

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

А.Л. Терёхин, Р.В. Сабельников, Т.В. Рандина

Проводится исследование газового истечения через сопло-поршень датчика давления «Воздух-1600» при малых числах Рейнольдса. Анализируется, насколько точно можно определять параметры потока путем численного моделирования при заданных условиях, и какое влияние оказывает состояние кромки на интегральную силовую характеристику. Представленные результаты говорят о том, что использование численного эксперимента является не только удобным методом решения задач такого уровня, но и дает возможность провести полный анализ течения.

Предприятием ООО «Метран-СТАР» (г. Челябинск) выпускаются датчики давления «Воздух-1600». Это эталоны давления первого разряда с классом точности 0,02, которые воспроизводят избыточные давления в диапазоне от 20 Па до 16 кПа. Принцип прибора состоит в преобразовании силовой характеристики поршня в давление (рис. 1). Наиболее интересующая область давлений от 20 Па до 1000 Па характеризуется малыми числами Рейнольдса. В данной работе поставлены следующие цели: определить на сколько точно можно проводить численный анализ течения газа при данных числах Re; проанализировать влияние состояния кромки на интегральную силу, воздействующую на поршень.

Таблица 1

$p, \text{Па}$	$M \cdot 10^3, \text{кг}$	$\dot{m} \cdot 10^6, \text{кг/с}$
279,50	13,9908	1,4
279,64	14,0080	1,4
279,90	14,0108	1,4
280,44	14,0408	1,4
281,47	14,0908	1,4
356,11	17,8154	2,8

Анализ исходных данных. При проведении физического эксперимента контролировались следующие характеристики:  $p$  - давление под поршнем,  $M$  - масса поршня,  $\dot{m}$  - массовый расход газа, подаваемый в систему сопло-поршень, экспериментальные данные представлены в табл. 1.

При численном моделировании использовалось 3 вида граничных условий: 1 - твердая стенка, 2 - граница постоянного давления (атмосфера), 3 - граница постоянной скорости (подача газа в систему). Численный эксперимент состоит из 2-х частей: 1) по результатам

предварительного эксперимента по нескольким точкам определяется конфигурация кромки сопла; 2) после определения кромки рассчитывается масса и сравнивается с экспериментальным значением. Максимальное число Рейнольдса для данного эксперимента равно:

$$Re = \frac{\Delta \cdot \vec{V} \cdot c}{\mu} = \frac{\dot{m}}{p \cdot D_0 \cdot m} = \frac{2,8 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot 12,35 \cdot 10^{-3} \cdot 1,8 \cdot 10^{-5}} \approx 4,$$

как показано в работе [2], это течение соответствует полностью ламинарному движению. Сжимаемость газа и теплоперенос от стенки не учитывается.

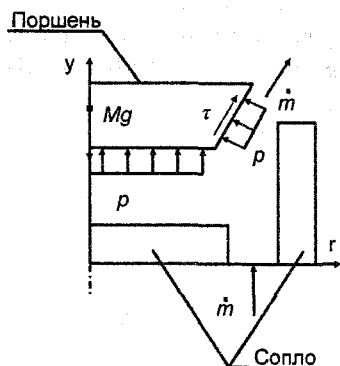


Рис. 1. Принципиальная схема прибора

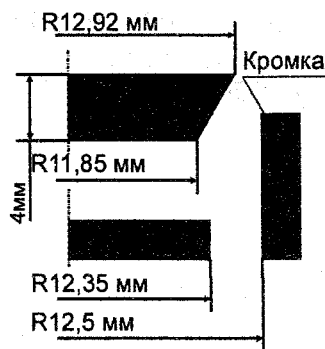


Рис. 2. Геометрия прибора

**Основные уравнения и вычислительный метод.** Вычислительный алгоритм основывается на методе контрольного объема (МКО) [3]. Основная идея МКО состоит в разбиении расчетной области на контрольные непересекающиеся объемы, таким образом, что каждая узловая точка содержится в контрольном объеме. Дифференциальное уравнение интегрируется по каждому контрольному объему. Одним из важных свойств МКО является то, что в нем заложено точное интегральное сохранение таких величин, как масса, количество движения и энергия на любой группе контрольных объемов и, следовательно, на всей расчетной области. Это свойство проявляется при любом числе узловых точек, а не только в предельном случае очень большого их числа. Решение на грубой сетке удовлетворяет точным интегральным балансам. В методе контрольного объема ищется решение в виде значений только в узловых точках. Интерполяционные формулы или профили рассматриваются как вспомогательные, необходимые для расчета интегралов

В качестве исходных уравнений используются уравнения Навье-Стокса для описания ламинарного движения вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости при отсутствии массовых сил в векторно-тензорной форме [4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \\ \frac{\partial u_k}{\partial t} + u_j \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_k}, \\ \tau_{jk} = \mu \cdot \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right). \end{cases}$$

МКО позволяет получить характеристики нестационарного течения газа, а также с помощью процесса установления, их стационарные значения для задач обтекания тел.

**Результаты численного эксперимента.** Численный эксперимент проводится в программе DinamLGTМ, модернизированной для решения задач газовой динамики несжимаемой жидкости. Рассматривается двумерное осесимметричное обтекание при различном состоянии кромки, радиусы скругления которой принимают значения: 0,035 мм, 0,07 мм, 0,15 мм и кромка, образованная фаской (рис. 3,4).

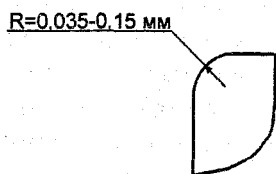


Рис. 3. Конфигурация кромки, образованной радиусом

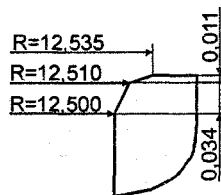


Рис. 4. Конфигурация кромки, образованной фаской

Общая интегральная сила, действующая на поршень, определялась как сумма касательных и нормальных. Данная сила уравнивается весом поршня  $Mg$ , при ускорении свободного падения  $g = 9,8144 \text{ м/с}^2$ . Погрешность численного вычисления определяется как разница между вычисленной интегральной силой, образованной вследствие воздействия газового потока и весом поршня, который известен из эксперимента. Погрешность определяется по формуле:

$$\delta = \frac{Mg[H] - F[H]}{Mg[H]} \cdot 100\%.$$

Численный эксперимент проводится последовательными приближениями. Изменяя высоту всплывающего поршня таким образом, что давление под поршнем достигает экспериментального при различных состояниях кромки.

**Этап I.** На рис. 5 показан характер изменения воздействующей силы газового потока в зависимости от давления под поршнем и состоянием кромки. Наименьшее отклонение от эксперимента показывает численный анализ при состоянии кромки состоящей из 2-х фасок (см. рис. 4). Максимальная погрешность вычислений при этом составляет 0,07% (рис. 6). Максимальное влияние касательных сил на интегральную силовую характеристику составляет 0,2% (рис. 8).

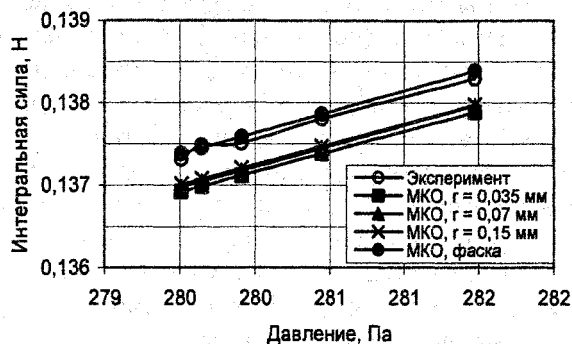


Рис. 5. Изменение интегральной силы от давления

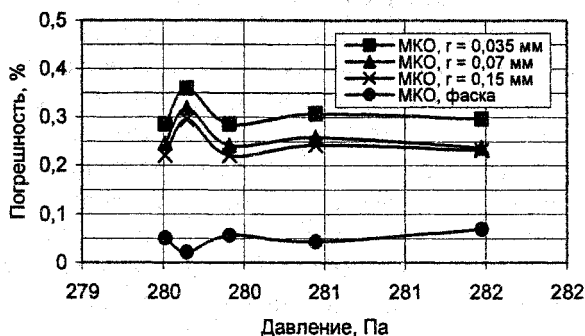


Рис. 6. Изменение погрешности вычислений от давления

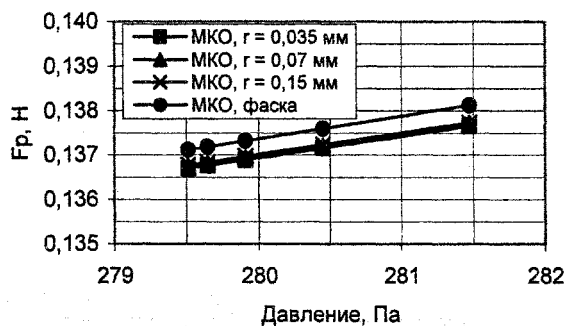


Рис. 7. Изменение нормальных сил от давления при различном состоянии кромки



Рис. 8. Изменение касательных сил от давления при различном состоянии кромки

*Этап II.* После определения состояния кромки проводится прямое сравнение: задаются граничные условия согласно контрольной точки при  $p = 356$  Па и сравнивается масса вычисленная и экспериментальная. Результаты приведены в табл. 2.

Таблица 2

$p$ , Па	$M_{\text{эксп}}$ , г	$M_{\text{числ}}$ , г	Процент
356,11	17,8154	17,8456	0,17

Численное моделирование играет значительную роль для решения задач при малых давлениях, т.к. в этой области проведение анализа и построения методики затруднительно. Влияние различных геометрических параметров и сложная геометрическая форма не позволяют точно аналитически анализировать газовый процесс. Погрешность в 0,17% возникает за счет

отличия реального состояния кромки от идеального (заложенного в программу через геометрию). При точно известной геометрии расхождение можно значительно уменьшить. Возможность моделирования газового процесса в этой области позволит в дальнейшем дать предпосылки для разработки методов повышения точности прибора.

Данная работа проведена при финансовой поддержке ПГ «Метран».

### Литература

1. Залманзон Л.А. Проточные элементы пневматических приборов контроля и управления. Издательство академии наук СССР, 1961. - 247 с.
2. Боришпольский Л.И., Пашнина Н.А. Повышение точности датчиков давления с коническим поршнем // Разработка, производство, применение и метрологическое обеспечение средств измерений давления и вакуума. IX международный научно-технический семинар. Тезисы докладов. - СПб.: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 2004. - С. 49-51.
3. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. - М: ЭнергоАтомИздат, 1984. - 140 с.
4. Белов И. А., Исаев С. А. Моделирование турбулентных течений: учебное пособие. - СПб.: Балт.гос.техн. ун-т., 2001, - 108 с.
5. Wilcox С. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, Inc. 1994. - P.460.