

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ВИБРОАКТИВНОСТИ БУКСЫ ВАГОНА

А.М. Захезин, Д.Ю. Иванов

Рассмотрена математическая модель виброактивности буксы вагона при его движении по рельсам. Представленная модель позволяет учесть эксплуатационные нагрузки в вертикальном и горизонтальном направлениях. Эксплуатационные нагрузки рассчитаны на основании реальных отклонений рельсовых нитей от их осей.

Виброакустическая диагностика машин и оборудования получила широкое применение в силу ряда преимуществ. Такими преимуществами являются безразборность, одинаковость структуры вибрации типового оборудования и его комплектующих, возможность использования разработанного аппарата спектрально-корреляционного анализа и декрементов случайного процесса вибрации. На этой основе дальнейшее развитие виброакустической диагностики с целью контроля технического состояния на стадии изготовления и монтажа, на стадии эксплуатации является актуальным. Кроме того, широкий класс характеристик случайной вибрации позволяет оперативно определять возникающие неисправности и определять ресурс работы машин по времени наработки.

Чувствительность вибрации механических систем к небольшим изменениям их состояния делает анализ вибраций мощным средством диагностики. Так как диагностическая информация содержится в случайной вибрации механических систем и отдельных ее комплектующих, то в процессе диагностирования должны сравниваться характеристики вибрации «первоначального состояния» с «текущими». Для успешного решения задачи вибродиагностики необходимо рассмотреть следующие вопросы: выбор типовых звеньев механической системы, выбор интервала периодичности освидетельствования механической системы, выбор места установки датчиков, выбор типа измерений и вида характеристик случайного процесса вибрации, задание типовых эксплуатационных режимов работы, выбор характеристик ресурса работы и состояния механической системы.

Отсутствие экспериментальной информации о техническом состоянии буксы предполагает на первом этапе воспользоваться математической моделью, которая позволит получить характеристики виброактивности буксы вагона с некоторым приближением.

Аналитическое исследование пространственной виброактивности транспортного средства (ТС) проводится на основе математического описания его расчетной схемы, которая отражает с некоторыми допущениями особенности динамики взаимодействия его частей под действием эксплуатационных нагрузок.

Исследование виброактивности ТС в низкочастотном диапазоне позволяет существенно упростить расчетную схему и представить его в виде динамической системы, состоящей из ряда твердых тел, соединенных безынерционными упругими и демпфирующими элементами. На относительное перемещение масс накладываются ограничения, характер которых зависит от конструктивного выполнения подвески.

Дифференциальные уравнения движения составим в системе координат $Sxyz$ м. рисунок) с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода.

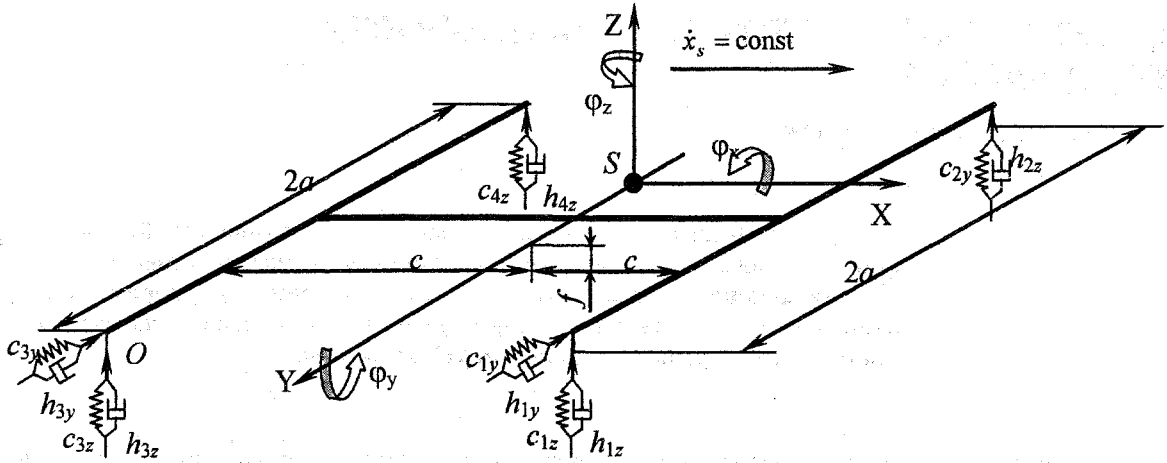
Положение ТС определяется обобщенными координатами:

$$q_i = (z_s, y_s, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z), (i=1...5),$$

где z_s, y_s - перемещения центра масс ТС от горизонтальной и вертикальной плоскости; $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ - углы поперечного, продольного крена и угол рыскания.

Кинетическая энергия ТС тогда запишется:

$$T = \frac{M}{2} (\dot{x}_s^2 + \dot{y}_s^2 + \dot{z}_s^2) + \frac{J_{xs} \dot{\varphi}_x^2}{2} + \frac{J_{ys} \dot{\varphi}_y^2}{2} + \frac{J_{zs} \dot{\varphi}_z^2}{2}. \quad (1)$$



Обозначим соответственно:

сжатие рессорных комплектов:

$$\begin{aligned} \delta_{1z} &= z_s - c\varphi_y - a\varphi_x - h_{1z}, \\ \delta_{2z} &= z_s - c\varphi_y + a\varphi_x - h_{2z}, \\ \delta_{3z} &= z_s + c\varphi_y - a\varphi_x - h_{3z}, \\ \delta_{4z} &= z_s + c\varphi_y + a\varphi_x - h_{4z}, \end{aligned} \quad (2)$$

сдвиг рессорных комплектов по оси y:

$$\begin{aligned} \delta_{1y} &= y_s + c\varphi_z - f\varphi_x - h_{1y}, \\ \delta_{2y} &= y_s + c\varphi_z + f\varphi_x - h_{1y}, \\ \delta_{3y} &= y_s - c\varphi_z + f\varphi_x - h_{3y}, \\ \delta_{4y} &= y_s - c\varphi_z + f\varphi_x - h_{3y}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $h_{1z}, h_{2z}, h_{3z}, h_{4z}$ - возмущение по оси z; h_{1y}, h_{3y} - возмущение по оси y.

Перемещение точки O:

$$x_O = x_s - f\varphi_y, \quad y_O = y_s - c\varphi_z + f\varphi_x, \quad z_O = z_s + c\varphi_y - a\varphi_x. \quad (4)$$

Согласно определению обобщенные силы запишутся в виде:

$$\begin{aligned} Q_{z_s} &= F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + F_{4z} + F_s, & Q_{\varphi_x} &= -F_{1z}a + F_{2z}a - F_{3z}a + F_{4z}a, \\ Q_{\varphi_y} &= 0, & Q_{\varphi_z} &= -F_{1y}c + F_{2y}c - F_{3y}c + F_{4y}c. \end{aligned} \quad (5)$$

Вертикальная составляющая полной силы по оси z в j-й подвеске запишется как

$$F_{jz} = c_{jz}\delta_{jz} + r_{jz}\dot{\delta}_{jz}, \quad (j=1, 2, 3, 4), \quad (6)$$

где c_{jz} - жесткость j-й подвески; r_{jz} - коэффициент сопротивления j-го амортизатора. Горизонтальная составляющая полной силы по оси y в j-й подвеске запишется как

$$F_{jy} = c_{jy}\delta_{jy} + r_{jy}\dot{\delta}_{jy}, \quad (j=1, 2, 3, 4), \quad (7)$$

где c_{jy} - жесткость j-й подвески на сдвиг; r_{jy} - коэффициент сопротивления j-го амортизатора.

Приведем преобразование входных воздействий к виду:

$$\begin{aligned} q_z(t) &= (h_{1z} + h_{2z})/2, & q_z(t+\tau) &= (h_{3z} + h_{4z})/2, \\ q_y(t) &= h_{1y}, & q_y(t+\tau) &= h_{3y} = h_{1y}(t+\tau), \\ \psi(t) &= (h_{1z} - h_{2z})/2a, & \psi(t+\tau) &= (h_{3z} - h_{4z})/2a, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\tau = -2c/\dot{x}$ - запаздывание возмущения.

Дифференциальные уравнения движения ТС в продольной плоскости примут вид:

$$\begin{aligned} a''_{11}\ddot{z}_s + a'_{11}\dot{z}_s + a_{11}z_s + a'_{12}\dot{\varphi}_y + a_{12}\varphi_y &= b'_{11}\dot{q}_z(t) + b_{11}q_z(t) + b'_{12}\dot{q}_z(t+\tau) + b_{12}q_z(t+\tau), \\ a'_{21}\dot{z}_s + a_{21}z_s + a''_{22}\ddot{\varphi}_y + a'_{22}\dot{\varphi}_y + a_{22}\varphi_y &= b'_{21}\dot{q}_z(t) + b_{21}q_z(t) + b'_{22}\dot{q}_z(t+\tau) + b_{22}q_z(t+\tau), \\ a''_{33}\ddot{\varphi}_x + a'_{33}\dot{\varphi}_x + a_{33}\varphi_x &= b'_{31}\dot{\psi}_x(t) + b_{31}\psi_x(t) + b'_{32}\dot{\psi}_x(t+\tau) + b_{32}\psi_x(t+\tau), \\ a''_{41}\ddot{y}_s + a'_{41}\dot{y}_s + a_{41}y_s + a'_{45}\dot{\varphi}_z + a_{45}\varphi_z &= b'_{41}\dot{h}_{1y}(t) + b_{41}h_{1y}(t) + b'_{42}\dot{h}_{1y}(t+\tau) + b_{42}h_{1y}(t+\tau), \\ a'_{54}\dot{y}_s + a_{54}y_s + a''_{55}\ddot{\varphi}_z + a'_{55}\dot{\varphi}_z + a_{55}\varphi_z &= b'_{51}\dot{h}_{1y}(t) + b_{51}h_{1y}(t) + b'_{52}\dot{h}_{1y}(t+\tau) + b_{52}h_{1y}(t+\tau). \end{aligned} \quad (9)$$

В полученных уравнениях движения коэффициенты имеют следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 a''_{11} &= M, & a'_{11} &= 2(r_{1z} + r_{3z}), & a_{11} &= 2(c_{1z} + c_{2z}), & b'_{11} &= 2r_{1z}, & b_{11} &= 2c_{1z}, \\
 a'_{12} &= 2c(r_{3z} - r_{1z}), & a_{12} &= 2c(c_{3z} - c_{1z}), & & & b'_{12} &= 2r_{3z}, & b_{12} &= 2c_{3z}, \\
 a'_{21} &= -2c(r_{1z} + r_{3z}), & a_{12} &= a_{12}, & & & b'_{21} &= 2cr_{1z}, & b_{21} &= 2cc_{1z}, \\
 a''_{22} &= J_{ys}, & a'_{22} &= 2c^2(r_{1z} + r_{3z}), & a_{22} &= 2c^2(c_{1z} + c_{3z}), & b'_{22} &= -2cr_{3z}, & b_{22} &= -2cc_{3z}, \\
 a''_{33} &= J_{xs}, & a'_{33} &= 2a^2(r_{1z} + r_{3z}), & a_{33} &= 2a^2(c_{1z} + c_{3z}), & b'_{31} &= 2a^2r_{1z}, & b_{31} &= 2a^2c_{1z}, \\
 a'_{41} &= 2(r_{1y} + r_{3y}), & a_{41} &= 2(c_{1y} + c_{3y}), & & & b'_{32} &= 2a^2r_{3z}, & b_{32} &= 2a^2c_{3z}, \\
 a'_{45} &= 2c(r_{1y} + r_{3y}), & a_{45} &= 2c(c_{1y} - c_{3y}), & & & b'_{41} &= 2r_{1y}, & b_{41} &= 2c_{1y}, \\
 a'_{54} &= a'_{45}, & a_{54} &= a_{45}, & & & b'_{42} &= 2r_{3y}, & b_{42} &= 2c_{3y}, \\
 a''_{55} &= J_{zs}, & a'_{55} &= 2c^2(r_{1y} + r_{3y}), & a_{55} &= 2c^2(c_{1y} + c_{3y}), & b'_{51} &= -2cr_{1y}, & b_{51} &= -2cc_{1y}, \\
 & & & & & & b'_{52} &= 2cr_{3y}, & b_{52} &= -2cc_{3y}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь a'' , a' , a - коэффициенты соответственно инерции, демпфирования и жесткости; b' , b - коэффициенты, преобразующие возмущения и их производные в обобщенные силы.

Применив преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях и отнеся все к соответствующим входным воздействиям получим уравнения для передаточных функций:

$$\begin{aligned}
 W_{zs} (s^2 a''_{11} + sa'_{11} + a_{11}) + W_{\varphi y} (sa'_{12} + a_{12}) &= b'_{11}s + b_{11} + b'_{12}se^{-\omega\tau} + b_{12}se^{-\omega\tau}; \\
 W_{zs} (sa'_{11} + a_{11}) + W_{\varphi y} (s^2 a''_{22} + sa'_{22} + a_{22}) &= b'_{21}s + b_{21} + b'_{22}se^{-\omega\tau} + b_{22}se^{-\omega\tau}; \\
 W_{\varphi x} (s^2 a''_{33} + sa'_{33} + a_{33}) &= b'_{31}s + b_{31} + b'_{32}se^{-\omega\tau} + b_{32}se^{-\omega\tau}; \\
 W_{ys} (s^2 a''_{41} + sa'_{41} + a_{41}) + W_{\varphi x} (sa'_{45} + a_{45}) &= b'_{41}s + b_{41} + b'_{42}se^{-\omega\tau} + b_{42}se^{-\omega\tau}; \\
 W_{ys} (sa'_{54} + a_{54}) + W_{\varphi x} (s^2 a''_{55} + sa'_{55} + a_{55}) &= b'_{51}s + b_{51} + b'_{52}se^{-\omega\tau} + b_{52}se^{-\omega\tau},
 \end{aligned} \tag{11}$$

где $W_{zs} = \frac{Z_s(i\omega)}{q_z(i\omega)}$, $W_{\varphi y} = \frac{\Phi_y(i\omega)}{q_z(i\omega)}$, $W_{\varphi x} = \frac{\Phi_x(i\omega)}{q_y(i\omega)}$, $W_{ys} = \frac{Y_s(i\omega)}{q_y(i\omega)}$, $W_{\varphi z} = \frac{\Phi_z(i\omega)}{q_y(i\omega)}$ - частотные

характеристики обобщенных координат.

Используя одностороннее преобразование Фурье получаем систему алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами, по которой из первых двух уравнений определяем частотные характеристики по обобщенным координатам z_s , φ_y ; третье уравнение определяет частотную характеристику по обобщенной координате φ_x ; и, наконец, последние два уравнения определяют частотные характеристики по обобщенным координатам y_s , φ_z .

Теперь мы можем получить характеристики виброактивности в любой точке ТС. Например, в точке расположения буксы спектральная плотность виброускорения по соответствующим координатам определится следующим образом:

$$\begin{aligned}
 S_x &= \omega^4 f |W_{\varphi y}|^2 S_{qz}(\omega), \\
 S_y &= \omega^4 \left\{ \left[|W_{ys}|^2 - c |W_{\varphi z}|^2 \right] S_{qy}(\omega) + f |W_{\varphi x}|^2 S_{\varphi x}(\omega) \right\}, \\
 S_z &= \omega^4 \left\{ \left[|W_{zs}|^2 + c |W_{\varphi y}|^2 \right] S_{qz}(\omega) - a |W_{\varphi x}|^2 S_{\varphi x}(\omega) \right\},
 \end{aligned} \tag{12}$$

где S_{qz} , S_{qy} , $S_{\varphi x}$ - спектральные плотности входного воздействия.

Формулы являются основным соотношением в частотной области, дающим решение задачи виброактивности ТС, т.е. характеризуют прохождение стационарного процесса возмущений от профиля пути на стационарную линейную систему. В частности формулы (12) позволяют решить задачу вибронгруженности буксы на стадии проектирования.

В общем случае математическая модель вертикальных и боковых возмущений может быть представлена в виде [1-6] (см. таблицу):

Расчет и конструирование

$$S_{(\omega)}^{верт} = S_{qz} + S_{yx} + S_{стык}^{верт} + S_{пути}^{верт} + S_{колес},$$

$$S_{(\omega)}^{бок} = S_{стык}^{бок} + S_y,$$

$$S_{qz} = D_{qz} \frac{2\alpha_1 g^3 (\alpha_1^2 + \beta_1^2)}{\omega^4 + 2(\alpha_1^2 - \beta_1^2) g^2 \omega^2 + [(\alpha_1^2 + \beta_1^2) g^2]^2},$$

$$S_{yx} = D_{yx} \frac{4\alpha}{\pi} \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)^2},$$

(13)

где

$$S_{стык}^{верт} = \tau_0 \left(\frac{\pi}{4 \ln 2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\exp \left(-\frac{\omega^2 \tau^2}{16 \ln 2} \right) \right]^2 \left[\frac{2\pi}{g_0} m_n^2 \sum_{n=1}^4 \delta(\omega - n\omega_0) + \sigma_n^2 \right],$$

$$S_{пути}^{верт} = c \frac{g^2}{\omega^2},$$

$$S_{колес} = \frac{\alpha^2}{4} \delta(\omega - \omega_1),$$

$$S_{стык}^{бок} = k g \tau_0 \left(\frac{\pi}{4 \ln 2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\exp \left(-\frac{\omega^2 \tau^2}{16 \ln 2} \right) \right]^2 \left[\frac{2\pi}{g_0} m_n^2 \sum_{n=1}^4 \delta(\omega - n\omega_0) + \sigma_n^2 \right],$$

$$S_{qy} = k \frac{g^2}{\omega^2}.$$

Оценки и их доверительные границы	Объект – участок пути	Коэффициенты		
		α	β	$D_{qz}, \text{ мм}^2$
Среднее значение и доверительные границы для него	1	$\bar{\alpha} = 0,071$ (0,0705...0,0714)	$\bar{\beta} = 0,220$ (0,2116...0,2284)	$D_{qz} = 129,33$
	2	$\bar{\alpha} = 0,064$ (0,0625...0,0654)	$\bar{\beta} = 0,053$ (0,0526...0,0534)	$D_{qz} = 187,55$
	3	$\bar{\alpha} = 0,019$ (0,01857...0,01905)	$\bar{\beta} = 0,064$ (0,0659...0,0661)	$D_{qz} = 222,50$
Среднее квадратическое отклонение	1	$\sigma_{\alpha} = 0,0266$	$\sigma_{\beta} = 0,1150$	$\sigma_{D_{qz}} = 79,025$
	2	$\sigma_{\alpha} = 0,0475$	$\sigma_{\beta} = 0,0256$	$\sigma_{D_{qz}} = 91,270$
	3	$\sigma_{\alpha} = 0,0068$	$\sigma_{\beta} = 0,0576$	$\sigma_{D_{qz}} = 113,140$
Максимальное вероятностное значение	1	$\max \alpha = 0,1530$	$\max \beta = 0,565$	$\max D_{qz} = 461,36$
	2	$\max \alpha = 0,2060$	$\max \beta = 0,129$	$\max D_{qz} = 1468,65$
	3	$\max \alpha = 0,0394$	$\max \beta = 0,237$	$\max D_{qz} = 113,14$
Максимальное значение, полученное обработкой эксперимента	1	$\alpha_{\max} = 0,120$	$\beta_{\max} = 0,3900$	$D_{qz \max} = 262$
	2	$\alpha_{\max} = 0,152$	$\beta_{\max} = 0,0990$	$D_{qz \max} = 713$
	3	$\alpha_{\max} = 0,061$	$\beta_{\max} = 0,0152$	$D_{qz \max} = 335$
Минимальное значение, полученное обработкой эксперимента	1	$\alpha_{\min} = 0,035$	$\beta_{\min} = 0,08$	$D_{qz \min} = 54,43$
	2	$\alpha_{\min} = 0,015$	$\beta_{\min} = 0,022$	$D_{qz \min} = 64,20$
	3	$\alpha_{\min} = 0,012$	$\beta_{\min} = 0,052$	$D_{qz \min} = 61,07$

При использовании численных методов расчета характеристик виброактивности ТС необходимо иметь в виду, что динамические модели отражают динамические свойства объекта в ограниченном диапазоне частот. Поэтому при определении дисперсии виброускорения верхний предел интегрирования можно ограничить значением ω_{\max} , несколько превышающим высшую собственную частоту колебаний динамической модели ТС. Учитывая, что низкочастотные колебания ТС на частоте возмущения в два и более раз меньшей собственной низшей частоты имеют малую интенсивность, можно ограничить и нижний предел интегрирования значением ω_{\min} . Таким образом, дисперсия виброускорения по осям декартового пространства, в частности в точке расположения буксы, определится следующими формулами:

$$\begin{aligned}
 D_x &= \frac{1}{\pi} \int_{\omega_{21}}^{\omega_{22}} \omega^4 f |W_{\varphi y}| S_{qz}(\omega) d\omega, \\
 D_y &= \frac{1}{\pi} \int_{\omega_{41}}^{\omega_{42}} \omega^4 |W_{ys}|^2 S_{qy}(\omega) d\omega - \frac{c}{\pi} \int_{\omega_{51}}^{\omega_{52}} \omega^4 |W_{\varphi x}|^2 S_{qy}(\omega) d\omega + \frac{f}{\pi} \int_{\omega_{31}}^{\omega_{32}} \omega^4 |W_{\varphi x}|^2 S_{\psi x}(\omega) d\omega, \\
 D_z &= \frac{1}{\pi} \int_{\omega_{11}}^{\omega_{12}} \omega^4 |W_{zs}|^2 S_{qz}(\omega) d\omega + \frac{c}{\pi} \int_{\omega_{21}}^{\omega_{22}} \omega^4 |W_{\varphi y}|^2 S_{qz}(\omega) d\omega - \frac{a}{\pi} \int_{\omega_{31}}^{\omega_{32}} \omega^4 |W_{\varphi x}|^2 S_{\psi x}(\omega) d\omega; \\
 \omega_{11} &= \omega_{xs}^{\min}, \omega_{12} = \omega_{xs}^{\max}, \omega_{21} = \omega_{\varphi y}^{\min}, \omega_{22} = \omega_{\varphi y}^{\max}, \omega_{31} = \omega_{\varphi x}^{\min}, \omega_{32} = \omega_{\varphi x}^{\max}, \\
 \omega_{41} &= \omega_{ys}^{\min}, \omega_{42} = \omega_{ys}^{\max}, \omega_{51} = \omega_{\varphi z}^{\min}, \omega_{52} = \omega_{\varphi z}^{\max}.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Так как внешнее воздействие на ТС задается в сравнительно узком диапазоне частот, выражение (14) позволяет получить достоверный результат и в том случае, когда входные воздействия аппроксимируются не дифференцируемыми выражениями (13).

Дисперсии ускорений (14) можно использовать как базовые, увеличение которых в эксплуатационных режимах работы в первом приближении информирует о зарождающихся дефектах подшипников буксы.

Литература

1. Бук В.А., Захезин А.М. Определение прогиба подкранового рельса при движении по нему сосредоточенной нагрузки // В сб.: Динамика машин и рабочих процессов. - Челябинск: ЧПИ, 1983.
2. Бук В.А., Захезин А.М. Статистические характеристики рельсовых путей и их аппроксимация // В сб.: Динамика машин и рабочих процессов. - Челябинск: ЧПИ, 1980.
3. Камаев В.А. Оптимизация параметров ходовых частей железнодорожного подвижного состава. - М.: Машиностроение, 1980.
4. Иванов Д.Ю. Диагностика подшипников скольжения // В сборнике докладов и материалов II научно-технической конференции «Вибрационные машины и технологии». - Курск: КГТУ, 1995.
5. Юшина О.П. Феноменологический подход к проблеме контроля технического состояния подшипников качения // В сборнике докладов и материалов II научно-технической конференции «Вибрационные машины и технологии». - Курск: КГТУ, 1995.
6. Zakhezín A.M., Malysheva T.V., Ivanov D.U. The evolution of the influence of elastic-viscous properties of a crane-runway on the transport-technological vehicle (TTV) random fluctuations. Proceedings of the APVC-98, 1998.