КРИВАЯ ВИВИАНИ КАК РЕБРО ВОЗВРАТА ТОРСА

В.А. Короткий, Т.В. Бойцова

Кривая Вивиани – это линия пересечения сферы радиуса R и кругового цилиндра радиуса $R/2$, образующая которого проходит через центр сферы (рис. 1, 2).

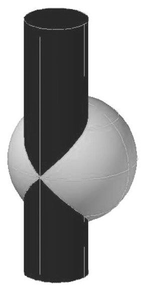

Рис. 1

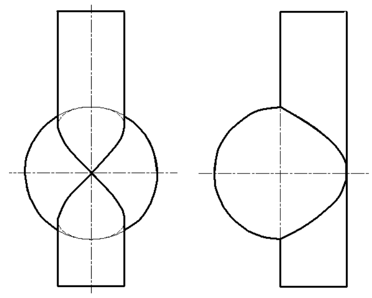

Рис. 2

Построим линейчатую поверхность с одной образующей и кривой Вивиани в качестве ребра возврата, используя как инструмент 3D-моделирование в программе AutoCAD (рис. 3).

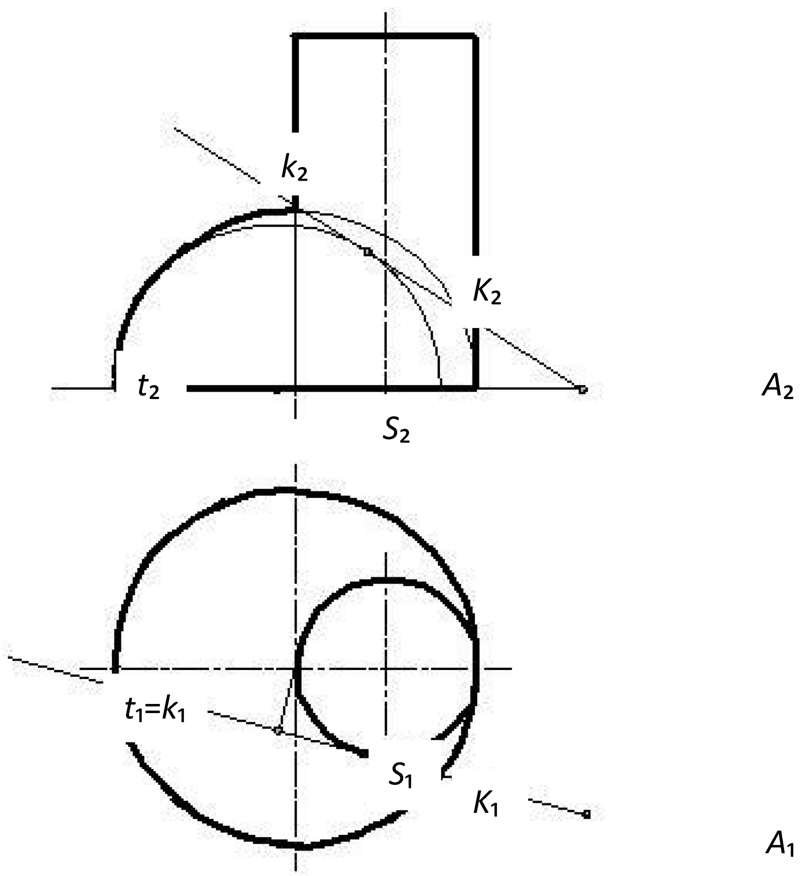

Рис. 3

Разберем алгоритм построения произвольной касательной к кривой Вивиани, то есть касательной одновременно к сфере и цилиндру. Из произвольной точки *A* проведем в плоскости основания полусферы и цилиндра касательную к окружности цилиндра *t*. Найдем линию сечения сферы вертикальной плоскостью, проходящей через касательную *t*, центр найденной окружности *S*. В этой же вертикальной плоскости из точки *A* проведем прямую, касательную к найденной окружности в точке *K*. Эта прямая является касательной одновременно и к сфере, и к цилиндру. Повторяя алгоритм несколько раз, найдем множество прямых, касательных к кривой Вивиани, которые делятся точкой касания на два луча. Эти лучи образуют две полости торса (рис. 4, 5).

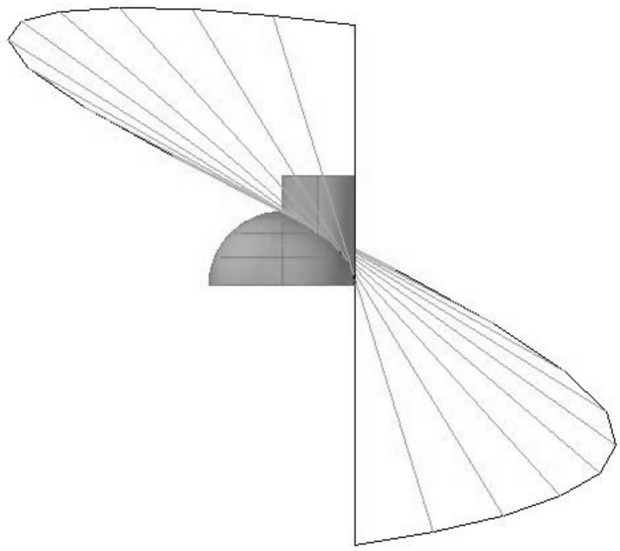

Рис. 4

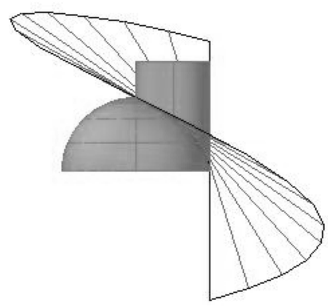

Рис. 5

Получилась трехмерная каркасная модель торсовой поверхности. Используя возможности объемного моделирования AutoCADа преобразуем ее в твердотельную модель, которая более полно отражает реальные свойства объекта. Замечаем наличие самопересечения.

Линия самопересечения торса лежит в общей плоскости симметрии цилиндра и сферы, это естественно, исходные тела симметричны, значит, и торс симметричен.

Для наглядности торс разрезан общей плоскостью симметрии, хорошо видна линия самопересечения (рис. 6).

Итак, получена 3D-солид модель торса с ребром возврата – алгебраическая кривая четвертого порядка и алгебраическая поверхность восьмого порядка, имеющая линию самопересечения.

Рассмотрим существенное отличие нового способа геометрического моделирования торсовой поверхности от известных.

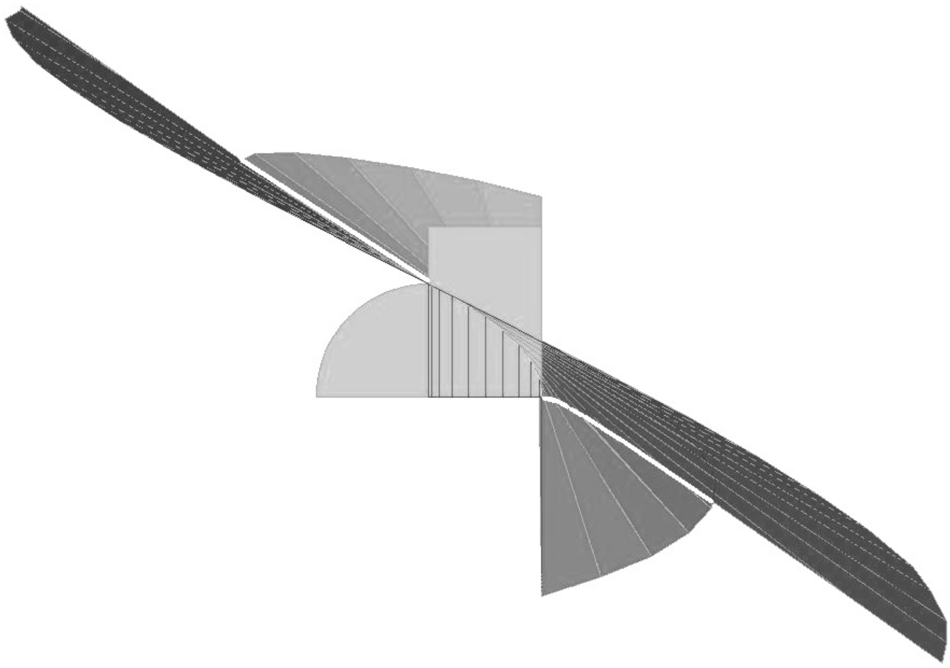

Рис. 6

Известный способ состоит в следующем. В данную пространственную кривую вписываем ломаную линию 1–2–3–4. Соседние участки этой ломаной линии образуют многогранную поверхность (на рис. 7 показаны всего две грани). Этот многогранник называют приближенной моделью торсовой поверхности. Недостаток этой приближенной модели (описанной во всех учебниках) в том, что на поверхности многогранника нет ни единой истиной образующей торса, а только секущие. Потому что на самом деле торсовая поверхность должна быть составлена из прямых линий, касательных к кривой возврата, а на этом многограннике нет ни одной касательной.

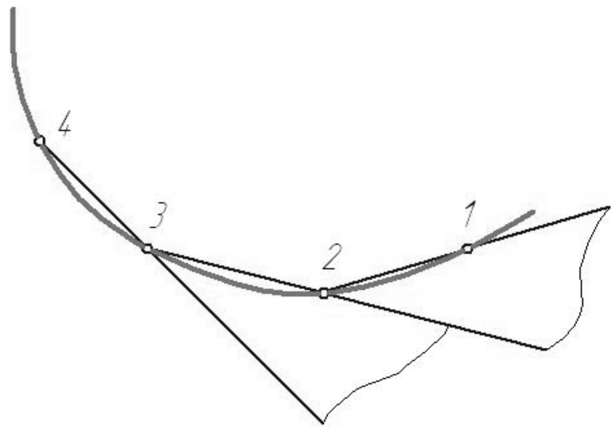

Рис. 7

Построим более точную модель. Конечно, она тоже будет приближенной, но будет содержать на своей поверхности истинные касательные к ребру возврата (то есть истинные, совершенно точные образующие торса), что вносит существенный вклад в развитие компьютерной графики.

В «старой» модели через произвольную точку на ребре возврата проходило всего две прямые и соответственно всего две грани.

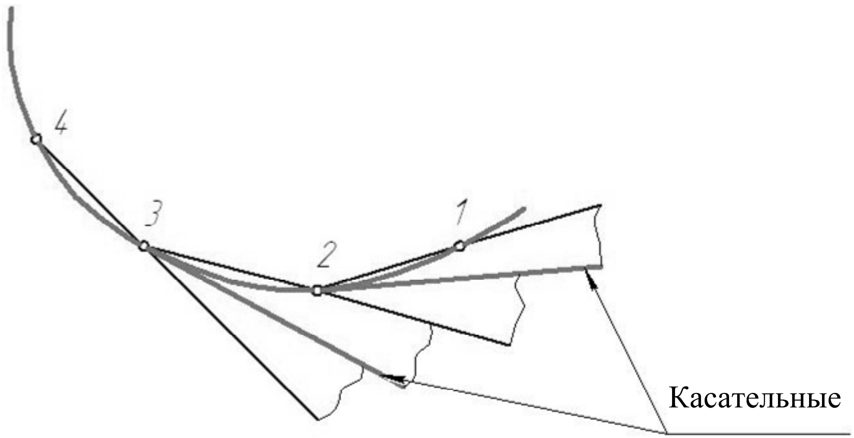

Рис. 8

В «новой» модели (рис. 8) через произвольную точку (например, через точку 2) проходит три прямые. Одна из них касательная t (в точке 2). Поэтому через каждую точку кривой проходит три грани. На той же самой сетке точек 1, 2, 3, 4 – в два раза больше граней.

Библиографический список

1. Кривошапко, С.Н. Торсовые поверхности и оболочки: справ. / С.Н. Кривошапко. – М: Изд-во УДН, 1991. – 287 с.