

## ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МНОГОЭТАЖНОГО КАРКАСНОГО ЗДАНИЯ НА ДЕЙСТВИЕ ИМПУЛЬСОВ СИНУСОИДАЛЬНОЙ ФОРМЫ

Л.М. Артемьева

Проводится анализ колебаний многоэтажного каркасного здания, моделируемого дискретной расчетной схемой и деформирующегося по форме сдвига, на действие синусоидального периодического импульса. Динамическая задача решается с помощью временного анализа, обеспечивающего надежную оценку реакции системы при сложном характере демпфирования и внешнего воздействия.

### Введение

Современные конструкции испытывают сложные динамические нагрузки эксплуатационного и специального характера в виде ударов, импульсов, групп импульсов и т.д. Однако решение задачи о действии периодических кратковременных импульсов на систему с несколькими степенями свободы при учете внутреннего трения еще в недавнем прошлом не представлялось возможным [1] и наибольшие во времени перемещения системы оценивались весьма приближенно. С развитием более совершенных методов динамического анализа можно рассматривать реальную работу конструкций с учетом принятых допущений.

### Общая информация

Наиболее эффективным методом динамического расчета упруго-вязких дискретных систем является временной анализ реакции, базирующийся на алгебраических подходах. Уравнение движения дискретной диссипативной системы и его алгебраический аналог - уравнение движения собственных форм - записываются в виде [2]:

$$M \ddot{Y}(t) + C \dot{Y}(t) + KY(t) = P(t), \quad (1)$$

$$MS^2 + CS + K = 0, \quad (2)$$

где  $M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n)$ ,  $C = C^T = [c_{ij}]$ ,  $K = K^T = [r_{ij}] \in M_n(R)$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ) - положительно определенные матрицы инерции, демпфирования и жесткости соответственно;  $Y(t)$  - вектор искоемых перемещений;  $P(t)$  - вектор заданных внешних сил;  $S \in M_n(C)$  - матрица внутренних динамических характеристик системы, определяющая коэффициенты демпфирования, собственные частоты и формы колебаний.

Уравнение реакции, полученное на основе анализа уравнения (2), представляется в матричной форме интеграла Дюамеля:

$$Y(t) = 2 \text{Re} \left\{ \Phi(t-t_0) U^{-1} M [-\bar{S}Y_0 + \dot{Y}_0] + U^{-1} \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)^T P(\tau) d\tau \right\}, \quad (3)$$

где  $U = 2i \cdot M \text{Im} S$  ( $\text{Im} S$  - мнимая часть  $S$ );  $\Phi(t) = e^{St}$  - матричная экспонента;  $Y_0, \dot{Y}_0$  - векторы начальных перемещений и скоростей;  $\bar{S}$  - матрица, сопряженная к  $S$ .

Уравнение реакции (3) является наиболее общей формой записи уравнения для динамической системы и содержит реакцию системы при свободных колебаниях (первое слагаемое в фигурных скобках) и реакцию при вынужденных колебаниях (второе слагаемое). В частности, из этого уравнения можно получить реакцию системы при действии группы периодических импульсов синусоидальной формы (рис. 1). Перемещения и скорости узлов системы на активном участке действия  $i$ -го импульса длиной  $t_i$  определяются уравнениями:

$$Y(t) = 2 \text{Re} \left\{ \Phi(t-t_{i-1}) U^{-1} M [-\bar{S}Y_0 + \dot{Y}_0] + X(t)P_0 \right\},$$

$$\dot{Y}(t) = 2 \text{Re} \left\{ S \left[ \Phi(t-t_{i-1}) U^{-1} M [-\bar{S}Y_0 + \dot{Y}_0] + X(t)P_0 \right] \right\},$$

$$X(t) = \left[ \theta \Phi(t-t_{i-1}) - S \sin(\theta(t-t_{i-1})) - \theta \cos(\theta(t-t_{i-1})) \right] \left[ U(S^2 + \theta^2) \right]^{-1}.$$

Здесь  $\theta = \text{diag}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  - матрица угловых частот;  $t_{i-1}, t_i'$  - моменты начала и окончания действия  $i$ -го импульса.

Выражения для перемещений и скоростей системы при свободных колебаниях после окончания действия  $i$ -го импульса имеют вид:

$$Y(t) = 2 \text{Re} \left\{ \Phi(t-t_i') U^{-1} M [-\bar{S}Y_0 + \dot{Y}_0] \right\},$$

$$\dot{Y}(t) = 2 \text{Re} \left\{ S \Phi(t-t_i') U^{-1} M [-\bar{S}Y_0 + \dot{Y}_0] \right\}.$$

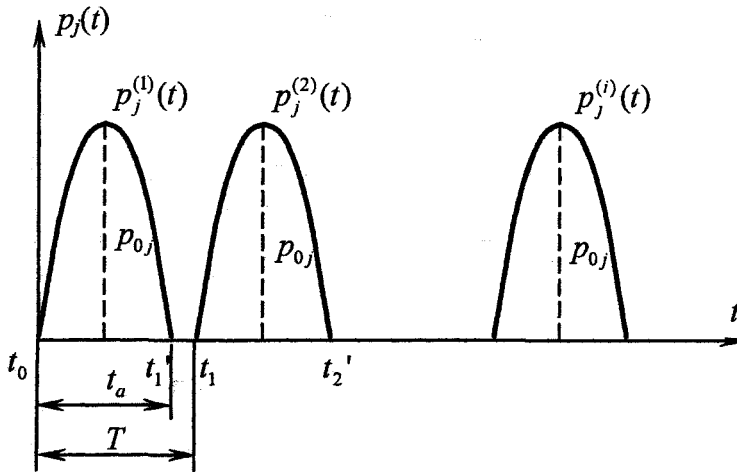


Рис. 1. Модель внешней нагрузки

**Численная реализация разрешающих уравнений**

Проведен анализ колебаний 15-этажного каркасного здания постоянной жесткости при действии группы импульсов синусоидальной формы. Очертания здания в плане и общий вид представлены на рис. 2. Шаг колонн  $L = 6$  м, высота этажа  $h_{эт} = 3,3$  м. Плотность материала конструкций  $2,2 \text{ т/м}^3$ ; модуль упругости  $2,05 \cdot 10^7 \text{ кН/м}^2$ . Система имеет  $3 \times 15 = 45$  степеней свободы: два линейных и одно угловое смещение в горизонтальной плоскости каждого перекрытия.

Внешняя нагрузка в уровне перекрытия каждого этажа задается группой периодических им-

пульсов синусоидальной формы (см. рис. 1), которую можно представить как модель ветровой нагрузки. Амплитудное значение ветровой нагрузки определяется в соответствии со СНиП [4] (III-й ветровой район, тип местности А) и меняется в зависимости от этажа в пределах  $P_1 = 28,215 \text{ кН}$  до  $P_{15} = 63,954 \text{ кН}$ .

Внешние динамические параметры системы (матрицы инерции, жесткости и демпфирования) определяются приложении, разработанном на базе программного комплекса Matlab. Матрица демпфирования соответствует модели непропорционального демпфирования и определяется по формуле [2]:  $C = KT$ , где  $T = \text{diag}(t_1, t_2, \dots, t_n)$ ,

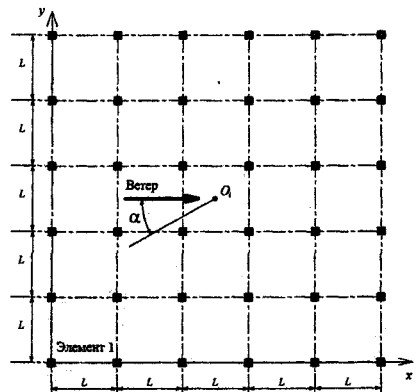
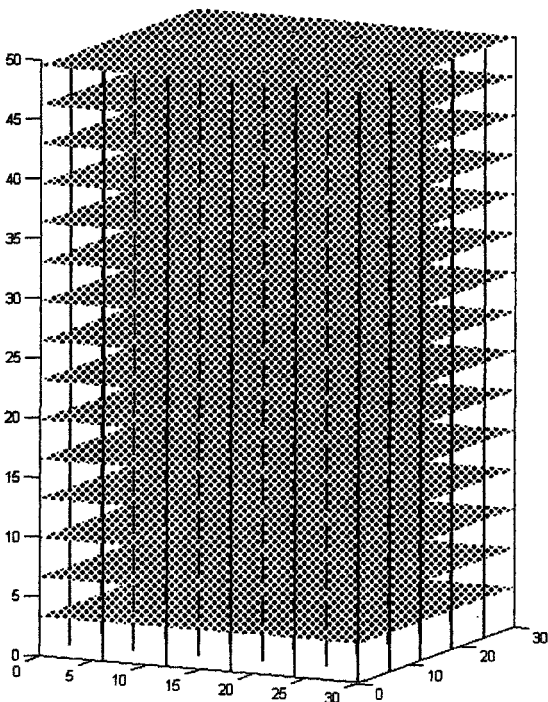


Рис. 2. Общий вид здания, план этажа

$$t_i = \frac{\delta}{\pi} \sqrt{\frac{m_i}{r_{ii}}}, \quad \delta - \text{логарифмический декремент}$$

колебаний;  $m_i, r_{ii}$  - диагональные элементы матриц инерции и жесткости. Поскольку такая матрица демпфирования не является симметричной, необходимо преобразовать уравнение (1), умножив его справа на матрицу  $K^{-1}M$ . В результате получим уравнение симметричными матрицами-коэффициентами:

$$MK^{-1}M\ddot{Y}(t) + TM\dot{Y}(t) + MY(t) = P(t)K^{-1}M.$$

Внутренние динамические параметры системы (матрицы коэффициентов демпфирования, собственных форм колебаний и собственных частот) определяются на основе матрицы  $S$ , так как они являются собственными значениями этой матрицы. Собственные частоты здания представлены в табл. 1. Вследствие симметрии здания в плане частоты, соответствующие линейным формам колебаний, дублируются.

Анализ колебаний каркаса проводился при варьировании длины импульса  $t_a$ , периода его действия  $T_p$  и угла  $\alpha$  действия нагрузки. Графики (рис. 3-5) построены при периодичности действия

импульсов  $T_p = T_1/2 = 0,76$  с, где  $T_1 = 1,522$  с - период основного тона колебаний каркаса.

Анализ полученных поверхностей показывает, что максимальные перемещения вдоль оси  $x$  возникают в здании при  $\alpha = 0^\circ$ , а вдоль оси  $y$  при  $\alpha = 90^\circ$ ; максимальные суммарные перемещения и нормальные напряжения в колоннах возникают при  $\alpha = 45^\circ$ . Это не противоречит расчетам, выполненным в программном комплексе Лира, что позволяет говорить о достоверности результатов.

Максимальное суммарное перемещение  $\delta_{\max} = 2,25$  см, максимальное напряжение  $\sigma_{\max} = 4,71$  МПа. С увеличением длины импульса растут перемещения и напряжения (см. рис. 3, 5). Максимальные нормальные напряжения, возникающие в колоннах различных этажей, показаны на рис. 6.

В связи с тем, что жесткость здания по высоте постоянна (рис. 7а), величина максимальных нормальных напряжений с увеличением номера этажа монотонно убывает (кривая а на рис. 6). В случае здания со ступенчато переменной жесткостью (рис. 7б) в уровне этажа с измененной жесткостью наблюдается резкий скачок напряжений (кривая б, рис. 6).

Таблица 1

Спектр частот собственных колебаний здания

№ п/п	Частота, 1/с	Число повторений	№ п/п	Частота, 1/с	Число повторений	№ п/п	Частота, 1/с	Число повторений
1	4,1294	2	11	42,9182	2	21	74,4559	2
2	4,8862	1	12	49,6139	2	22	77,3372	2
3	12,3404	2	13	50,7841	1	23	78,6396	1
4	14,6022	1	14	55,8053	2	24	79,4225	2
5	20,4098	2	15	58,707	1	25	80,6846	2
6	24,1504	1	16	61,4383	2	26	83,7938	1
7	28,2485	2	17	66,0332	1	27	88,102	1
8	33,4258	1	18	66,4591	2	28	91,5114	1
9	35,7753	2	19	70,815	2	29	93,9788	1
10	42,3321	1	20	72,6985	1	30	95,4723	1

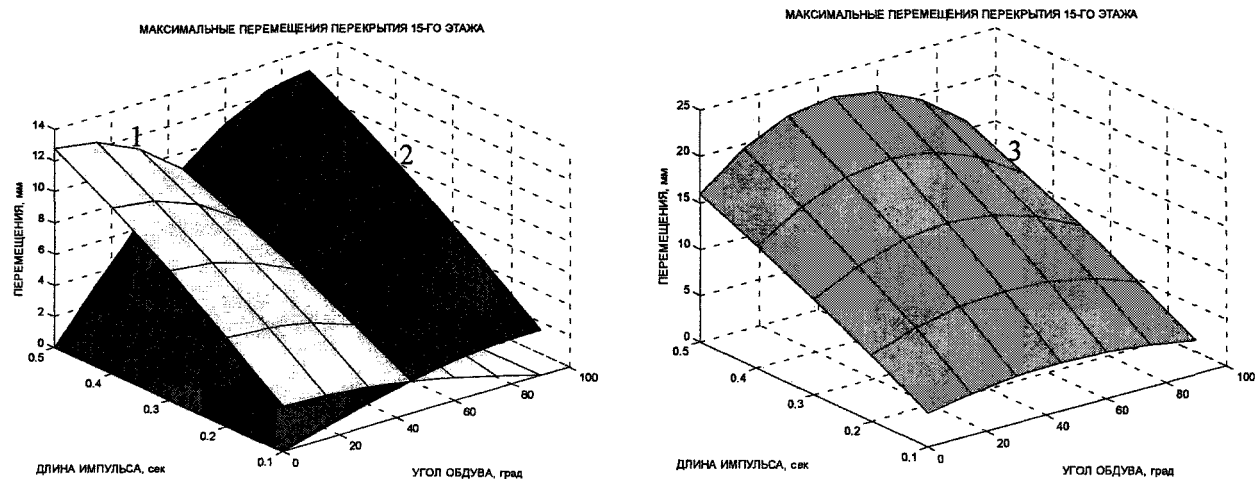


Рис. 3. Поверхности линейных смещений перекрытия 15-го этажа (1 - вдоль оси  $x$ , 2 - вдоль оси  $y$ , 3 - суммарные)

Графики (рис. 8, 9) построены при угле действия нагрузки  $\alpha = 45^\circ$ .

Максимальные суммарные перемещения  $\delta_{\max} = 6,6$  см (рис. 8а) и напряжения  $\sigma_{\max} = 14,1$  МПа (рис. 9а) возникают при совпадении периода внешней нагрузки  $T_p = 1,5$  с периодом основного

тона колебаний здания  $T_1 = 1,522$  с. В данном случае имеет место явление резонанса. Поскольку учитывается внутреннее трение, резонансные амплитуды являются конечными, что согласуется с известными источниками [5].

Резонанс возникает также при совпадении

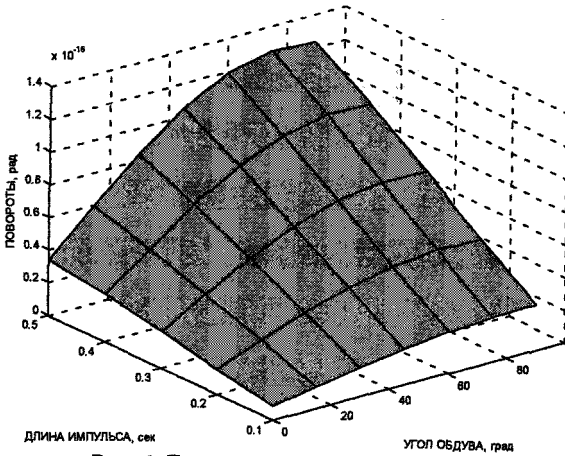


Рис. 4. Поверхность углов поворота перекрытия 15-го этажа

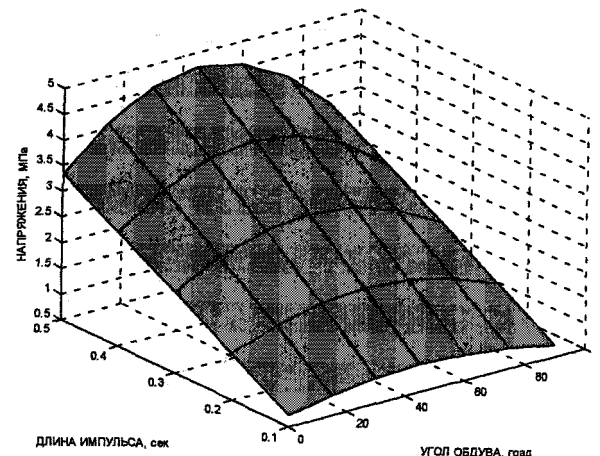


Рис. 5. Поверхность максимальных нормальных напряжений в колоннах

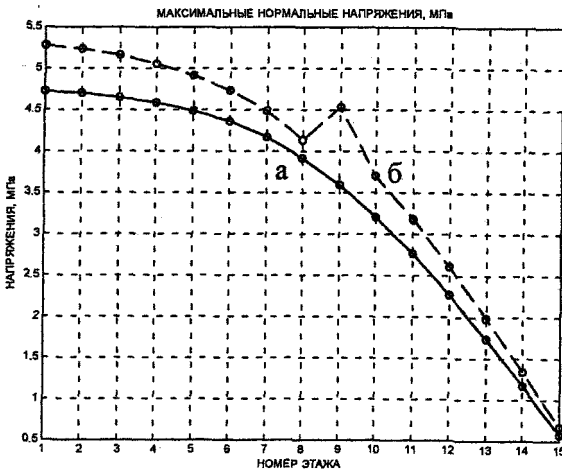


Рис. 6. Максимальные нормальные напряжения по этажам

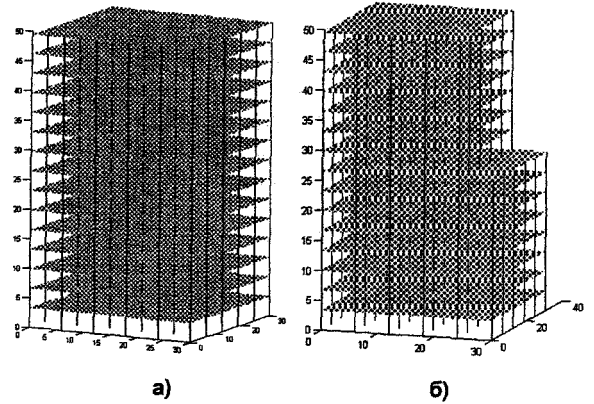


Рис. 7. Схемы зданий: а – постоянной, б – ступенчато-переменной жесткости

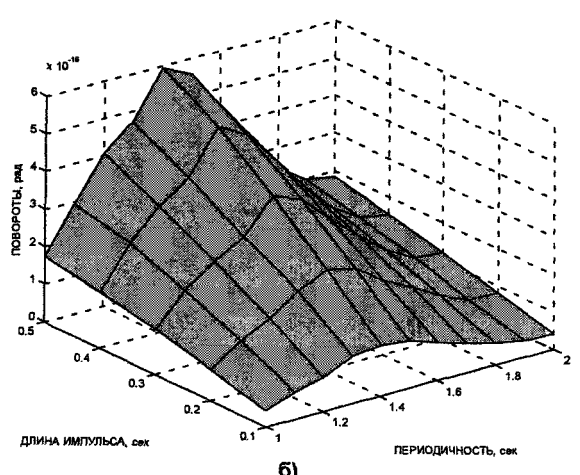
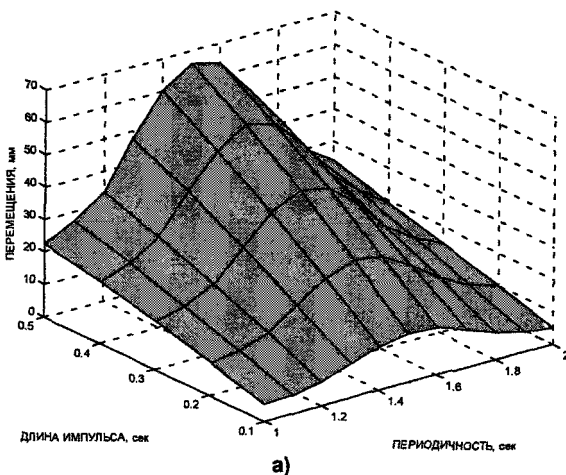


Рис. 8. Поверхности линейных смещений (а) и углов поворота (б) перекрытия 15-го этажа

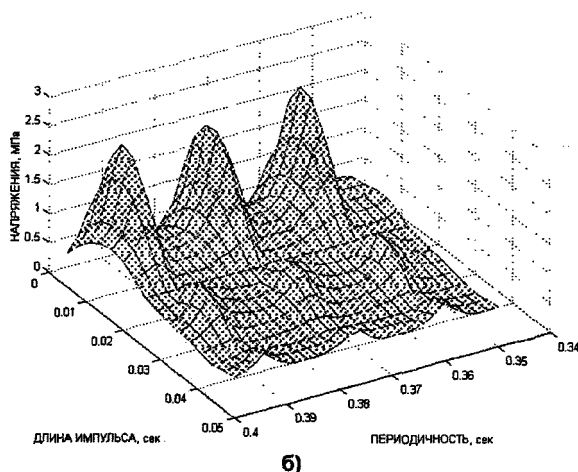
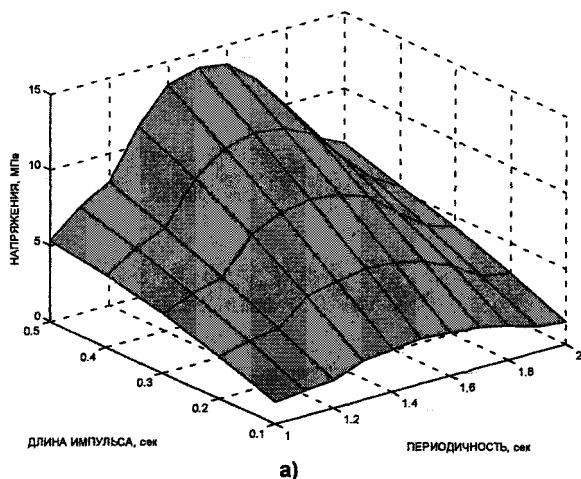


Рис. 9. Поверхности максимальных нормальных напряжений в колоннах

частоты внешней нагрузки с собственными частотами более высокого порядка (рис. 9б).

Приведенные результаты решения динамической задачи при действии периодических импульсов с учетом внутреннего трения показывают возможность получения замкнутых решений для различных приложений динамики дискретных диссипативных конструкций. Данная методика может быть использована в традиционно трудных для анализа задачах с неустановившимися режимами колебаний, для оптимизации проектирования строительных конструкций, поскольку отражает картину реальной работы сооружения в рамках принятых допущений.

### Литература

1. Динамический расчет зданий и сооружений / М.Ф. Барштейн, В.А. Ильичев, Б.Г. Корнев и др.;

Под ред. Б.Г. Корнева, ИМ. Рабиновича. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Стройиздат, 1984. - 303 с.

2. Потапов А.Н. Динамический анализ дискретных диссипативных систем при нестационарном воздействии: Монография. — Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. - 167 с.

3. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. - М.: Наука, 1977.-831 с.

4. СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия/ Госстрой СССР. - М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. -36 с.

5. Киселев В.А. Строительная механика// Специальный курс: Динамика и устойчивость сооружений. -М.: Стройиздат, 1980. -616 с.