

ПОСТРОЕНИЕ ОБВОДОВ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ГЛАДКОСТИ ИЗ ДУГ КРИВЫХ 2-го ПОРЯДКА

Е.П. Дубовикова, В.А. Короткий

Решение многих инженерных задач требует построения кривых линий, проходящих через упорядоченный массив точек или через точки с заданным положением касательных. Используются они и в прикладной геометрии при математическом описании всевозможных технических кривых, которыми являются траектории движения точек машин и механизмов, оси дорог, трубопроводов и каналов. Каждую из них рассматривают как дугу одной как-либо математической кривой или как одномерный обвод. В настоящее время обводы находят широкое применение в конструировании поверхности самолетов, в судостроении при проектировании очертания наружной поверхности корпусов морских судов, катеров, яхт и т. д. Обводом называют составную линию, представляющую собой последовательность дуг различных кривых. Основной характеристикой обвода является гладкость. Под гладкостью понимают число совпавших производных стыкующихся кривых в точках стыка [2]. Если при построении обвода у двух дуг общая касательная – это равенство первых производных (рис. 1, а). Если у двух дуг общий круг кривизны – это равенство вторых производных в точке стыка (рис. 1, б), соответственно это – второй порядок гладкости. Третий порядок гладкости – когда в точке стыка кривых совпадают третьи производные (рис. 1, в). На всех трех иллюстрациях точка 1 является точкой касания дуг и прямых или окружностей.

Разработано несколько способов конструирования обводов [1]. Наиболее простые из них получили широкое применение на практике.

Первый способ – радиусографический, когда через упорядоченный массив точек проводится обвод первого порядка гладкости, состоящий из дуг окружностей разных радиусов, имеющих в точках стыка общие касательные.

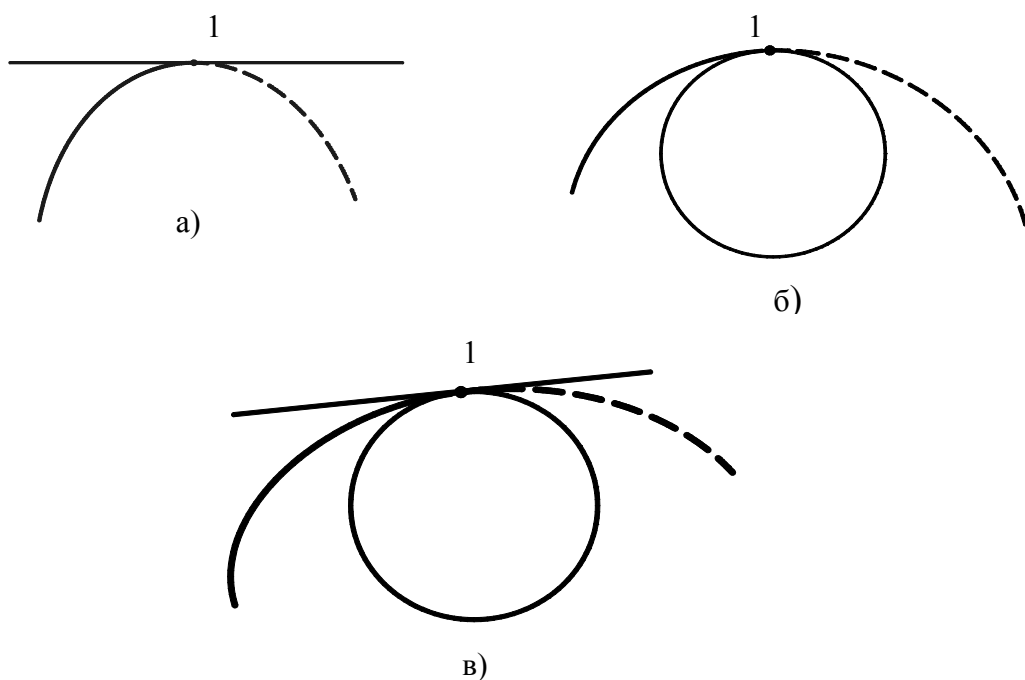


Рис. 1. Обводы кривых линий: а – первый порядок гладкости; б – второй порядок гладкости; в – третий порядок гладкости

Второй – способ кривых второго порядка, когда обвод составлен из дуг кривых второго порядка, имеющих в точках стыка общие касательные.

Третий способ – сплайн-аппроксимация, при котором для проведения кривой через данные точки в качестве лекала используется гибкая рейка (spline).

Три вышеозначенных способа используются при построении кривой линии вручную. Но в настоящее время ручная графика повсеместно заменяется компьютерной. Предлагается построить эти кривые в графическом пакете AutoCad, используя специальную программу «Построение кривых 2-го порядка, проходящих через данные точки и касающиеся данных прямых» [3], которая автоматически строит нужные кривые.

С помощью этой программы можно построить конику (кривую 2-го порядка) тремя способами:

- а) по 5 точкам (рис. 2);
- б) 3 точки, 2 касательные (рис. 3);
- в) 5 касательных (рис. 4).

Загрузив AutoCad, в пространстве модели или листа, укажем произвольное количество точек на плоскости (рис. 2, а), используя команду из панели Рисования / **Рисуй Точка**. Затем, загрузив в приложении программу «Коники50-05-32», запустим программу на выполнение. Указывая последовательно, или в произвольном порядке любые пять точек (с привязкой Узел), получим несколько вариантов кривых (рис. 2, б).

В нашем случае получилось 4 различных кривых 2-го порядка – это эллипсы. Чтобы убедиться в этом, необходимо навести справку. Набрав в

командной строке `_list`, получим распечатку данных по кривым, где будут указаны название и некоторые параметры наших эллипсов, в том числе размеры малых и больших осей эллипсов.

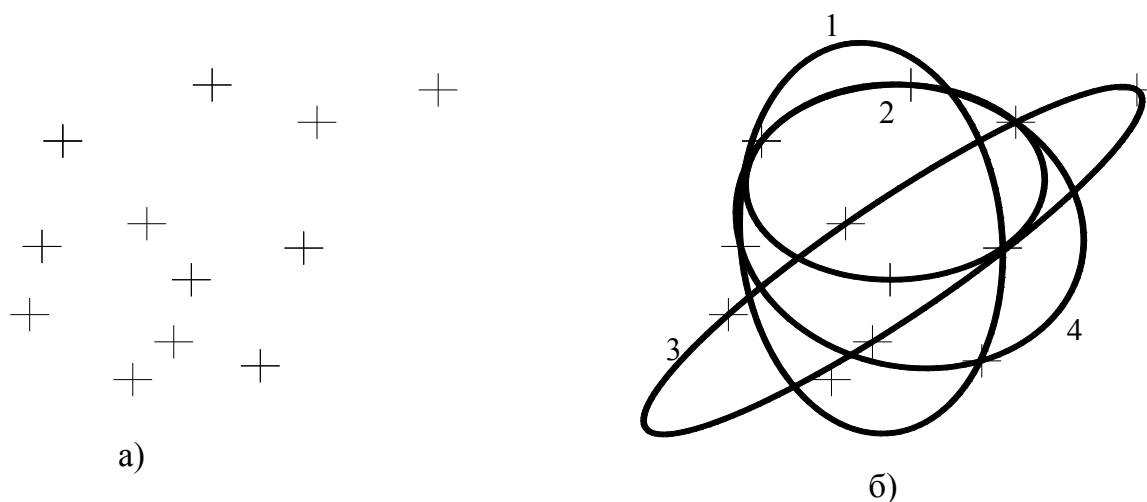


Рис. 2. Построение коники по 5 точкам: а – исходные данные; б – полученные кривые

Построение коники вторым способом (с помощью 2 касательных и 3 точек) дано на рис. 3. Следует отметить, что на касательных необходимо указывать по две точки (рис. 3, а), при этом программа автоматически подбирает возможный вариант построения эллипса (рис. 3, б). Третий вариант построения эллипса – по 5 касательным (рис. 4, а). Контур многоугольника может быть и не замкнутым. Для построения эллипса необходимо указать в произвольном порядке по две точки на каждой прямой. Программа по указанным 10 точкам предложит вам единственный вариант кривой, касающейся прямых в пяти точках (рис. 4, б).

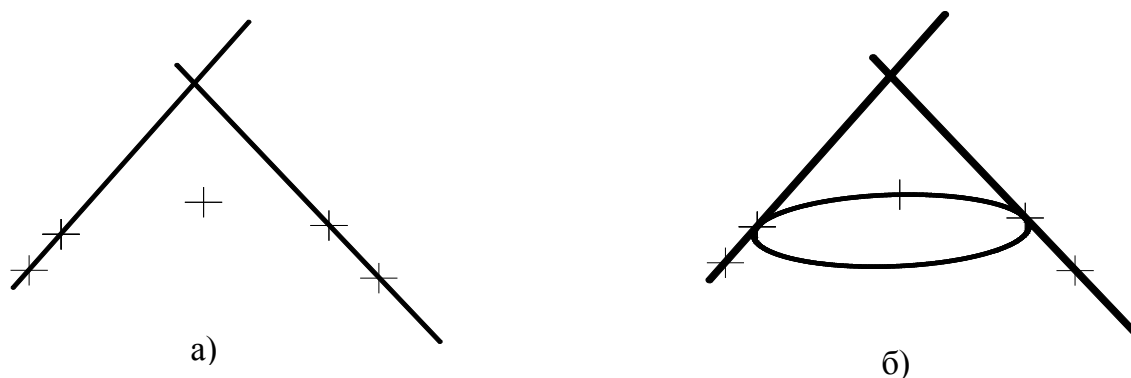


Рис. 3. Построение коники по 2 касательным и 3 точкам: а – исходные данные; б – коника, построенная 2 способом

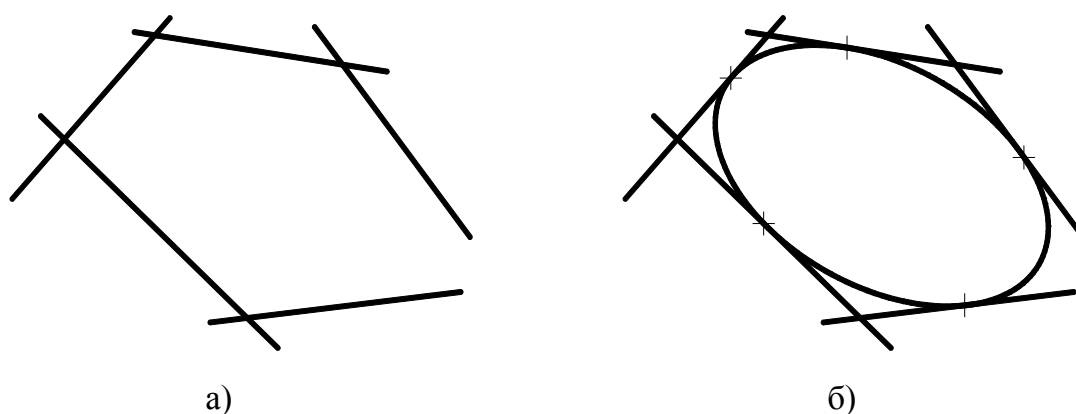


Рис. 4. Построение коники по 5 касательным: а – исходные прямые; б – коника, построенная по 5 точкам касания

Таким образом, у кривой второго порядка 5 управляемых параметров: пять точек, либо пять касательных, либо три точки и две касательные.

Построим обвод первого порядка гладкости, состоящий из нескольких кусков кривых линий, воспользовавшись вторым способом – по двум касательным и трем точкам. Проведем несколько пересекающихся прямых и укажем точки, через которые пройдут кривые. Запуская каждый раз программу получим 4 различных эллипса (рис. 5, а). Если результат устраивает, воспользуемся командой редактирования и удалим ненужные куски эллипсов, получим плавную кривую, состоящую из дуг кривых 2-го порядка (рис. 5, б). Получили обвод первого порядка гладкости.

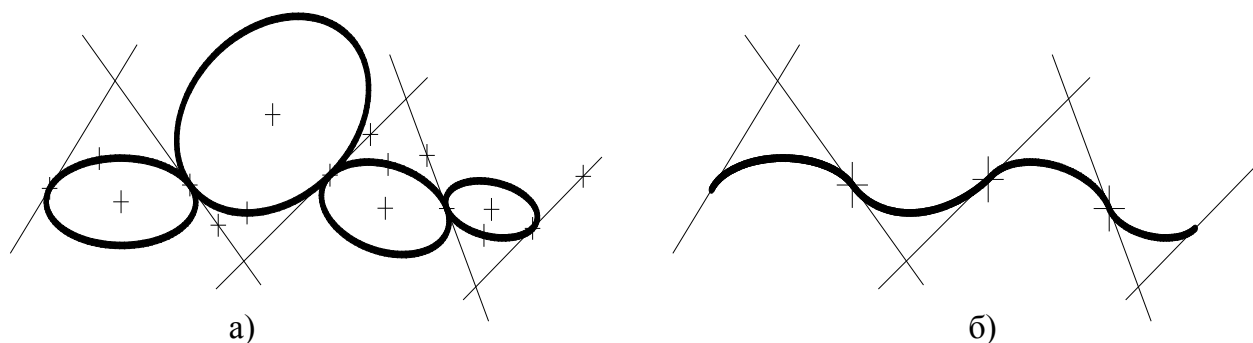


Рис. 5 Обвод кривых линий первого порядка гладкости: а – построение эллипсов по трем точкам и двум касательным; б – отредактированная кривая

Построение сложной кривой линии в пакете AutoCad с использованием специальной программы обеспечивает геометрически точный результат.

Библиографический список

1. Иванов, Г.И. Начертательная геометрия / Г.И. Иванов. – М.: Машиностроение, 1995.

2. Курс начертательной геометрии на основе геометрического моделирования: учеб. / В.Я. Волков, В.Ю. Юрков, К.Л. Панчук, Н.В. Кайгородцева. – Омск: Изд-во СибАДИ. – 2010.

3. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2011611961. Построение кривых 2-го порядка, проходящих через данные точки и касающиеся данных прямых / В.А. Короткий.