ЛОКАЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ. МЕТОД ГЛАВНЫХ КОНТУРНЫХ ТОКОВ

Ш.Н. Хусаинов, И.Е. Киесш

В данной статье предложено исследование локальной диагностики электрических цепей, в которых часть параметров, вследствие меньшего износа, известна. Рассмотрим случай, когда для схемы, представленной на рис.1, параметры двух ветвей из восьми известны (ветви не подвержены износу, т. е. какому либо повреждению). Наша задача – определить параметры оставшихся ветвей. Ранее при исследовании такой электрической цепи, был рассмотрен так называемый метод главных величин, а именно метод напряжений главных сечений [1]. Предлагаем исследовать эту же цепь, используя так называемый метод главных контурных токов.

В методе контурных токов исходными уравнениями, кроме уравнений по закону Ома, являются уравнения, выражающие токи ветвей через контурные токи:

$$\mathbf{I} = \mathbf{B}^t \mathbf{I}_к \tag{1}$$

и уравнения по второму закону Кирхгофа

$$\mathbf{BU} = \mathbf{0}. \tag{2}$$

В уравнениях (1) и (2) использовалась одна и та же матрица контуров **B**. Однако это не является обязательным. В уравнении (2), можно использовать другую матрицу контуров $\mathbf{B}'$ для другой системы независимых контуров, то есть уравнение (2) можно заменить уравнением

$$\mathbf{B}'\mathbf{U} = \mathbf{0}. \tag{2'}$$

Уравнение по методу контурных токов в этом случае примет вид

$$\mathbf{B}'\mathbf{R}\mathbf{B}^t \mathbf{I}_k = \mathbf{B}'\mathbf{E}, \tag{3}$$

где матрица контурных сопротивлений

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{B}'\mathbf{R}\mathbf{B}^t,$$

а матрица контурных э.д.с.

$$\mathbf{E}_k = \mathbf{B}'\mathbf{E}.$$

Согласно этим формулам строки матриц $\mathbf{R}_k$ и $\mathbf{E}_k$ соответствуют одной системе контуров ($\mathbf{B}'$), а столбцы матрицы $\mathbf{R}_k$ – другой системе (**B**).

В методе главных контурных токов системы контуров, соответствующие матрицам **B** и $\mathbf{B}'$, выбирают так, чтобы можно было исключить часть контурных токов.

Каждую систему независимых контуров разделяем на две подсистемы. Первая подсистема контуров называется главной и содержит группу главных контуров. Вторая подсистема содержит дополнительные контуры.

Дополнительные контуры двух систем контуров должны удовлетворять следующим требованиям:

1) дополнительные контуры двух систем контуров должны образовывать пары (парные контуры), то есть каждому контуру одной системы должен соответствовать парный ему контур другой системы, имеющий с первым только одну общую ветвь;

2) дополнительные контуры первой системы не должны иметь других общих ветвей с дополнительными контурами второй системы, кроме упомянутых выше общих ветвей парных контуров;

3) главные контуры не должны содержать общих ветвей парных контуров.

Согласно этим требованиям дополнительные контуры двух систем заведомо различны. Подсистемы главных контуров могут совпадать.

Общие ветви парных контуров для краткости будем называть в дальнейшем просто общими ветвями.

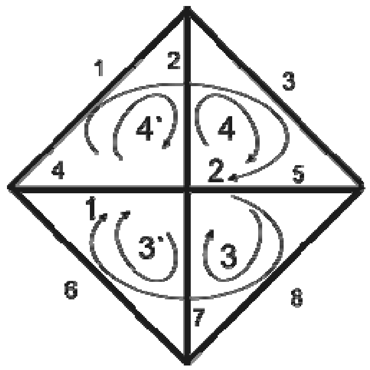

Рис. 1

В качестве примера выберем контуры, удовлетворяющие приведенным выше требованиям, для цепи на рис. 1. Сначала выберем пары дополнительных контуров. Здесь можно выбрать две пары контуров – контуры 3 и 3', имеющие общую ветвь 7, и контуры 4 и 4', имеющие общую ветвь 2.

Главные контуры не должны содержать общих ветвей 2 и 7, поэтому мысленно удаляем эти ветви и в оставшейся цепи выбираем 2 независимых контура 1 и 2. Получаем две системы контуров: 1, 2, 3, 4 и 1, 2, 3' ,4'. Первая подсистема главных контуров (1, 2) одинакова для обеих систем независимых контуров. Вторые подсистемы – различны.

Используя обычные правила метода контурных токов, для цепи на рис. 1 получаем уравнение

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} \;\;1 & \quad\;\; 2 & \quad\;\; 3 & \quad\;\; 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3' \\ 4' \end{array} & \begin{bmatrix} r_{4568} & -r_{45} & r_{58} & -r_5 \\ -r_{45} & r_{1345} & -r_5 & r_{35} \\ r_{64} & -r_4 & 0 & 0 \\ -r_4 & r_{41} & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} I_{k1} \\ I_{k2} \\ I_{k3} \\ I_{k4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 - U_7 \\ E_4 - U_2 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

В результате получаем нулевую подматрицу в матрице коэффициентов, то есть уравнение (4) имеет в общем случае следующую структуру:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \;1 & \quad 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1` \\ 2` \end{array} & \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11}^{\mathrm{k}} & \mathbf{R}_{12}^{\mathrm{k}} \\ \mathbf{R}_{21}^{\mathrm{k}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{k1} \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{k1} \\ \mathbf{E}_{k2} - \mathbf{U}_2 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Для краткости записи приняты обозначения типа $r_{4568} = r_4 + r_5 + r_6 + r_8$. Аналогично для других контурных сопротивлений. Напряжения U_2 и U_7 перенесены вправо. Строки матриц уравнения (4) соответствуют контурам 1, 2, 3', 4', а столбцы – контурам 1, 2, 3, 4.

Это уравнение можно записать в виде двух уравнений:

$$\mathbf{R}_{11}^{k}\mathbf{I}_{k1} + \mathbf{R}_{12}^{k}\mathbf{I}_{k2} = \mathbf{E}_{k1}; \tag{6}$$

$$\mathbf{R}_{21}^{\mathrm{k}}\mathbf{I}_{k1} = \mathbf{E}_{k2} - \mathbf{U}_2. \tag{7}$$

Из последнего уравнения:

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{E}_{k2} - \mathbf{R}_{21}^{k}\mathbf{I}_{k1}. \qquad (8)$$

В уравнении (6) вектор тока можно заменить выражением по закону Ома:

$$\mathbf{I}_{k2} = \mathbf{G}_2\mathbf{U}_2 - \mathbf{J}_2 = \mathbf{G}_2(\mathbf{E}_{k2} - \mathbf{R}_{21}^{k}\mathbf{I}_{k1}) - \mathbf{J}_2. \qquad (9)$$

Предположим, что $\mathbf{J}_2 = 0$. Так как параметры седьмой и второй ветви заданы, значит, матрица для проводимостей $\mathbf{G}_2$:

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} g_7 & 0 \\ 0 & g_2 \end{bmatrix}. \qquad (10)$$

Замерим токи в первой и шестой ветви (опыт проводиться два раза), т. е. зная матрицу токов,

$$\mathbf{I}_{k1} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{61} & I_{62} \end{bmatrix}. \qquad (11)$$

Замерим токи общих ветвей, т. е. токи во второй и седьмой ветви (так же два раза), получаем:

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} I_{21} & I_{22} \\ I_{71} & I_{72} \end{bmatrix}. \qquad (12)$$

При известных ЭДС этих ветвей

$$\mathbf{E}_{k2} = \begin{bmatrix} E_{21} & E_{22} \\ E_{71} & E_{72} \end{bmatrix} \qquad (13)$$

рассчитываем матрицу сопротивлений:

$$\mathbf{R}_{21} = -\mathbf{G}_2^{-1}(\mathbf{I}_2 - \mathbf{G}_2 \cdot \mathbf{E}_{k2})\mathbf{I}_{k1}^{-1}. \qquad (14)$$

С другой стороны для схемы, представленной на рис. 1, матрицу проводимостей можно записать как

$$\mathbf{R}_{21} = \begin{bmatrix} r_{64} & -r_4 \\ -r_4 & r_{41} \end{bmatrix}. \qquad (15)$$

Таким образом, сопоставляя полученные результаты, можно легко определить сопротивления первой, четвертой и шестой ветви, т. е. r_1, r_4 и r_6, учитывая, что $r_1 = r_{41} - r_4$ и $r_6 = r_{64} - r_4$.

Записав подобные уравнения для цепи на рис. 2, можно также определить сопротивления третьей, пятой и восьмой ветвей, при известных параметрах второй и седьмой.

По обычным правилам метода контурных токов получаем матричное уравнение

$$
\begin{array}{c}
 \\ 1 \\ 2 \\ 3' \\ 4'
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
r_{4568} & -r_{45} & r_{64} & -r_4 \\
-r_{45} & r_{1345} & -r_4 & r_{41} \\
r_{58} & -r_5 & 0 & 0 \\
-r_5 & r_{35} & 0 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
\cdot
\begin{bmatrix} I_{k1} \\ I_{k2} \\ I_{k3} \\ I_{k4} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 - U_7 \\ E_4 - U_2 \end{bmatrix}. \qquad (16)
$$

Полагая, что $\mathbf{J}_2 = 0$, при известных параметрах второй и седьмой ветви, матрица для $\mathbf{G}_2$ остается та же.

Замеряя токи третьей и восьмой ветви (опыт проводиться два раза), будем знать матрицу токов:

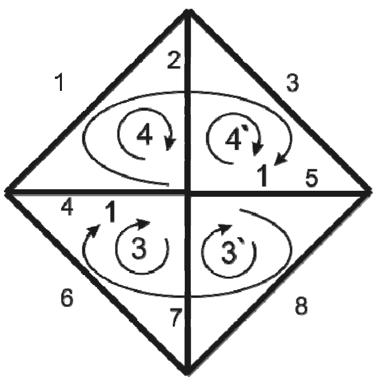

Рис. 2

$$
\mathbf{I}_{k1} = \begin{bmatrix} I_{31} & I_{32} \\ I_{81} & I_{82} \end{bmatrix}. \qquad (17)
$$

Теперь, по известным параметрам определяем матрицу сопротивлений $\mathbf{R}_{21}$.

С другой стороны для схемы, представленной на рис.2, матрицу сопротивлений можно записать как

$$
\mathbf{R}_{21} = \begin{bmatrix} r_{58} & -r_5 \\ -r_5 & r_{35} \end{bmatrix}. \qquad (18)
$$

Таким образом, сопоставляя значения можно определить r_3, r_5 и r_8.

Библиографический список

1. Хусаинов, Ш.Н. Топологические формулы для матриц проводимостей сечений и контурных сопротивлений электрических цепей с многополюсными элементами / Ш.Н. Хусаинов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1999. – 17 с.

2. Хусаинов, Ш.Н. Теория электрических цепей с многополюсными элементами / Ш.Н. Хусаинов. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. – 307 с.