

# РАСЧЁТ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ТРУБОПРОВОДЕ С ТОЧКАМИ ОТБОРА

*В.В. Кириллов*

В различных областях техники применяются низкотемпературные газогенераторы для получения газа с температурой порядка 400 К, в которых продукты сгорания твёрдого топлива охлаждаются, проходя через слой твёрдого охладителя [1]. Продукты сгорания в камеру охлаждения подаются через трубопровод, из которого горячие газы забираются в расположенные последовательно кассеты.

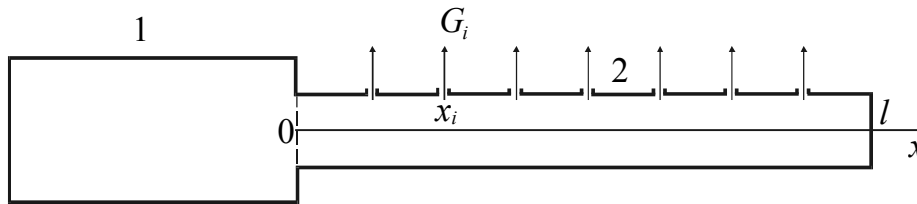


Рис. 1. Схема установки:  
1 – камера сгорания; 2 – трубопровод

Процессы в камере сгорания могут быть описаны нульмерной математической моделью, включающей в себя уравнения баланса массы, энергии газа, уравнение баланса тепла стенки, уравнение состояния [1]:

$$\frac{d\rho_{\text{КС}}}{d\tau} = \frac{1}{V_{\text{КС}}} \left[ G_{\text{В}} + (\rho_{\text{Т}} - \rho_{\text{КС}}) u_{\text{Т}} F_{\text{Т}} - G_{\text{КС}} \right]; \quad (1)$$

$$\frac{dT_{\text{КС}}}{d\tau} = \frac{\left[ G_{\text{В}} (c_{p\text{В}} T_{\text{В}} - c_{v\text{КС}} T_{\text{КС}}) + \rho_{\text{Т}} u_{\text{Т}} F_{\text{Т}} (Q_{\text{Т}} - c_{v\text{КС}} T_{\text{КС}}) - G_{\text{КС}} R_{\text{КС}} T_{\text{КС}} - Q_{\text{КС}} \right]}{c_{v\text{КС}} \rho_{\text{КС}} V_{\text{КС}}}; \quad (2)$$

$$\frac{dT_{w,кc}}{d\tau} = \frac{\alpha_{кc}(T_{кc} - T_{w,кc})F_{w,кc}}{c_M \rho_M V_w}, \quad (3)$$

$$p_{кc} = \rho_{кc} R_{кc} T_{кc}. \quad (4)$$

Для описания процессов течения газа в трубопроводе применяется одномерная математическая модель, включающая в себя уравнения неразрывности, количества движения, энергии, состояния:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial x} = F; \quad (5)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \rho S \\ G \\ \rho S e \end{bmatrix}; \quad \Psi = \begin{bmatrix} G \\ \frac{G^2}{S\rho} + pS \\ Ge + pSw \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ -\xi \frac{G^2 \Pi}{8S^2 \rho} \\ \alpha(T_w - T)\Pi \end{bmatrix}; \quad e = c_v T + \frac{w^2}{2}. \quad (6)$$

$$p_\Gamma = \rho_\Gamma R_\Gamma T_\Gamma. \quad (7)$$

Температурное поле в стенке трубопровода описывается уравнением теплопроводности [1]. В (1)–(7)  $\rho$  – плотность;  $G$  – расход;  $p$  – давление;  $T$  – температура;  $S$  – площадь сечения;  $F$  – площадь поверхности;  $w$  – скорость;  $u$  – скорость горения;  $\Pi$  – периметр;  $Q$  – тепловой поток;  $R$  – газовая постоянная;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи;  $c_v$  – удельная теплоёмкость при постоянном объёме;  $\xi$  – коэффициент гидравлического сопротивления;  $\tau$  – время;  $x$  – продольная координата; индексы: кс – камера сгорания; т – топливо; в – воспламенитель; w – стенка.

Расход газа из трубопровода в точках отбора рассчитывается по формулам:

$$G_i = \begin{cases} \mu_i S_{отв} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \rho_i p_i \left[ \left( \frac{p_{0,i}}{p_i} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_{0,i}}{p_i} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, & \frac{p_{0,i}}{p_i} > \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \\ \mu_i S_{отв} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{2k}{k+1} \rho_i p_i}, & \frac{p_{0,i}}{p_i} \leq \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \end{cases} \quad (8)$$

где  $p_{0,i}$  – давление у  $i$ -го потребителя;  $k = c_p/c_v$ ;  $\mu$  – коэффициент расхода. Начальные условия системы уравнений задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} T_{кc}(0) &= T_0; \quad p_{кc}(0) = p_0; \quad T_{w,кc}(0) = T_0; \\ G(0, x) &= 0; \quad T(0, x) = T_0; \quad p(0, x) = p_0; \quad T_w(0, r) = T_0. \end{aligned} \quad (9)$$

Граничные условия на входе в трубопровод задаются в виде

$$\frac{k_{кc}}{k_{кc} - 1} R_{кc} T_{кc}(\tau) = \frac{k}{k-1} \frac{p(\tau, 0)}{\rho_{кc}(\tau)} + \frac{\rho(\tau, 0) w^2(\tau, 0)}{2}; \quad (10)$$

$$p_{\text{кс}}(\tau) = p(\tau, 0) + \rho(\tau, 0)w^2(\tau, 0). \quad (11)$$

В конце трубопровода, при  $x = l$  задаётся условие

$$G(\tau, l) = 0. \quad (12)$$

В точках отбора газа в соответствии со схемой на рис. 2 задаются условия

$$G_{\Gamma, i+1} = G_{\Gamma, i} - G_i; \quad h_{\Gamma, i+1} = h_{\Gamma, i}; \quad p_{\Gamma, i+1} = p_{\Gamma, i} - \Delta p_i, \quad (13)$$

где  $h$  – энтальпия;  $\Delta p_i$  – потери давления при переходе через точку отбора газа. Уравнения (1)–(3) решаются методом Рунге–Кутты 4-го порядка.

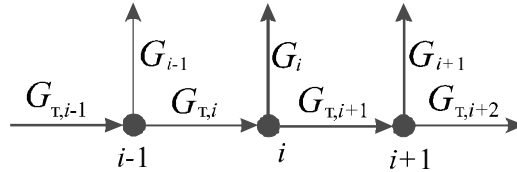


Рис. 2. Расчётная схема потоков в трубопроводе

Аппроксимируем (5) неявной разностной схемой первого порядка аппроксимации на сетке, приведённой на рис. 3.

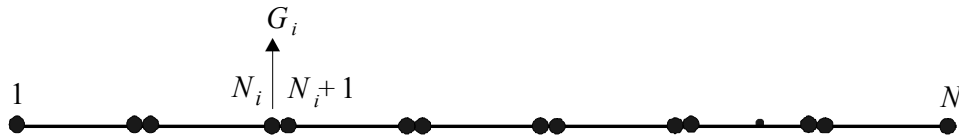


Рис. 3. Разностная сетка

$$\frac{\Phi_n^{m+1} - \Phi_n^m}{\Delta \tau} + \frac{\Psi_n^{m+1} - \Psi_{n-1}^{m+1}}{h_x} = F_n^{m+1}, \quad n = 2 \dots N. \quad (14)$$

Здесь  $n$  – номер узла по координате  $x$ ;  $m$  – номер временного слоя;  $h_x$ ,  $\Delta \tau$  – шаги по координате  $x$  и времени. Раскладывая  $\Phi_n^{m+1}$ ,  $\Psi_n^{m+1}$ ,  $F_n^{m+1}$  в ряд Тейлора, приведём (14) к виду

$$A_n Y_n^{m+1} - B_{n-1} Y_{n-1}^{m+1} = C_n, \quad n = 2 \dots N. \quad (15)$$

Граничные условия (10), (11) преобразуются к виду

$$A_1 Y_1^{m+1} = C_1. \quad (16)$$

Здесь  $A_1$  – прямоугольная матрица размерности  $2 \times 3$ ,  $C_1$  – вектор размерности 2. Граничное условие (12) можно записать в виде

$$B_N Y_N^{m+1} = C_N, \quad (17)$$

где  $B_N$  – вектор-строка  $1 \times 3$ ,  $C_N$  – скаляр. Условия перехода в трубопроводе (13) в разностной аппроксимации могут быть представлены в виде

$$Y_{N_i}^{m+1} = \alpha_i Y_{N_{i+1}}^{m+1} + \chi_i, \quad (18)$$

где  $\alpha_i$  – квадратная матрица  $3 \times 3$ , а  $\chi_i$  – вектор размерности 3.

Для решения системы уравнений (15)–(17) применяется алгоритм ортогональной прогонки [2, 3].

Прогонка выполняется в два этапа. На первом этапе вычисляются векторы  $H_n, D_n, W_n, X_n$  размерности 3 и скаляры  $\beta_n, r_n$ . Запоминаются векторы  $D_n, X_n$  и скаляры  $\beta_n, r_n$ .

$$\begin{aligned}
 H_n &= A_n^{-1} B_{n-1} D_{n-1}; \quad r_n = \sqrt{H_n, H_n}; \quad D_n = H_n / r_n; \\
 W_n &= A_n^{-1} (B_{n-1} X_{n-1} + C_n); \quad \beta_n = D_n^* W_n; \quad X_n = W_n - D_n \beta_n; \\
 r_{N+1} &= B_N D_N; \quad \beta_{N+1} = B_N X_N. \\
 H_1 &= \left| \frac{(A_1^1)^{-1} A_1^2}{1} \right|; \quad W_1 = \left| \frac{(A_1^1)^{-1} C_1}{0} \right|.
 \end{aligned} \tag{19}$$

На втором этапе вычисляется вектор  $Y_n^{m+1}$ .

$$Y_n^{m+1} = D_n \gamma_n + X_n; \quad \gamma_n = (\gamma_{n+1} - \beta_{n+1}) / r_{n+1}; \quad \gamma_{N+1} = C_N. \tag{20}$$

Вышеизложенный алгоритм можно обобщить на случай, когда область интегрирования состоит из двух и более подобластей, на границах контакта между которыми заданы условия вида (18), например, участки трубопровода слева и справа от точки отбора газа. Конструкция разностной сетки изображена на рис. 4.

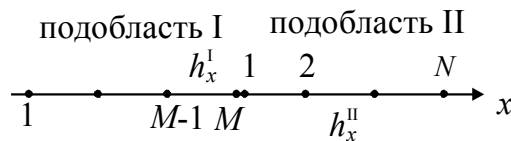


Рис. 4. Разностная сетка на границах подобластей

На границе подобластей в ходе первого этапа прогонки получим соотношения:

$$\begin{aligned}
 H_1^{\text{II}} &= (A_M^{I*})^{-1} B_{M-1}^I D_{M-1}^I; \quad r_1^{\text{II}} = \sqrt{H_1^{\text{II}}, H_1^{\text{II}}}; \quad D_1^{\text{II}} = H_1^{\text{II}} / r_1^{\text{II}}; \\
 W_1^{\text{II}} &= (A_M^{I*})^{-1} (B_{M-1}^I X_{M-1}^I + C_M^{I*}); \quad \beta_1^{\text{II}} = D_1^{\text{II}*} W_1^{\text{II}}; \quad X_1^{\text{II}} = W_1^{\text{II}} - D_1^{\text{II}} \beta_1^{\text{II}}.
 \end{aligned} \tag{21}$$

На рис. 5 представлено изменение расхода по длине трубопровода с шестью точками отбора газа в различные моменты времени.

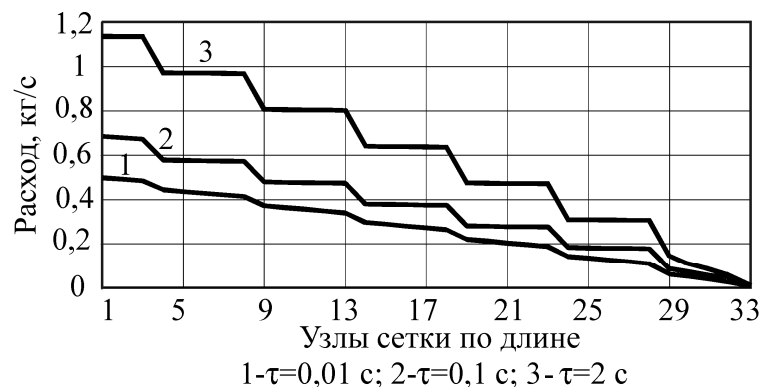


Рис. 5. Изменение расхода в трубопроводе в различные моменты времени

## Библиографический список

1. Численный эксперимент в теории РДТТ / А.М. Липанов, В.П. Бобрышев, А.В. Лисица и др.; под ред. А.М. Липанова. – Екатеринбург: УИФ Наука, 1994. – 301 с.
2. Самарский, А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М.: Наука, 1978. – 589 с.
3. Кириллов, В.В. Расчет переходных процессов в обогреваемых каналах ортогональной прогонкой / В.В. Кириллов // Вопросы атомной науки и техники. С.: Физика и техника ядерных реакторов. – 1990. – Вып. 5. – С. 16–21.