

УДК 621.941.1

ДИНАМИКА ПРОЦЕССА ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКИ ТРУБ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ С ЦЕЛЬЮ УМЕНЬШЕНИЯ ИХ РАЗНОСТЕННОСТИ

М.М. Тверской

Рассмотрены силовые воздействия на исполнительное устройство автоматической следящей системы, предназначенной для совмещения центра контролируемого поперечного сечения внутренней поверхности трубы с осью вращения охватывающей многолезцовый головки, обтачивающей наружную поверхность трубы. Приведено обоснование необходимой жесткости исполнительного устройства.

При производстве специальных труб для обработки их наружной поверхности применяются бесцентровые токарные станки. Поскольку при этом внутренняя поверхность трубы не участвует в ее ориентации (базировании) на станке, то исходная разностенность трубы в результате такой обработки не уменьшается.

На Челябинском трубопрокатном заводе используется модернизированный токарный станок, оснащенный следящей системой, предназначенной для уменьшения разностенности труб. Упрощенная схема обработки с использованием такой системы приведена на рис. 1.

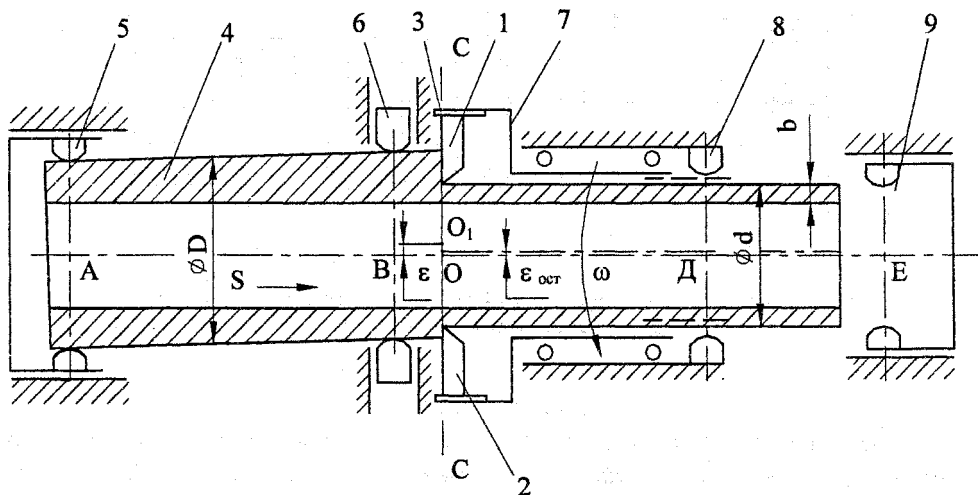


Рис. 1

Невращающаяся труба 4 перемещается со скоростью подачи S сквозь вращающуюся резцовую головку 3, в которой закреплены резцы 1,2. Подача трубы осуществляется одной или двумя каретками, которые имеют устройства 5 и 9, обеспечивающие зажим трубы по ее концам (в точках А и Е).

С помощью оптико-электронного измерительного устройства следящей системы непрерывно определяется положение центра сечения внутренней поверхности трубы (точки О) плоскостью, в которой находятся траектории вершин резцов. С помощью двухкоординатного исполнительного устройства (люнетта) 6 труба перемещается относительно неподвижной (в радиальном направлении) точки А до совпадения точки О с осью вращения шпинделя 7. При приближении точки А к

люнету 6 зажимается передний конец трубы, которая на последующем непродолжительном этапе обработки имеет две неподвижные точки (А и Е). На этом этапе обработки совмещение точки О с осью вращения шпинделя происходит за счет изгиба обрабатываемой трубы люнетом 6. Затем задний захват освобождается, и труба вновь имеет одну неподвижную точку (Е).

При выходе заднего конца трубы из люнета 6 перемещения его подвижной части передаются на обрабатываемую трубу через внутреннюю фаску на ее заднем конце, с которой контактирует наружная фаска на переднем конце следующей трубы.

Имеется два вида возмущений, под влиянием которых точка О смещается в радиальном направлении относительно требуемого положения. Во-первых, это изменение направления и величины «текущего» эксцентриситета $\vec{\epsilon}$ наружной поверхности трубы относительно ее внутренней поверхности при продольном перемещении трубы. Назовем эти возмущения геометрическими. Во-вторых, при удалении эксцентричного припуска возникают и силовые возмущения, обусловленные неуравновешенностью сил резания.

Геометрические возмущения изменяются относительно медленно, поэтому легко компенсируются следящей системой, которая за счет перемещения подвижной части люнета по двум координатам возвращают точку О на ось шпинделя.

Проведем анализ силовых возмущений при обработке трубы двухрезцовой головкой, применяемой в действующем технологическом процессе.

Примем, что резцы выставлены симметрично относительно оси вращения шпинделя, т.е. они настроены на одинаковый радиус, равный $d/2$, а величина подачи на каждом из них равна $s/2$, где s - величина подачи на один оборот шпинделя.

Наружный диаметр трубы перед обработкой равен D . Центр сечения наружной поверхности расположен в точке O_1 на конце вектора $\vec{\epsilon}$ (рис. 2). Текущее угловое положение резца 1 будем определять углом α , отсчитываемым от направления вектора исходного эксцентриситета $\vec{\epsilon}$. Положительным значениям угла α соответствует поворот резца против часовой стрелки.

Глубина резания на первом резце

$$t_1 = \frac{1}{2}(D - d) + \epsilon \cos \alpha = t_0 + \epsilon \cos \alpha, \quad (1)$$

где $t_0 = \frac{1}{2}(D - d)$ -- глубина резания при $\epsilon = 0$.

Глубина резания на резце 3, смещением на угол $+180^\circ$ по отношению к первому резцу, составляет

$$t_3 = t_0 + \epsilon \cos(\alpha + 180^\circ) = t_0 - \epsilon \cos \alpha. \quad (2)$$

Разность глубин резания

$$\Delta t_{(1-3)} = t_1 - t_3 = 2\epsilon \cos \alpha. \quad (3)$$

При изменении угла α изменяются и глубина, и сила резания, действующая на трубу со стороны каждого из резцов. Сила резания может быть разложена на три составляющие - тангенциальную P_τ , радиальную P_r и осевую P_z , действующую вдоль оси шпинделя. На рис. 2 показаны две составляющие силы резания на каждом резце, действующие на трубу в рассматриваемой поперечной плоскости - $P_{\tau 1}$ и $P_{\tau 3}$. Сумма двух параллельных осевых составляющих сил резания P_{z1} и P_{z3} определяет основную часть усилия подачи, преодолеваемого гидроприводом подачи левой или правой кареток станка. Две антипараллельные тангенциальные составляющие $P_{\tau 1}$ и $P_{\tau 3}$ определяют момент, преодолеваемый приводом вращения резцовой головки, и неуравновешенную тангенциальную силу

$$\Delta P_{\tau(1-3)} = P_{\tau 1} - P_{\tau 3}. \quad (4)$$

Две радиальные составляющие P_{r1} , P_{r3} и л резания определяют неуравновешенную радиальную силу

$$\Delta P_{r(1-3)} = P_{r1} - P_{r3}. \quad (5)$$

Суммарная поперечная неуравновешенная сила, перпендикулярная оси вращения шпинделя,

$$\Delta P_{(1-3)} = \sqrt{\Delta P_{\tau(1-3)}^2 + \Delta P_{r(1-3)}^2}. \quad (6)$$

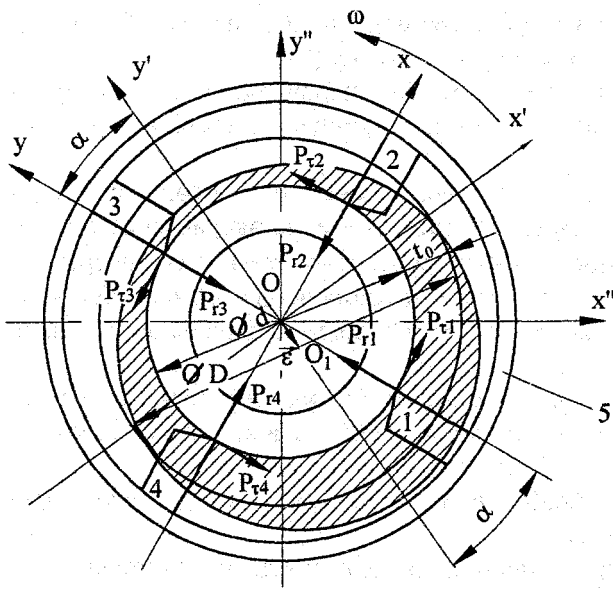


Рис. 2

Принимая в первом приближении, что между глубиной резания и составляющими силы резания имеют место линейные зависимости, получаем:

$$P_{r1} = k_r t_1 = k_r (t_0 + \epsilon \cos \alpha);$$

$$P_{r1} = k_r t_1 = k_r (t_0 + \epsilon \cos \alpha); \tag{7}$$

$$P_{r3} = k_r t_3 = k_r (t_0 - \epsilon \cos \alpha);$$

$$P_{r3} = k_r t_3 = k_r (t_0 - \epsilon \cos \alpha), \tag{8}$$

где k_r , k_t - коэффициенты пропорциональности, зависящие от конкретных условий обработки.

При этом предполагается, что $t_0 \geq \epsilon$, т.е. резцы находятся в постоянном контакте с обрабатываемой трубой. Соотношения (7), (8) описывают изменение модулей векторов сил $\vec{P}_{r1}, \vec{P}_{r3}$ в зависимости углового положения резцовой головки относительно вектора эксцентриситета трубы $\vec{\epsilon}$. Эти векторы имеют постоянное направление в системе координат Oxy , связанной с резцовой головкой (см.

рис. 2). Ось Oy этой системы направлена от вершины резца 1 к вершине резца 3. Векторы сил $\vec{P}_{r1}, \vec{P}_{r3}$ вместе с резцовой головкой вращаются с угловой скоростью ω относительно невращающейся трубы. Свяжем с трубой неподвижную систему координат $Ox'y'$, ось Oy' которой направим противоположно вектору $\vec{\epsilon}$. Тогда подвижная система координат Oxy'' , связанная с резцовой головкой, окажется повернутой на угол $+\alpha$ относительно системы координат $Ox'y'$, связанной с трубой. Для нахождения сумм проекций всех сил на оси Ox' и Oy' составим табл. 1.

Таблица 1

Ось	Сила	Угол φ между силой и осью	$\cos \varphi$	Проекция силы на ось
Ox'	P_{r1}	α	$+\cos \alpha$	$+ P_{r1} \cos \alpha$
	P_{r1}	$\alpha + 90^\circ$	$-\sin \alpha$	$- P_{r1} \sin \alpha$
	P_{r3}	$\alpha + 180^\circ$	$-\cos \alpha$	$- P_{r3} \cos \alpha$
	P_{r3}	$\alpha + 270^\circ$	$+\sin \alpha$	$+ P_{r3} \sin \alpha$
Oy'	P_{r1}	$\alpha - 90^\circ$	$+\sin \alpha$	$+ P_{r1} \sin \alpha$
	P_{r1}	α	$+\cos \alpha$	$+ P_{r1} \cos \alpha$
	P_{r3}	$\alpha + 90^\circ$	$-\sin \alpha$	$- P_{r3} \sin \alpha$
	P_{r3}	$\alpha + 180^\circ$	$-\cos \alpha$	$- P_{r3} \cos \alpha$

После этого найдем выражения сумм проекций:

$$\sum P_{x'} = (P_{r1} - P_{r3}) \cos \alpha - (P_{r1} - P_{r3}) \sin \alpha; \tag{9}$$

$$\sum P_{y'} = (P_{r1} - P_{r3}) \sin \alpha - (P_{r1} - P_{r3}) \cos \alpha.$$

С учетом выражений (7) и (8) запишем:

$$\sum P_{x'} = 2k_r \epsilon \cos^2 \alpha - 2k_r \epsilon \sin \alpha \cos \alpha; \tag{10}$$

$$\sum P_{y'} = 2k_r \epsilon \sin \alpha \cos \alpha + 2k_r \epsilon \cos^2 \alpha. \tag{11}$$

Используя тригонометрические соотношения для синуса и косинуса двойного угла, получаем

$$\sum P_{x'} = k_r \epsilon (1 + \cos 2\alpha) - k_r \epsilon \sin 2\alpha; \tag{10a}$$

$$\sum P_{y'} = k_r \epsilon \sin 2\alpha + k_r \epsilon (1 + \cos 2\alpha). \tag{11a}$$

Учитывая, что $\alpha = \omega t$, окончательно имеем:

$$\sum P_y = k_r \varepsilon + k \varepsilon \sin(2\omega t + \varphi_x); \quad (12)$$

$$\sum P_{y'} = k_r \varepsilon + k \varepsilon \sin(2\omega t + \varphi_{y'}), \quad (13)$$

где t – время; $k = \sqrt{k_r^2 + k_t^2}$;

$$\cos\varphi_{x'} = -\frac{k_r}{k}; \quad \sin\varphi_{y'} = \frac{k_r}{k}. \quad (14)$$

Из соотношений (14) получаем

$$\cos\varphi_{x'} = -\sin\varphi_{y'},$$

откуда вытекает, что

$$\varphi_{x'} = 90^\circ + \varphi_{y'}. \quad (15)$$

Из соотношений (12), (13), (15) следует, что при обработке двухрезцовой головкой проекции суммарной поперечной силы на неподвижные оси координат содержат как постоянные составляющие ($k_r \varepsilon$ и $k_t \varepsilon$), так и переменные составляющие, изменяющиеся по гармоническому закону с удвоенной угловой частотой 2ω . Если учесть, что $\omega = (60 \dots 90)$ об/мин, то частота изменения проекций составляет (2...3) Гц. При этом гармоническое колебание проекции неуравновешенной поперечной силы на ось Ox' опережает по фазе колебание ее проекции на ось Oy' на 90° . Это объясняется тем, что все составляющие векторы сил вращаются против часовой стрелки, т.е. от оси Ox' к оси Oy' .

Проекция неуравновешенной поперечной силы на оси другой неподвижной системы координат $Ox''y''$, связанной с люнетом следящей системы, будут отличаться фазами колебаний. Их амплитуда и частота будут такими же, как в выражениях (12), (13).

Для наглядной иллюстрации полученного результата рассмотрим изменение только радиальных сил резания P_{r1} и P_{r3} . Эти силы, согласно выражениям (7), (8), имеют постоянные ($k_r t_0$) и переменные составляющие. Последние изменяются по закону гармонических колебаний с угловой частотой ω (поскольку $\alpha = \omega t$), амплитудой $k_r \varepsilon$ и с относительным смещением по фазе на 180° . Графики изменения сил P_{r1} и P_{r3} показаны на рис. 3, а. Графики изменения проекций этих сил на ось Oy' (рис. 3, б) получаем, умножая значения силы P_{r1} на $\cos \alpha$, а значения силы P_{r3} – на $\cos(\alpha + 180^\circ) = -\cos \alpha$, что соответствует последнему столбцу табл. 1. Суммируя полученные графики, получаем суммарную проекцию рассматриваемых сил на ось Oy' . Из рис. 3, б видно, что суммарная проекция имеет постоянную составляющую $k_r \varepsilon$ и гармоническую составляющую $k_r \varepsilon \cos 2\alpha$, что полностью соответствует выражению (11а) при $k_t = 0$, поскольку тангенциальные составляющие P_{t1} и P_{t3} сил резания здесь не рассматриваются.

Физический смысл изменения суммарной проекции сил P_{r1} и P_{r3} с удвоенной угловой частотой 2ω можно пояснить следующим. Максимум суммарной проекции сил P_{r1} и P_{r3} имеют место при таком положении резцов, когда один из них удаляет максимальный припуск, а другой – минимальный. Такое положение резцов имеет место дважды за один оборот резцовой головки, вращающейся с угловой скоростью ω . Следовательно период колебаний суммарной проекции рассматриваемых сил равен $T = \frac{\pi}{\omega}$, а угловая частота $\omega' = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} \omega = 2\omega$.

Силовые воздействия, описываемые выражениями (12), (13), смещают подвижную часть люнета от требуемого положения. При этом по каждой из двух координат возникает рассогласование (ошибка), которая должна устраняться следящей системой за счет добавочного смещения подвижной части люнета навстречу действующей силе.

Для исключения дополнительных математических преобразований примем, что направление вектора эксцентриситета трубы $\vec{\varepsilon}$ постоянно и совпадает с отрицательным направлением оси Oy'' люнета. Тогда выражения (12), (13) будут описывать изменение силовых воздействий вдоль координатных осей люнета.

Пределы изменения этих воздействий составляют

$$k_r \varepsilon \pm \varepsilon \sqrt{k_r^2 + k_t^2}; \quad k_t \varepsilon \pm \varepsilon \sqrt{k_r^2 + k_t^2}. \quad (16)$$

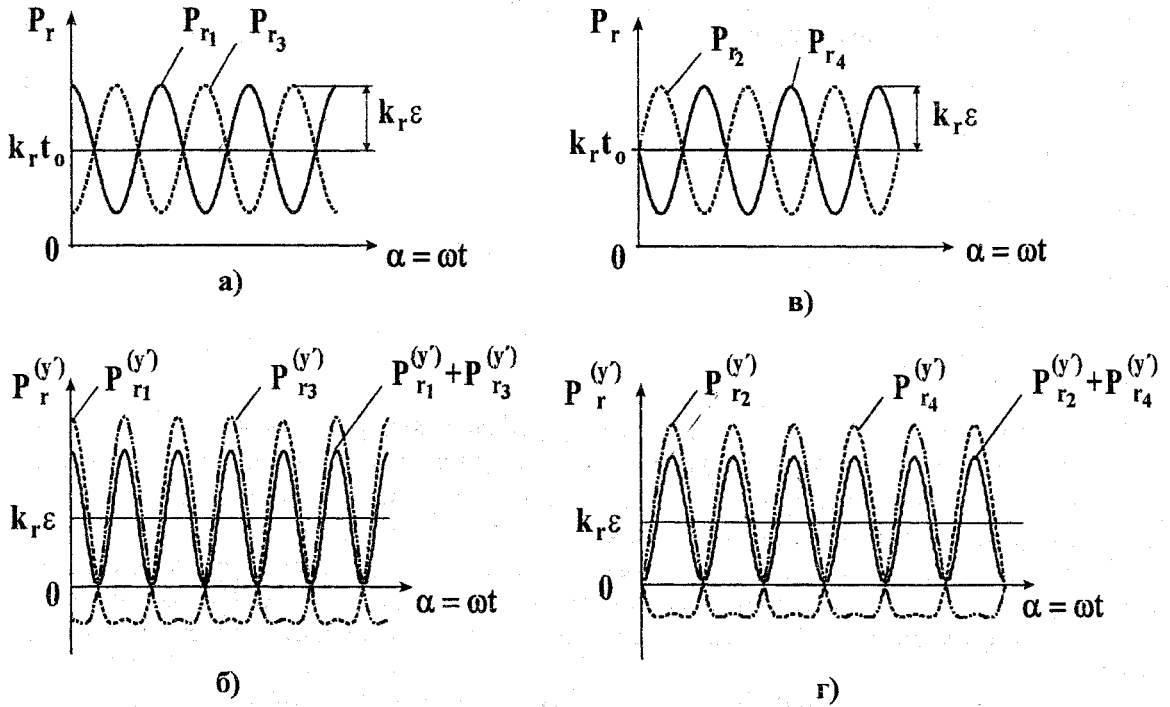


Рис. 3

Учитывая большие массы перемещаемых узлов, упругости и инерционное запаздывание в следящей системе, следует ожидать, что эта система будет реагировать на средние (за период своего изменения, т.е. за половину оборота резцовой головки) значения силовых воздействий, составляющие соответственно $k_r \epsilon$ и $k_r \epsilon$. Эти значения будут медленно изменяться в соответствии с реальными изменениями величины и направления эксцентриситета ϵ . Быстро изменяющиеся гармонические составляющие силовых воздействий, имеющие, согласно (16), амплитуду, превышающую их средние значения, будут «отфильтровываться» следящей системой, поскольку она не способна строго в противофазе с воздействиями (12), (13) изменять положение трубы по каждой координате с частотой (2...3) Гц.

Это обстоятельство в сочетании с конечной жесткостью механической части следящей системы (см. ниже) приводит к неполному устранению исходного эксцентриситета $\bar{\epsilon}$ и появлению разностенности у трубы, обработанной двухрезцовой головкой с использованием следящей системы.

Рассмотрим обработку четырехрезцовой головкой (см. рис. 2). Для сохранения прежнего значения подачи, приходящейся на один резец, увеличим подачу s на один оборот резцовой головки в два раза. В этом случае значения коэффициентов k_r и k_r не изменятся. Глубина резания на первом и третьем резцах по-прежнему определяется соотношениями (1), (2). Глубина резания на втором и четвертом резцах:

$$t_2 = t_0 + \epsilon \cos(\alpha + 90^\circ) = t_0 - \epsilon \sin \alpha;$$

$$t_4 = t_0 + \epsilon \cos(\alpha + 270^\circ) = t_0 + \epsilon \sin \alpha. \tag{17}$$

Силы резания на первом и третьем резцах определяются зависимостями (7), (8). Силы резания на втором и четвертом резцах можно определить, умножив правые части выражения (17) на коэффициенты k_r и k_r :

$$P_{r2} = k_r(t_0 - \epsilon \sin \alpha); \quad P_{r2} = k_r(t_0 - \epsilon \sin \alpha); \tag{18}$$

$$P_{r4} = k_r(t_0 + \epsilon \sin \alpha); \quad P_{r4} = k_r(t_0 + \epsilon \sin \alpha). \tag{19}$$

Для нахождения проекций этих сил на оси координат $Ox'y'$ составим табл. 2.

Сумма проекций сил на втором и четвертом резцах на оси Ox' и Oy' :

$$\Sigma'P_{x'} = (P_{r4} - P_{r2}) \sin \alpha + (P_{r4} - P_{r2}) \cos \alpha; \tag{20}$$

$$\Sigma'P_{y'} = -(P_{r4} - P_{r2}) \cos \alpha + (P_{r4} - P_{r2}) \sin \alpha. \tag{21}$$

С учетом выражений (18), (19) запишем:

$$\Sigma P_x' = 2k_r \varepsilon \sin^2 \alpha + 2k_r \varepsilon \cos \alpha \sin \alpha; \quad (22)$$

$$\Sigma P_y' = -2 k_r \varepsilon \cos \alpha \sin \alpha + 2k_r \varepsilon \sin^2 \alpha. \quad (23)$$

Суммируя правые части выражений (10) и (22), находим суммарную проекцию четырех сил резания на ось Ox' :

$$\sum_{i=1}^4 P_{xi} = 2k_r \varepsilon (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2k_r \varepsilon = \text{const}. \quad (24)$$

Суммируя правые части выражений (11) и (23), находим суммарную проекцию четырех сил резания на ось Oy' :

$$\sum_{i=1}^4 P_{yi} = 2k_r \varepsilon \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2k_r \varepsilon = \text{const}. \quad (25)$$

Получен весьма важный результат, состоящий в том, что суммарные проекции сил резания на оси неподвижной системы координат $Ox'y'$, связанной с трубой, не изменяются при повороте четырехрезцовой головки.

Для наглядной иллюстрации полученного результата примем, как и ранее для двухрезцовой головки, $k_r = 0$, т.е. будем рассматривать только радиальные составляющие сил резания. К двум силам P_{r1} и P_{r3} , изменения которых показаны на рис. 3 а, добавятся еще две с и л P_{r2} и P_{r4} , изменения которых показаны на рис. 3 в. Силы P_{r2} и P_{r4} изменяются также в противофазе, но их колебания смещены по фазе относительно колебаний сил P_{r1} и P_{r3} на 90° . Это следует из того факта, что величина P_{r1} изменяется по закону косинуса (см. выражение (7)), а величина P_{r4} - по закону синуса (см. (19)).

Для нахождения проекций сил P_{r2} и P_{r4} на ось Oy' умножаем каждое значение силы P_{r2} на $-\sin \alpha$, а значения силы P_{r4} - на $+\sin \alpha$, что следует из табл. 2. На рис. 3 г показаны графики изменения проекций сил P_{r2} и P_{r4} на ось Oy' . Сумма этих проекций также изменяется по закону гармонических колебаний с угловой частотой 2ω и амплитудой $k_r \varepsilon$. Среднее значение суммы проекций также равно $k_r \varepsilon$. Сопоставляя графики на рис. 3 б и 3 г, видим, что суммарные проекции сил $(P_{r1}+P_{r3})$ и сил $(P_{r2}+P_{r4})$ изменяются в противофазе. Поэтому при их суммировании периодические составляющие взаимно уничтожаются, а одинаковые средние значения $k_r \varepsilon$ суммируются, что соответствует правой части выражения (25).

Таблица 2

Ось	Сила	Угол φ между силой и осью	$\cos \varphi$	Проекция силы на ось
Ox'	P_{r2}	$\alpha + 90^\circ$	$-\sin \alpha$	$-P_{r2} \sin \alpha$
	P_{r2}	$\alpha + 180^\circ$	$-\cos \alpha$	$-P_{r2} \cos \alpha$
	P_{r4}	$\alpha + 270^\circ$	$+\sin \alpha$	$+P_{r4} \sin \alpha$
	P_{r4}	α	$+\cos \alpha$	$+P_{r4} \cos \alpha$
Oy'	P_{r2}	α	$+\cos \alpha$	$+P_{r2} \cos \alpha$
	P_{r2}	$\alpha + 90^\circ$	$-\sin \alpha$	$-P_{r2} \sin \alpha$
	P_{r4}	$\alpha + 180^\circ$	$-\cos \alpha$	$-P_{r4} \cos \alpha$
	P_{r4}	$\alpha + 270^\circ$	$+\sin \alpha$	$+P_{r4} \sin \alpha$

Еще один важный результат состоит в том, что проекции четырех тангенциальных сил P_{ti} , $i = 1, 2, 3, 4$ на ось Oy' взаимно уничтожаются. Именно это позволило при иллюстрации изменения проекций четырех сил резания на ось Oy' (см. рис. 3) не учитывать их составляющие P_{ti} . Аналогично взаимно уничтожаются проекции четырех радиальных сил P_{ri} на ось Ox' . Это следует из выражений (24) и (25).

Суммарная неуравновешенная поперечная сила определяется геометрическим суммированием ее проекций:

$$\Delta P = 2\varepsilon \sqrt{k_r^2 + k_r^2} = 2k_r \varepsilon = \text{const}. \quad (26)$$

Угол между осью Ox' и этой силой

$$\varphi = \arcsin \frac{k_r}{\sqrt{k_r^2 + k_t^2}}.$$

Радиальная составляющая неуравновешенной поперечной силы ΔP_r направлена навстречу вектору эксцентриситета трубы $\vec{\epsilon}$, а направление тангенциальной составляющей ΔP_t совпадает с направлением линейной скорости реза относительно трубы при удалении максимального припуска.

Угловая ориентация этой силы в другой неподвижной системе координат $Ox''y''$, связанной с люнетом следящей системы, зависит от текущей ориентации вектора эксцентриситета трубы $\vec{\epsilon}$ в этой системе координат. В приведенном выше доказательстве принято, что условия резания для всех резцов одинаковы за исключением глубины резания. В этом случае при удалении эксцентричного припуска четырехрезцовой головкой на трубу, а следовательно и на люнет, действует сила, имеющая постоянную величину и постоянное направление, зависящие от величины и направления эксцентриситета $\vec{\epsilon}$.

Это обстоятельство является весьма важным преимуществом обработки четырехрезцовой головкой по сравнению с обработкой двухрезцовой головкой. Несмотря на некоторое усложнение настройки четырехрезцовой головки ее следует рекомендовать при использовании следящей системы, поскольку отсутствие (или малая амплитуда) гармонических силовых возмущений на приводы люнета существенно облегчают работу следящей системы. Эта система должна будет реагировать на силовые возмущающие воздействия, изменяющиеся (относительно медленно) при изменении величины и направления исходного эксцентриситета ϵ вдоль оси трубы, что позволит уменьшить величину остаточного эксцентриситета у обработанной трубы.

Далее приведем обоснование требований к жесткости управляемого люнета следящей системы. Люнет является двухкоординатным исполнительным устройством следящей системы. За счет смещений его подвижной части осуществляется совмещение центра того поперечного сечения внутренней поверхности трубы, в котором расположено окно измерительной маски, с осью вращения шпинделя. Вершины резцов, расположенные в этой же плоскости, описывают окружности, концентричные сечениям внутренней поверхности.

Как было показано выше, при обработке трубы с эксцентрично расположенными наружной и внутренней поверхностями возникает неуравновешенная поперечная сила резания. При обработке двухрезцовой головкой проекции этой силы на оси координат люнета изменяются относительно своих средних значений по закону гармонических колебаний с угловой частотой, вдвое превышающей угловую частоту вращения резцовой головки.

Следящая система (в силу указанных ранее причин) не может осуществлять встречное движение люнета по каждой координате с такой частотой для компенсации гармонической составляющей силовых возмущений. Она будет реагировать на «геометрические» возмущения, вызываемые изменениями величины и направления эксцентриситета по длине трубы, а также на средние значения силовых возмущений, дополнительно смещая подвижную часть люнета для компенсации его упругих деформаций, возникающих под действием средних значений проекций неуравновешенной поперечной силы. Некомпенсируемые гармонические составляющие силовых возмущений будут вызывать переменные упругие деформации в технологической системе, следствием чего будет появление остаточного эксцентриситета у обработанной трубы.

Суммарная жесткость технологической системы при этом должна быть такой, чтобы остаточный эксцентриситет трубы не превосходил допустимый предел. Люнет входит в упругую технологическую систему, являясь в ней наименее жестким звеном. Ниже приводится методика приближенной оценки необходимой жесткости люнета, основанная на изложенных представлениях о работе следящей системы.

Рассмотрим обработку двухрезцовой головкой. Согласно рис. 2 и формулам (1), (2) номинальные значения глубин резания на первом и третьем резах соответственно равны:

$$\begin{aligned} t_1 &= t_0 + \epsilon \cos \alpha; \\ t_3 &= t_0 - \epsilon \cos \alpha. \end{aligned} \tag{27}$$

Фактические значения глубин резания:

$$\begin{aligned} t_{\phi 1} &= t_1 - u; \\ t_{\phi 3} &= t_3 + u, \end{aligned} \quad (28)$$

где u - суммарная величина упругой деформации в технологической системе, приведенная ко взаимному смещению трубы и резцовой головки в радиальном (по отношению к трубе) направлении.

Будем считать, что деформации в радиальном направлении происходят под действием только радиальных составляющих сил резания. В действительности эти деформации являются результатом действия всех трех составляющих сил резания, однако влияние осевых и тангенциальных составляющих на величину радиального смещения и относительно невелико, и здесь это влияние можно не учитывать. В этом случае

$$u = j^{-1} (P_{r1} - P_{r3}), \quad (29)$$

где j - суммарная жесткость технологической системы в радиальном направлении.

Примем, как и ранее, что радиальные составляющие сил резания пропорциональны фактической глубине резания:

$$P_{ri} = k_r t_{\phi i}, \quad i = 1; 3. \quad (30)$$

Решая систему уравнений (27)-(30), получаем

$$u = \frac{2k_r}{2k_r + j} \varepsilon \cos \alpha. \quad (31)$$

Зависимость (31) показывает, как будет изменяться величина упругого смещения трубы относительно резцовой головки вдоль прямой, соединяющей вершины резцов 1 и 3 (см. рис. 2).

Поскольку указанная прямая вращается вместе с резцовой головкой с угловой скоростью ω , то, как показано ранее, проекции этого смещения на оси координат люнета будут изменяться с угловой частотой 2ω .

Считаем, что оба резца настроены на радиус $d/2$. Их совместное радиальное смещение относительно обрабатываемой трубы на величину u , изменяющуюся по гармоническому закону (31), приводит к появлению остаточного эксцентриситета поверхностей трубы

$$\varepsilon_{ост} = u_{max} = \frac{2k_r \varepsilon}{2k_r + j}. \quad (32)$$

Отношение

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ост}} = 1 + \frac{j}{2k_r} \quad (33)$$

показывает, во сколько раз уменьшается исходный эксцентриситет трубы в результате ее обработки двухрезцовой головкой при использовании следящей системы. Напомним, что согласно принятому выше условию следящая система не реагирует на гармонические смещения (с угловой частотой 2ω) центра измеряемого сечения внутренней поверхности трубы по каждой из двух координат.

Рассмотрим, какова должна быть жесткость технологической системы, чтобы она была способна обеспечивать требуемое уменьшение исходного эксцентриситета.

Примем, что максимальный остаточный эксцентриситет не должен превышать 0,1 от максимального исходного, т.е. $\varepsilon/\varepsilon_{ост} = 10$. Из соотношения (33) имеем

$$j \geq 18 k_r. \quad (34)$$

Суммарная податливость технологической системы определяется соотношением

$$\frac{1}{j} = \frac{1}{j_n} + \frac{1}{j_c}, \quad (35)$$

где j_n - жесткость люнета; j_c - жесткость станка, приведенная к резцовой головке.

Согласно ориентировочной $j_c = 54\,000$ Н/мм. Тогда

$$\frac{1}{j_n} = \frac{1}{j} - \frac{1}{54\,000}. \quad (36)$$

При обработке с параметрами режима резания, соответствующими действующему технологическому процессу, $k_r \geq 750$ Н/мм. Из соотношения (34) имеем $j \geq 13\,500$ Н/мм, а из соотношения (36) следует, что

$$j_d \geq 18\,000 \text{ Н/мм.} \quad (37)$$

Существующий люнет имеет жесткость не более 10 000 Н/мм, т.е. примерно вдвое меньше требуемой.

Вернемся к соотношению (35). При $j_d = 10\,000 \text{ Н/мм}$ $j_c = 54\,000 \text{ Н/мм}$ имеем $j = 8437,5 \text{ Н/мм}$. Тогда из соотношения (33) получаем

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{ост}}} = 6,625. \quad (38)$$

Таким образом, при имеющейся жесткости люнета исходный эксцентриситет обрабатываемой трубы может быть уменьшен примерно в 6,6 раза. При этом следует иметь в виду, что этот вывод сделан в предположении, что следящая система выводит центр измеряемого сечения строго на ось вращения шпинделя и не реагирует на гармонические составляющие силовых возмущений. Если учесть реальные характеристики следящей системы, то отношение $\varepsilon/\varepsilon_{\text{ост}}$ будет существенно меньше 6,6.

Величину отношения $\varepsilon/\varepsilon_{\text{ост}}$ можно увеличить (за счет уменьшения $\varepsilon_{\text{ост}}$) путем снижения скорости подачи трубы - уменьшением коэффициента k_r в выражении (33). Однако при этом снижается производительность обработки. Кроме того, при уменьшении подачи, например, в два раза величина k_r уменьшится только в 1,5 раза, поскольку в коэффициент k_r величина подачи в степени $\approx 0,6$ входит в качестве сомножителя. При принятом в выражении (38) значении суммарной жесткости отношение $\varepsilon/\varepsilon_{\text{ост}} = 9,4375$, т. е. увеличится примерно в 1,425 раза.

Намного более эффективным способом уменьшения остаточного эксцентриситета трубы является применение четырехрезцовой головки вместо двухрезцовой. Как показано ранее, при этом гармонические составляющие силового возмущающего воздействия на люнет по каждой координате теоретически отсутствуют. Реально такие составляющие полностью не устраняются, но их амплитуды будут существенно меньше, чем при обработке двухрезцовой головкой. Это позволит при существующей жесткости люнета и соответствующей настройке следящей системы существенно уменьшить величину остаточного эксцентриситета труб.