муниципальном образовании для двух возможных состояний природы: 1) эффективность использования субсидии муниципальным образованием составит 50 %; 2) эффективность использования субсидии муниципальным образованием составит 90 %. Учитывая, что рост этого показателя пропорционален росту расходов на оплату труда в сфере образования, можно составить следующую матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 120 \cdot 0{,}5/240 & 120 \cdot 0{,}9/240 \\ 120 \cdot 0{,}5/672 & 120 \cdot 0{,}9/672 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}45 \\ 0{,}09 & 0{,}16 \end{pmatrix}.$$

Первая строка данной матрицы соответствует выдаче субсидии муниципальному образованию M_1, вторая – муниципальному образованию M_2. Столбцы матрицы соответствуют двум возможным состояниям природы: 1-й столбец – эффективность использования субсидии составит 50 %; 2-й – эффективность использования субсидии составит 90 %.

Очевидно, что данная матрица имеет седловую точку a_{11}, следовательно, согласно минимаксному критерию, оптимальной стратегией является выплата субсидии муниципальному образованию M_1.

В соответствии с критерием Лапласа, если вероятности состояний природы правдоподобны, для их оценки используют принцип недостаточного основания Лапласа, согласно которого все состояния природы полагаются равновероятными, т. е. $q_1 = q_2 = \cdots = q_n = \frac{1}{n}, q_i = \frac{1}{2}$.

Умножив каждый элемент матрицы на q_i и дополнив ее столбцом с суммами $\sum(a_{ij})$, получим:

$$A_L = \begin{pmatrix} 0{,}125 & 0{,}225 & 0{,}35 \\ 0{,}045 & 0{,}08 & 0{,}125 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, согласно критерию Лапласа, субсидию следует выделить муниципальному образованию M_1.

Применим критерий Гурвица со значением коэффициента $c = 0{,}5$.

Дополним исходную матрицу тремя столбцами: $\min(a_{ij})$, $\max(a_{ij})$ и $c\min(a_{ij}) + (1-c)\max(a_{ij})$:

$$A_{HW} = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}45 & 0{,}25 & 0{,}45 & 0{,}5 \cdot 0{,}25 + 0{,}5 \cdot 0{,}45 \\ 0{,}09 & 0{,}16 & 0{,}09 & 0{,}16 & 0{,}5 \cdot 0{,}09 + 0{,}5 \cdot 0{,}16 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}45 & 0{,}25 & 0{,}45 & 0{,}35 \\ 0{,}09 & 0{,}16 & 0{,}09 & 0{,}16 & 0{,}125 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, по критерию Гурвица, оптимальной стратегией является выдача субсидии муниципальному образованию M_1.

Таким образом, в результате решения данной задачи с помощью различных критериев чаще других рекомендовалась стратегия, соответствующая выдаче субсидии муниципальному образованию M_1.

Методы теории игр являются достаточно мощным средством выбора оптимальной стратегии в процессе принятия решения.

Библиографический список

1. Егоров, С.Л. Основные принципы разработки программного модуля «генератор отчетов по показателям эффективности деятельности органов самоуправ-

ления городских округов и муниципальных районов Челябинской области» / С.Л. Егоров // Методы, модели и средства анализа и обработки данных в информационных системах органов исполнительной власти: сб. науч. тр. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ : ЦНТИ, 2010. – С. 198–202.

2. Оуэн, Г. Теория игр / Г. Оуэн. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 216 с.

3. Протасов, И.Д. Теория игр и исследование операций / И.Д. Протасов. – М.: Изд-во Гелиос АРВ, 2006. – 368 с.

4. Шелобаев, С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе / С.И. Шелобаев. – М.: Изд-во ЮНИТИ, 2001. – 367 с.